Elementy Astronomii i Astrofizyki
- skrót z wykładu V

Krzysztof Radziszewski
Instytut Astronomiczny UWr

Wykład V – Wrocław, 26 marca 2026 r.

Parametry opisujące gwiazdy

Poznaliśmy już dwa podstawowe parametry opisujące gwiazdy: $\mathbf{T_{eff}}$ i **L** .

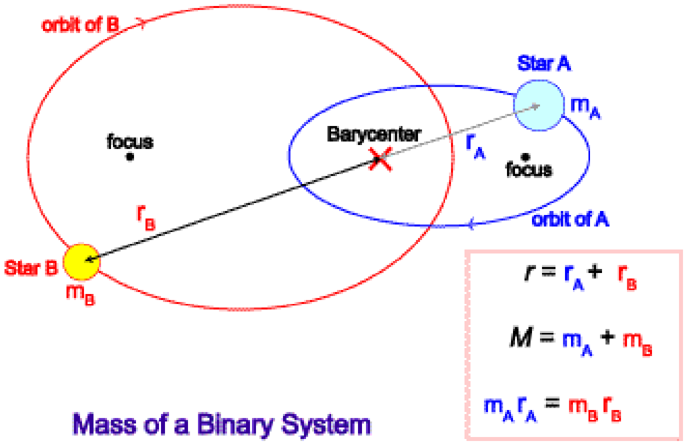
Jednak **masa** jest najważniejszym parametrem charakteryzującym gwiazdę. W przypadku gwiazd pojedynczych masa praktycznie definiuje ich ewolucję.

Niestety, nie ma uniwersalnej metody pozwalającej na dokładne wyznaczenie masy dowolnej gwiazdy.

Najłatwiej ocenić masę gwiazdy obserwując skutki jej oddziaływania grawitacyjnego. W tym kontekście największe możliwości oferują układy podwójne gwiazd, w których dwa obiekty obiegają wspólny środek masy, tzw. barycentrum.

W zależności od tego, w jaki sposób dowiadujemy się, że mamy do czynienia z układem podwójnym gwiazd, dzielimy je na układy:
- **wizualne**
- **spektroskopowe**
- **zaćmieniowe**.

Masa gwiazdy (układy wizualnie podwójne)



http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/astrophysics/

Punktem wyjścia jest **III prawo Keplera**:

$$\left(\frac{P_1}{P_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$$

gdzie **P** oznacza okres obiegu podany w latach ziemskich, zaś **a** oznacza półoś wielką elipsy podaną w jednostkach astronomicznych, dla dowolnych dwóch planet.

Można zapisać następującą zależność:

$$\frac{P^2}{a^3} = const.$$

oraz:

$$\frac{a^3}{P^2} \sim M_\odot$$

Masa gwiazdy (układy wizualnie podwójne)

W przypadku zagadnienia dwóch ciał i orbit kołowych (o promieniu r) możemy zapisać:

$$\frac{r^3}{P^2(M_1 + m_2)} = -\frac{G}{4\pi^2}$$

W przypadku ruchu po elipsie (o półosi wielkiej a), dla układów, w których ciała o masach: m_1 i m_2 obiegają ciała o masach M_1 i M_2 w czasach P_1 i P_2 po orbitach o półosiach a_1 i a_2 :

$$\frac{a_1^3}{P_1^2(M_1 + m_1)} = -\frac{G}{4\pi^2}$$

oraz

$$\frac{a_2^3}{P_2^2(M_2 + m_2)} = -\frac{G}{4\pi^2}$$

co daje nam ostatecznie wzór na uogólnioną postać III prawa Keplera:

$$\frac{P_1^2(M_1 + m_1)}{P_2^2(M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Masa gwiazdy (układy wizualnie podwójne)

Jeśli rozpatrzymy dwie gwiazdy o masach m_1 i m_2 obiegające wspólny środek masy oraz układ Ziemia-Słońce, to możemy zapisać III prawo Keplera w uogólnionej postaci:

$$\frac{P^2(m_1 + m_2)}{P_0^2(M_\odot + m_Z)} = \frac{a^3}{a_Z^3}$$

gdzie:

$M_\odot$ - masa Słońca
m_Z - masa Ziemi
P_0 - okres obiegu Ziemi wokół Słońca
P - okres obiegu składników ukł. podwójnego wokół wspólnego środka masy
a - średnia odległość pomiędzy składnikami ukł. podwójnego (jest ona równa wielkiej półosi orbity jednego składnika względem drugiego)
a_Z - półoś wielka orbity Ziemi.

Jeśli przyjmiemy: P_0= 1 rok, $M_\odot$ = 1 oraz $a_Z = 1\mathrm{AU}$, oraz pominiemy masę Ziemi (m_Z, ponieważ $M_\odot \gg m_Z$), to wtedy mamy:

$$P^2(m_1 + m_2) = a^3$$

Masa gwiazdy (układy wizualnie podwójne)

W powyższym wzorze ($P^2(m_1 + m_2) = a^3$) okres obiegu składników wyrażony jest w latach, ich masy w masach Słońca, a rozmiary orbit w jednostkach astronomicznych.

Do obliczenia <u>sumy masy składników</u> potrzeba okresu obiegu (P) oraz półosi wielkiej (a). Półoś wielką można wyznaczyć z obserwacji:

$$a[AU] = \frac{a''}{\pi''}$$

a'' - półoś wielka (w sekundach łuku)
π'' - paralaksa (w sekundach łuku)

Aby obliczyć masy poszczególnych składników, oprócz znajomości ich sumy musimy jeszcze znać np. stosunek mas: $\frac{m_1}{m_2}$.

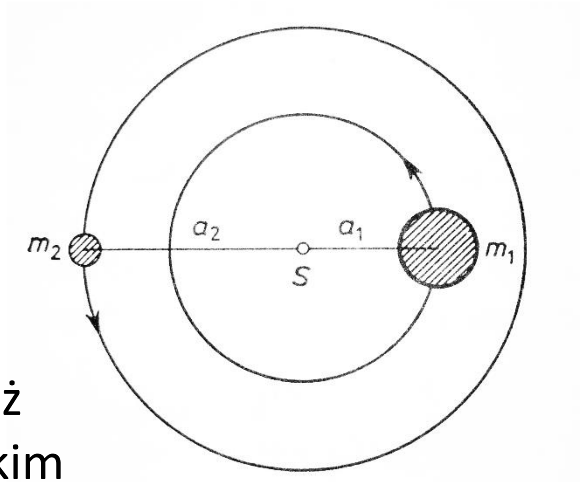
W układzie podwójnym wyznaczenie tego stosunku jest możliwe jeśli znamy orbity obydwu składników, a nie tylko orbity jednego składnika względem drugiego.

Masa gwiazdy (układy wizualnie podwójne)

W praktyce mierzy się pozycję obu gwiazd (w ukł. podwójnym) względem innych gwiazd (leżących znacznie dalej), które są punktem odniesienia.

Jeśli założymy orbity kołowe, które leżą w płaszczyźnie prostopadłej do kierunku widzenia, to możemy zapisać:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

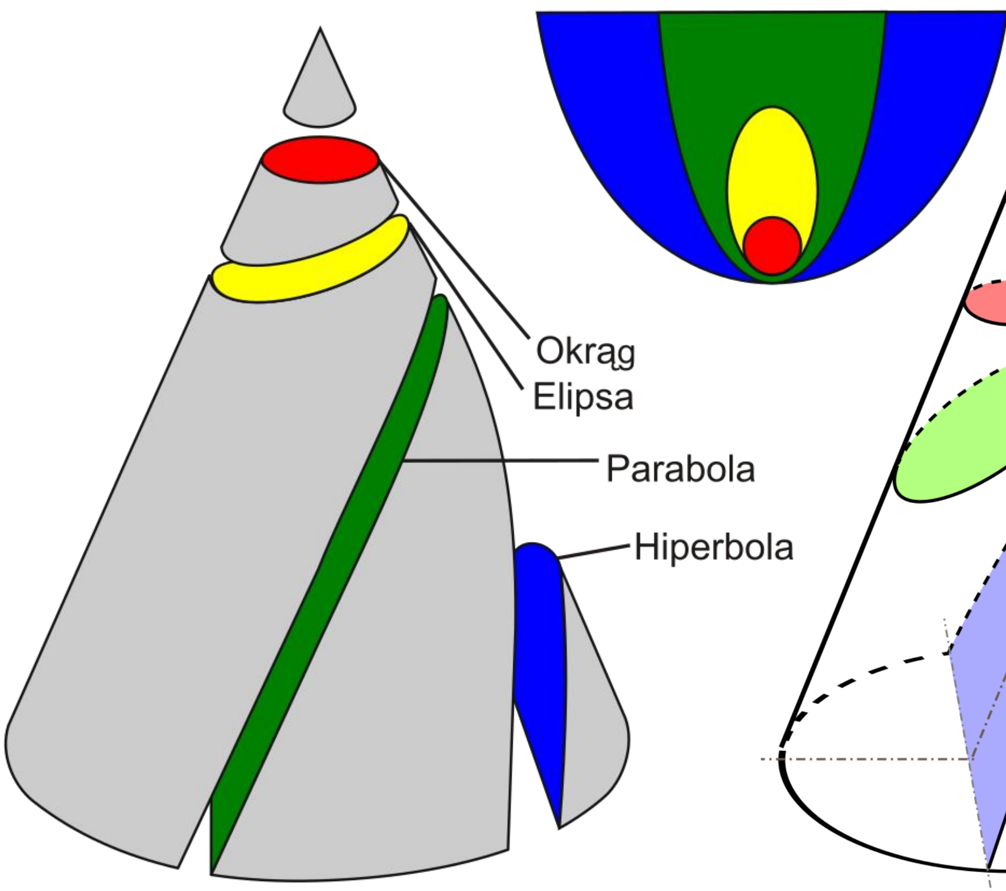


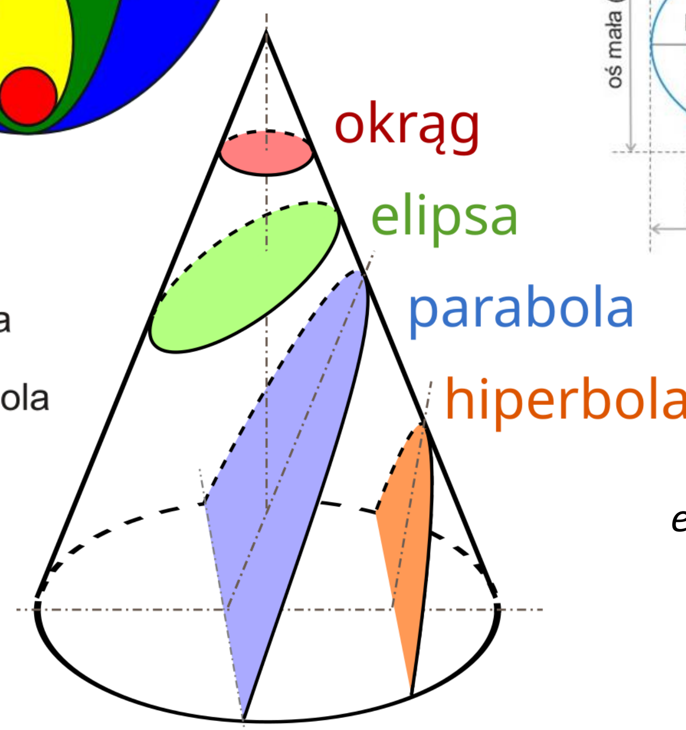
przy czym: $a_1 + a_2 = a$

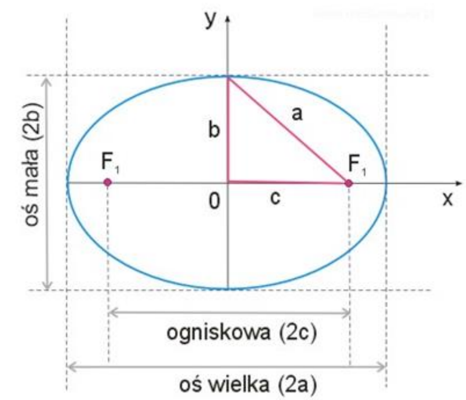
Ta metoda jest jednak trudna do zrealizowania, ponieważ niewiele układów podwójnych jest obserwujemy pod takim kątem (prostopadle do kierunku widzenia), a ponadto ich orbity są elipsami, a nie kołami. Oprócz tego, jedynie dla bliskich gwiazd możemy wyznaczyć orbity obu składników.

Orbity eliptyczne

Krzywa stożkowa to zbiór punktów przecięcia płaszczyzny i powierzchni stożkowej, której podstawą jest okrąg. Krzywe stożkowe są krzywymi drugiego stopnia (można je opisać równaniem drugiego stopnia w układzie kartezjańskim).







$$e = \frac{c}{a}$$

e - mimośród elipsy

Masa gwiazdy (układy spektroskopowo podwójne)

W przypadku układów spektroskopowo podwójnych dowiadujemy się, że mamy do czynienia z układem podwójnym na podstawie okresowych zmian w widmie.

Na czym polegają te zmiany? Skupiamy się na liniach widmowych. Obserwujemy cykliczną zmianę odpowiadającej im długości fali względem pewnej wartości średniej. Jeśli oba składniki układu emitują te same linie, to obserwujemy ich okresowe rozdwojenie.

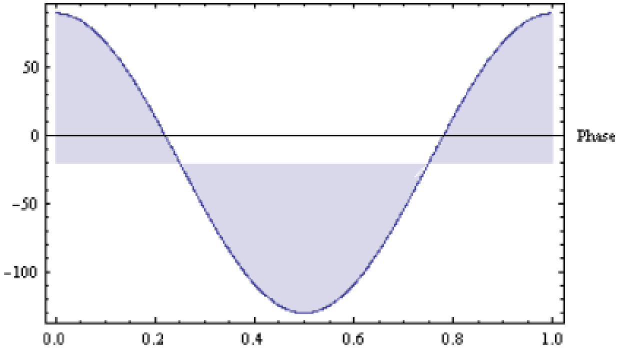
Wytłumaczenie tego zachowania bazuje na efekcie Dopplera wywołanego ruchem składników układu względem środka masy.

Korzystając z zależności: $\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v_r}{c}$ gdzie:

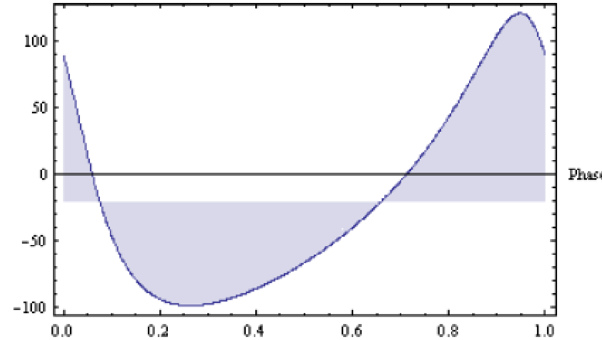
λ i λ_0 to zmierzona i laboratoryjna długość fali,
c - prędkość światła,
v_r - składowa radialna wektora prędkości ruchu gwiazdy,

możemy wykonać wykres $v_r(t)$ pokazujący ruch gwiazdy w trakcie obiegania środka masy. Ten parametr jest dobrym substytutem informacji o odległości od środka masy układu, która dla układów spektroskopowych nie jest dostępna bezpośrednio.

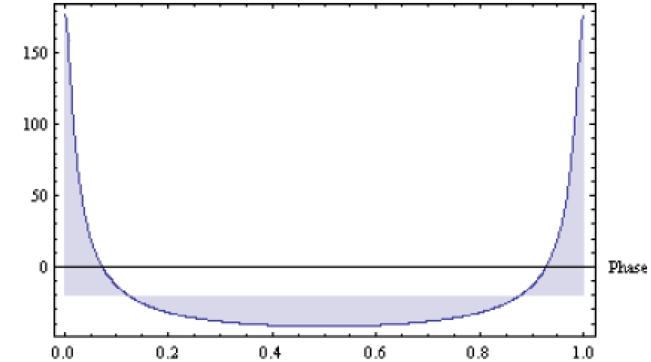
Thizy 2009



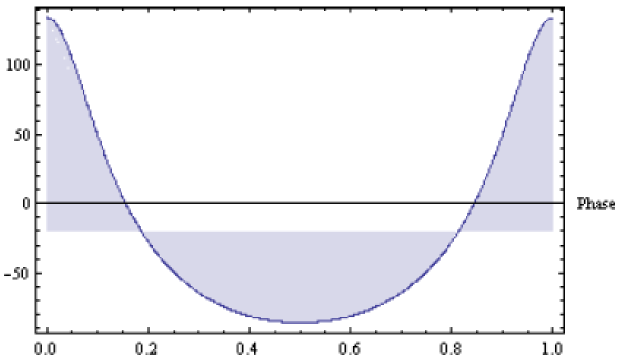
(e=0)



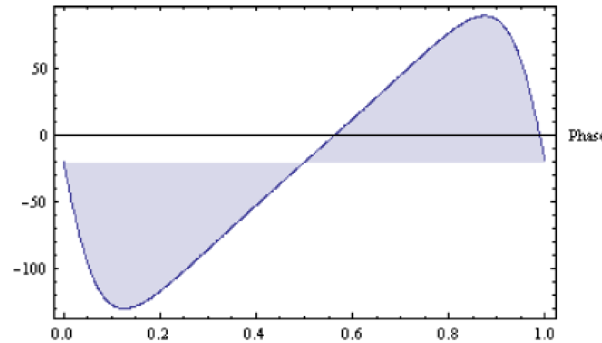
(e=0.4; ω=45°)



(e=0.8; ω=0°)



(e=0.4; ω=0°)



(e=0.4; ω=90°)

a [km]; K [km/s]
P [d]; M [$M_\odot$]

2x

$a_1 \sin i = 1.375\ 10^4\ (1-e^2)^{1/2}\ K_1 P$
$a_2 \sin i = 1.375\ 10^4\ (1-e^2)^{1/2}\ K_2 P$

$M_1 \sin^3 i = 1.038\ 10^{-7}\ (1-e^2)^{3/2}\ (K_1+K_2)^2 K_2 P$
$M_2 \sin^3 i = 1.038\ 10^{-7}\ (1-e^2)^{3/2}\ (K_1+K_2)^2 K_1 P$

1x

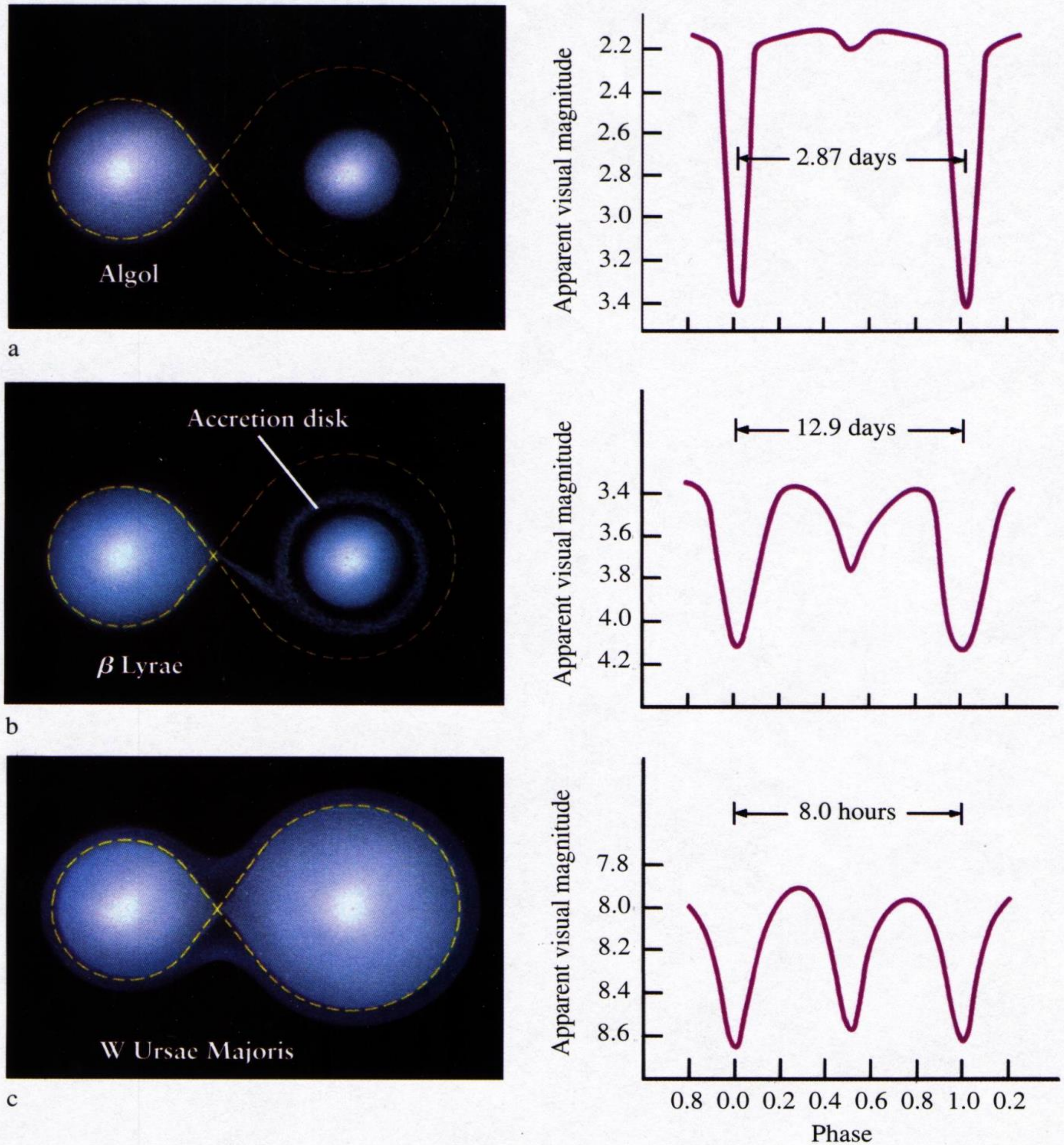
$a_1 \sin i = 1.375\ 10^4\ (1-e^2)^{1/2}\ K_1 P$

$M_1 \sin^3 i = 1.038\ 10^{-7}\ (1-e^2)^{3/2}\ K_1^3 P$
$f(M_2) = 1.038\ 10^{-7}\ (1-e^2)^{3/2}\ K_1^3 P$

$f(M_2) = M_2^3 \sin^3 i\ /\ (M_1+M_2)^2$

http://crab0.astr.nthu.edu.tw/~hchang/ga1/ch21-05.htm

Masa gwiazdy (układy podwójne zaćmieniowe)

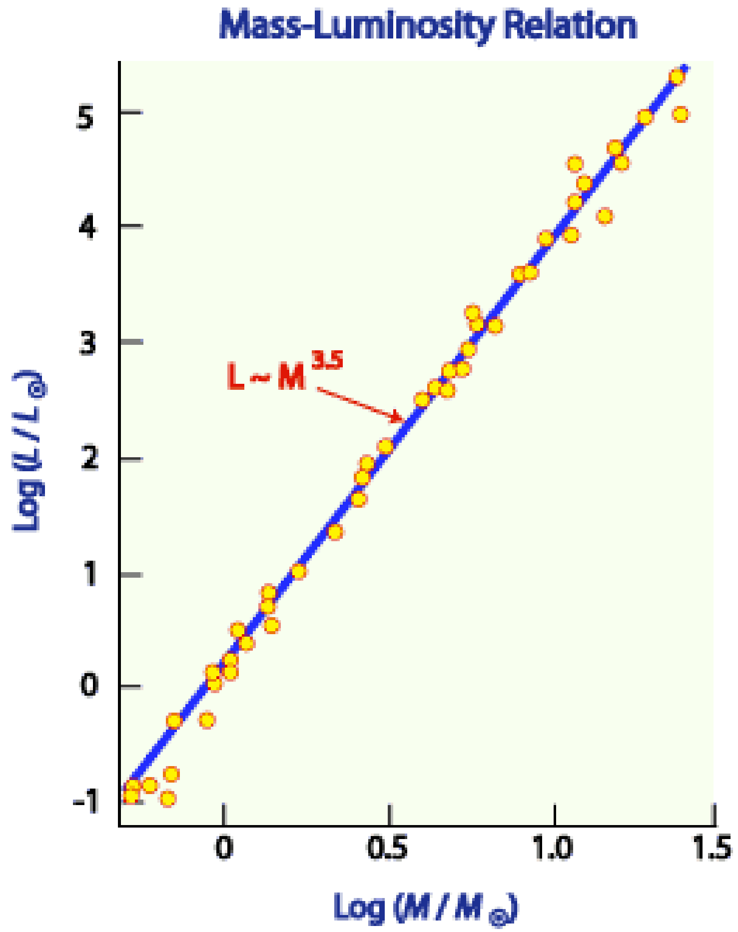


dobrze zdefiniowane minima jasności o wyraźnie różnej głębokości, P > 1^d

słabo zdefiniowane minima jasności, mniejsza dysproporcja w głębokości, P > 1^d

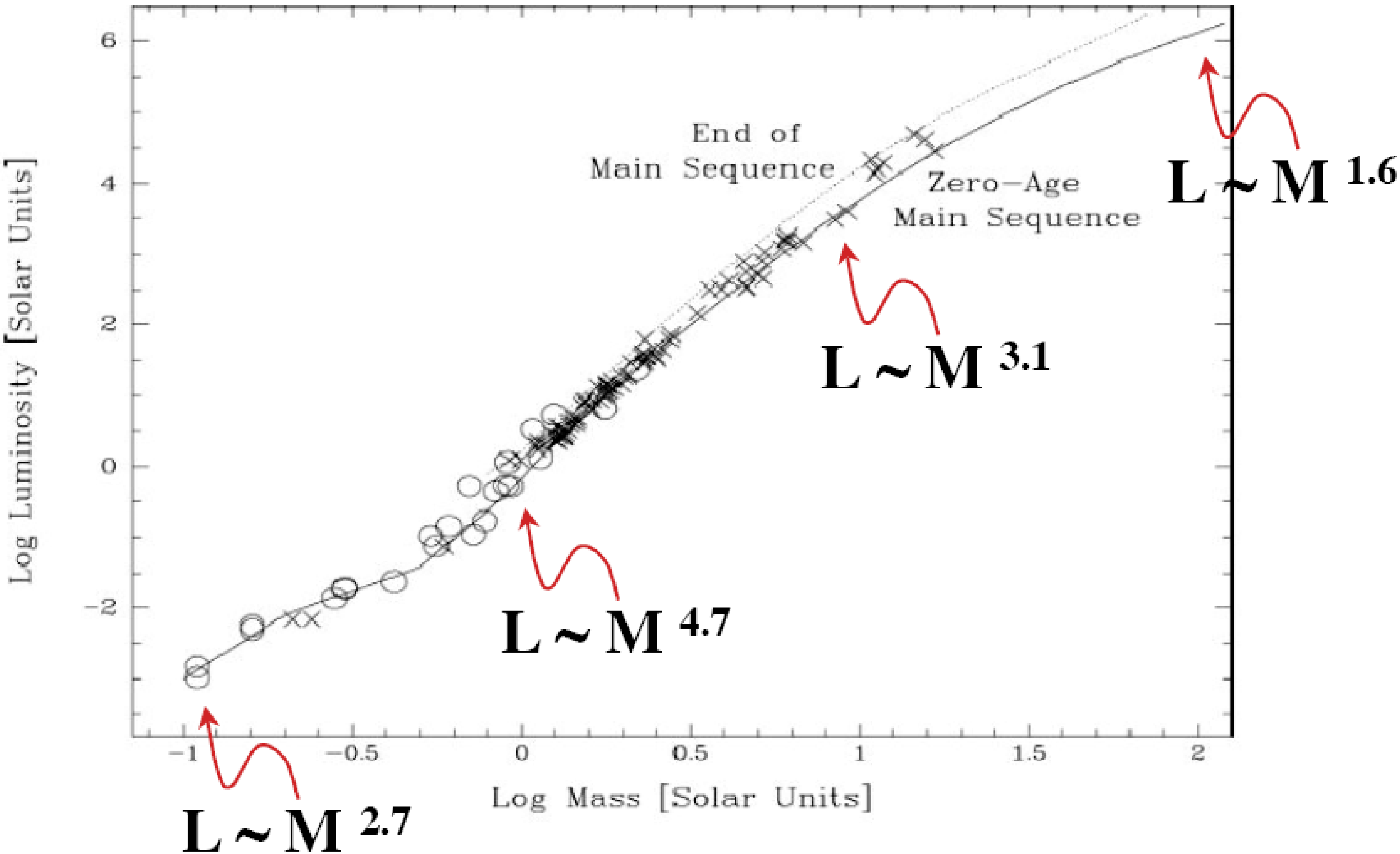
słabo zdefiniowane minima jasności o porównywalnej głębokości, P < 1^d

Masa gwiazdy - zależność masa-jasność



http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/astrophysics/stellarevolution_mainsequence.html

Masa gwiazdy - zależność masa-jasność



Massey & Meyer (2001)