

Budowa i Ewolucja Gwiazd  
II rok astronomii  
Lista nr 3

1. Dla modeli ZAMS (Zero Age Main Sequence) wylicz dynamiczną, termiczną i nuklearną skalę czasu w funkcji masy. Przedstaw  $\tau_{\text{dyn}}/\tau_{\text{KH}}$  oraz  $\tau_{\text{KH}}/\tau_{\text{nuc}}$  w funkcji masy. Wylicz  $\tau_{\text{dyn}}$  i  $\tau_{\text{KH}}$  dla modeli TAMS (Terminal Age Main Sequence). Odpowiednie modele znajdują się na stronie domowej wykładowcy.
2. Oszacuj roczne zmiany promienia Słońca zakładając, że cała energia pochodzi z kurczenia grawitacyjnego. Obecnie pomiary promienia Słońca mają dokładność  $\pm 1''$ . Jak długo należałoby obserwować Słońce, aby wykryć takie zmiany promienia?
3. Oblicz grawitacyjną energię potencjalną,  $E_g$ , jednorodnej kuli o masie  $M$  i promieniu  $R$  przyjmując  $M = 1M_{\odot}$  i  $R = 1R_{\odot}$  oraz  $M = 15M_{\odot}$  i  $R = 4.72R_{\odot}$ . Jak ma się  $E_g$  dla jednorodnej kuli do  $E_g$  gwiazdy, w której  $\rho(r)$  jest nierosnącą funkcją w postaci  $\rho(r) = \rho_c(1 - \frac{r}{R})$
4. Stosując twierdzenie o wartości średniej pokazać, że

$$E_g = -\frac{GM^2}{2 \langle r \rangle}$$

5. Korzystając z danych z pracy Asplund i in. (ARA&A 2009, 47, 481) wyznaczyć obfitości masowe pierwiastków występujących w fotosferze Słońca. Zwrócić uwagę na wyróżnioną pozycję żelaza wśród pierwiastków o wyższych liczbach atomowych. Dlaczego tak jest?
6. Co to jest średni ciężar cząsteczkowy,  $\mu$ ? Wyprowadzić wyrażenie na  $\mu$  dla materii całkowicie zjonizowanej i całkowicie neutralnej. Wyliczyć wartości  $\mu$  dla obfitości masowych  $X = 1$ ,  $Y = 1$  oraz  $(X, Z) = (0.7, 0.014)$ .
7. Pokazać, że średni ciężar cząsteczkowy na jeden elektron można przybliżyć wzorem

$$\mu_e = \frac{2}{1 + X}$$

8. Pokazać, że równania stanu gazu doskonałego w postaci  $PV = nkT$  oraz  $P\mu = \mathcal{R}\rho T$ , gdzie  $n$  oznacza ilość moli,  $\mathcal{R}$  stałą gazową, a  $\mu$  średni ciężar cząsteczkowy, są równoważne.
9. Rozważmy gaz izotropowy w sześcianie o boku 1 cm. Pokazać, że wkład do ciśnienia pochodzący od cząstek znajdujących się w tym sześcianie wynosi

$$dP = vp \cos^2 \theta n(\theta, p) d\theta dp,$$

a całkowite ciśnienie

$$P = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} v p n(p) dp.$$

10. Wyprowadź równanie linii  $\log T(\log \rho)$  oddzielającej:

- (a) obszary zdominowane ciśnieniem gazu i ciśnieniem promieniowania
- (b) gaz zdegenerowany od niezdegenerowanego
- (c) gaz zdegenerowany nierelatywistycznie od zdegenerowanego relatywistycznie

Zaznaczyć te obszary na wykresie.

Wojciech Szewczuk