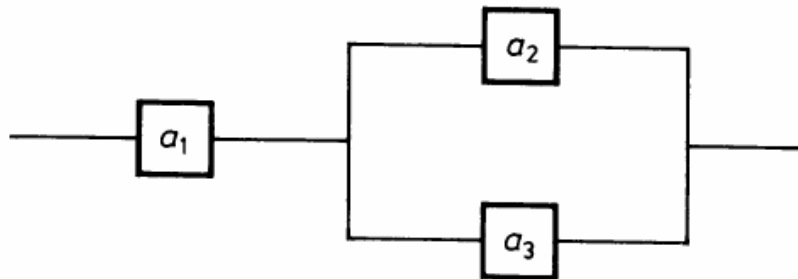


Statystyka Matematyczna

2021/22

lista 1

1. Podać przykład doświadczenia losowego dającego opisać się za pomocą a) skończonej, b) przeliczalnej, c) nieprzeliczalnej przestrzeni zdarzeń elementarnych.
2. Niech przestrzeń zdarzeń elementarnych będzie postaci: $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4, \omega_5\}$. Zdefiniujmy zdarzenia $A = \{\omega_1, \omega_3, \omega_5\}$ i $B = \{\omega_2, \omega_3, \omega_4\}$. Znajdź zdarzenia: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ i $B \setminus A$.
3. Oblicz: C_5^5 , C_5^4 , C_5^3 , C_5^2 , C_5^1
4. Uprość wyrażenia:
 $D = (A \cup B) \cap (A' \cup B) \cap (A \cup B')$
 $E = A \cup (A \cap C) \cup (B \cap C) \cup (A' \cap B)$
5. Na Rys. 1 przedstawiono schemat obwodu elektrycznego. Niech A_1 , A_2 i A_3 oznacza, że element a_1 , a_2 i a_3 , jest sprawny. Opisz zdarzenie: przepływ prądu nie ulegnie przerwaniu.
6. Udowodnić, że $C_n^m = C_n^{n-m}$
7. Oblicz i wypisz wprost wszystkie wariacje: V_4^4 , V_4^3 , V_4^2 , V_4^1 .
8. N osób, wśród których są A i B, można ustawić w kolejce na $N!$ sposobów. Ile jest ustawień, w których między A i B znajdują się dokładnie 2 osoby (zakładamy, że $N \geq 4$ oraz A występuje przed B)?



Rysunek 1: Rys. do zadania 5

9. Na ile sposobów można rozłożyć 3 rozróżnialne ołówki do trzech szuflad? A na ile sposobów można rozdzielić nierozróżnialne ołówki?
10. Z n -elementowego zbioru losujemy ze zwracaniem k elementów. Jakie jest prawdopodobieństwo, że otrzymany ciąg składa się z różnych elementów?
11. Rozpatrzmy znane w fizyce statystycznej rozkłady Maxwella-Boltzmann, Bosego-Einsteina i Fermiego-Diraca. Można je potraktować jako rozmieszczenie k cząstek w n komórkach. Każdy z powyższych rozkładów ma swoje istotne założenia. W rozkładzie Maxwella-Boltzmann cząstki różnią się między sobą (są rozróżnialne), a liczba cząstek w komórce jest nieograniczona. W rozkładzie Bosego-Einsteina cząstki są nierozróżnialne, a liczba cząstek w komórce jest nieograniczona. W przypadku rozkładu Fermiego-Diraca cząstki również są nierozróżnialne, ale w komórce może być tylko jedna cząstka.

Ponadto przyjmuje się, że wszystkie rozmieszczenia są jednakowo prawdopodobne.

Znaleźć prawdopodobieństwo, że:

- k cząstek rozmieści się po jednej w k ustalonych komórkach (z n ogólnie dostępnych). Rozpatrzeć wszystkie trzy rozkłady.
- w przypadku rozkładu Bosego-Einsteina znajdzie się dokładnie m cząstek w ustalonej komórce,
- w przypadku rozkładu Bosego-Einsteina znajdzie się dokładnie m cząstek w jednej z komórek,
- w przypadku rozkładu Bosego-Einsteina wszystkie komórki będą zajęte,
- w przypadku rozkładu Maxwella-Boltzmann w pierwszej komórce znajdzie się k_1 cząstek, w drugiej k_2 cząstek, itd. do n -tej komórki.