

RRC I ROK FIZYKI I ASTRONOMII
LISTA 3

1. Wykaż, że $\forall x \in (0, \frac{\pi}{2})$ zachodzi $\sin x < x < \operatorname{tg} x$.
2. Wykaż, że $\forall x \in \mathbf{R}$ zachodzi

$$\operatorname{arc} \operatorname{tg} x = \operatorname{arc} \sin \left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \right)$$

3. Rozwiąż nierówności

$$\text{a) } x^2 + x - 1 < 0, \quad \text{b) } \frac{3}{x-1} > \frac{2}{x-2}, \quad \text{c) } |1 - x^2| \geq 2$$

4. Rozwiąż równanie $|x - 1| + |x + 1| = m$, gdzie $m \in \mathbf{R}$.
5. Dla jakich wartości parametrów $a, b \in \mathbf{R}$ równanie $a \sin x + b \cos x = 1$ ma rozwiązanie?
6. Rozwiąż nierówność Bernoulliego $(1 + x)^n \geq 1 + nx$ dla $n = 1, 2, 3, 4$. Skomentuj otrzymany wynik.
7. Rozwiąż równanie $[[x] + x] = n$, gdzie $n \in \mathbf{N}$.
8. Wykaż, że zbiór rozwiązań równania $W(x) = 0$, gdzie $W(x)$ jest wielomianem stopnia n , ma co najwyżej n elementów.

Robert Olkiewicz