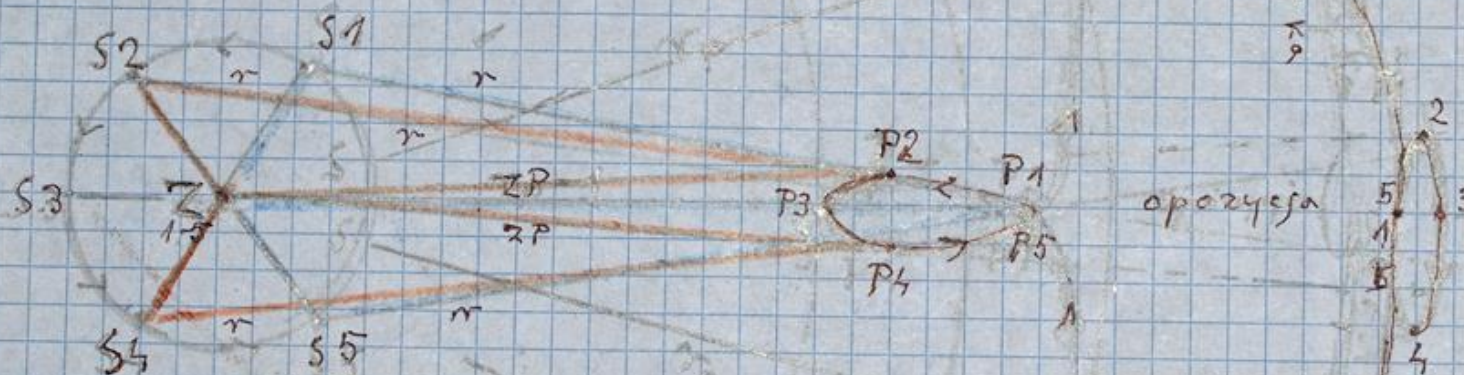


# Pozorne orbity planet

Z notatek prof. Antoniego Opolskiego



zerny  
Układ geocentryczny  
Miejsca Słońca S1, S5  
Miejsca planety gwiazdy  
odległość 2 T m  
cały opozycje  
wzrost na półkuli P1, P2, P3

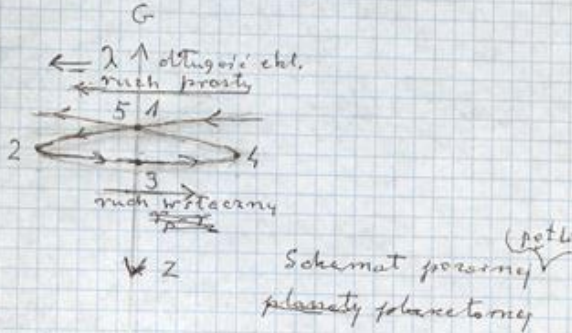
Orbity planet  
planety, gwiazdy, młode  
na 2 Ziemi, stał  
stałe zmiany

Tomasz Mrozek  
Instytut Astronomiczny UWr  
Zakład Fizyki Słońca CBK PAN

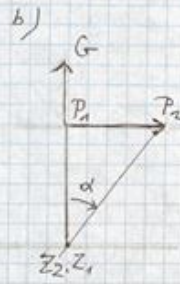
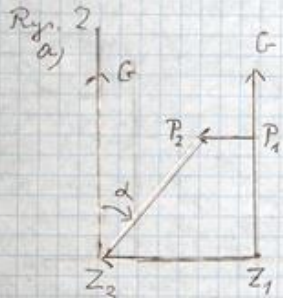


do wstępu / październik 2011 r.

Ryc. 1.



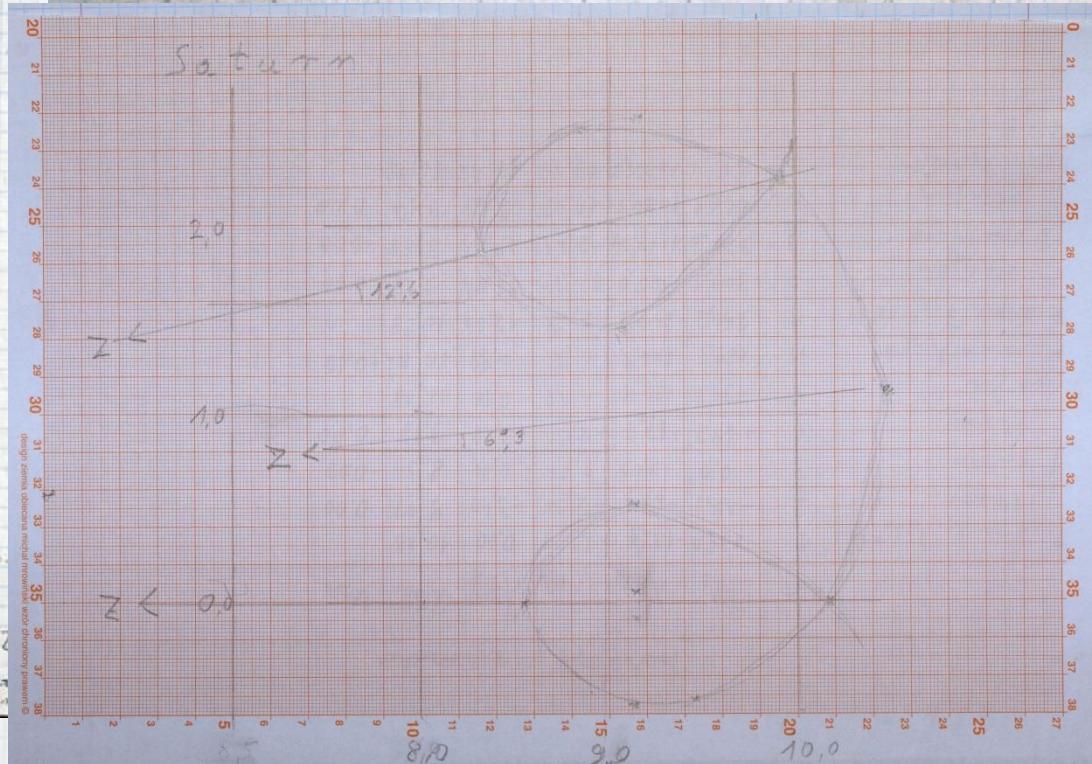
wobec niej na sferze niebieskiej, skrócony perspektywnie. Odległość Pkt 3, opóźniona jest prawie 2 AU bliżej Ziemi niż pkt 1 i 5.



- a) Wierząc o opóźnieniu Ziemi  $Z_1$  - planetogonia  $P_1$  są na linii skierowanej do gwiazdy  $G$ ,  $P_2$  opóźnieniu wybiera Ziemi  $Z_2$  w promieniu planety  $P_2$  kierunek do gwiazdy  $G$  przesunąć się do  $Z_2$  równoległe do promienia, i między  $P_2$  a  $G$  powstaje kąt  $\alpha$ .
- b) obserwator z  $Z_1$  nie zauważy przesunięcia do  $Z_2$  obserwatora odwrócić się  $P_2$  od  $P_1$  ruchem w kierunku gwiazdy.

Parametry ruchu planet

	Heliocentryczne				Synodyczne			T/Tsyn	
	rAU	T d	u/d	v km/s	Tsyn d	$\lambda_{syn}$	ZPozna opóźniona		ZPozna konw.
Ziemia	1,000	365,3	0,986	29,8	<del>365,3</del>	<del>33°</del>	4,20	6,20	
Mars	1,524	687,0	0,524	24,4	<del>779,9</del> 779,9	409°	0,52	2,52	0,881
Jowisz	5,203	<del>10</del> 4332,6	0,0831	13,1	398,9	33°2	4,20	6,20	10,86





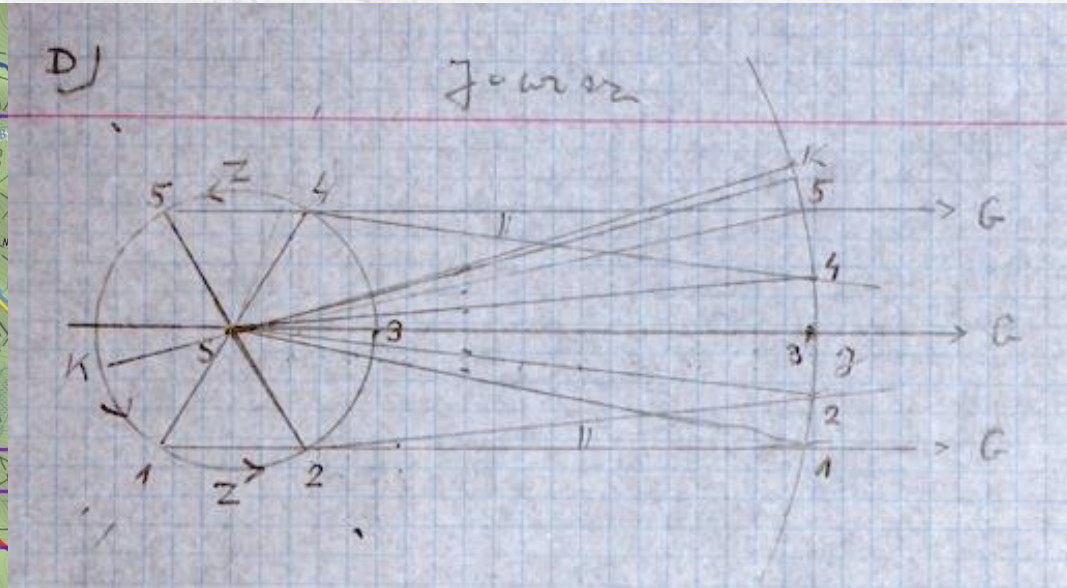
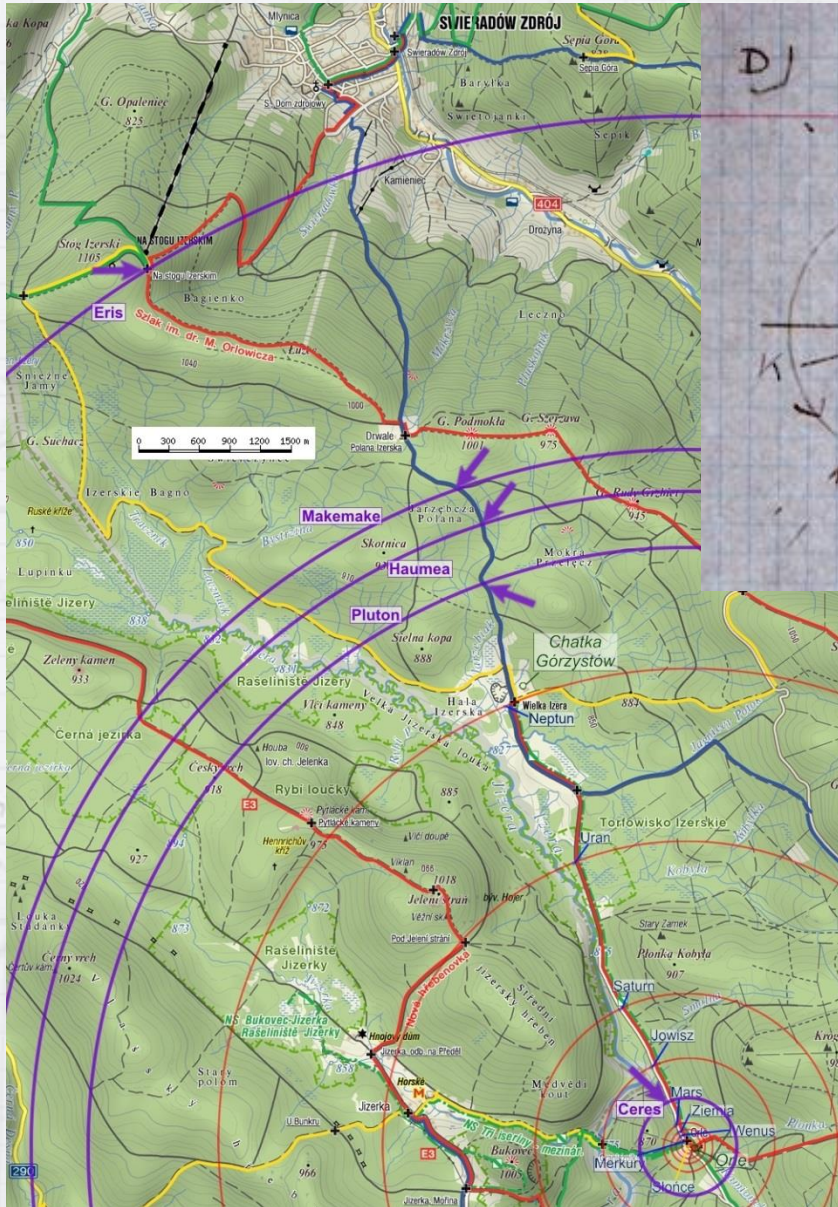
*Młody miłośnik astronomii patrzy w niebo...*







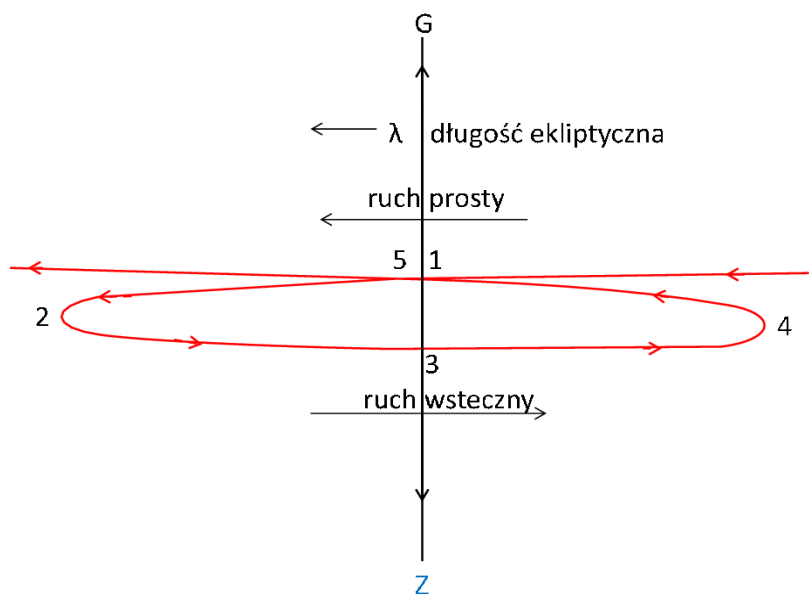
# Pozycja względem gwiazd



Planety zmieniają swoje położenie na tle „sąsiednich” gwiazd, ale chodzi tutaj bardziej o bliskość kierunków do planety i gwiazd.

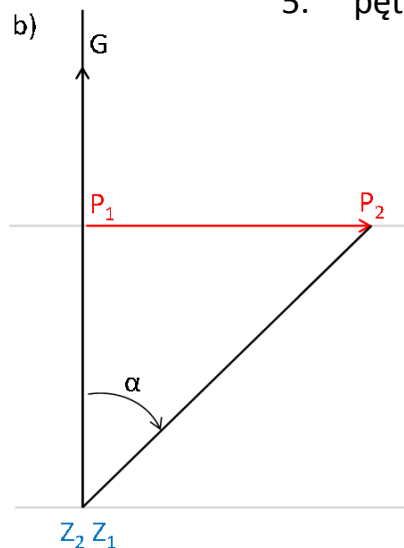
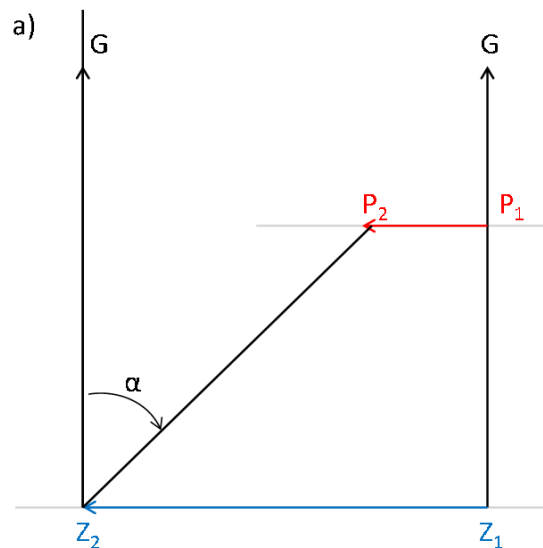
Dlaczego planeta zmienia swoje położenie na niebie, a gwiazda (w porównywalnym okresie czasu) nie? – Bo są dużo dalej.

# Skąd się biorą pętle?



Planeta obserwowana z Ziemi zakreśla pętlę

1. początek pętli, planeta przesuwa się ruchem prostym;
2. ruch prosty ustaje, planeta chwilowo zatrzymuje się i jest stacjonarna, po czym zaczyna się ruch wsteczny;
3. ruch wsteczny trwa, Ziemia znajduje się na jednej linii między Słońcem a planetą, która znajduje się wówczas najbliżej Ziemi, w odległości równej różnicy promieni orbit planety  $r_p$  i Ziemi  $r_z$ ;
4. koniec ruchu wstecznego, stacjonarność, a potem początek ruchu prostego;
5. pętla się zamknie.

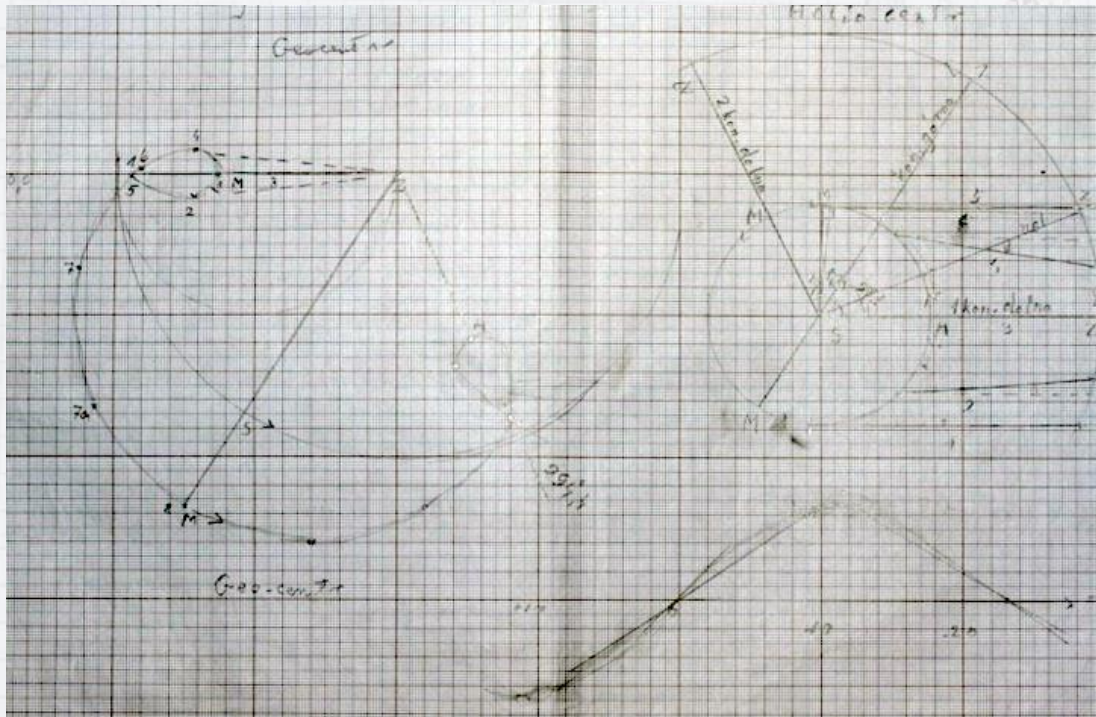


$Z_1P_1$  – opozycja  
Ziemia przemieszcza się szybciej  
Kąt między kierunkiem do gwiazdy, a  $Z_2P_2$  zmienia się.

Obserwator ziemski nie czuje przemieszczenia się Ziemi i widzi cofającą się planetę



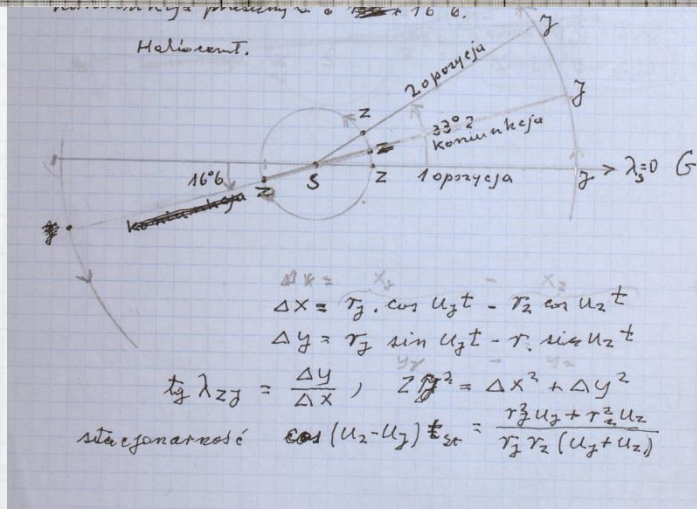
# Założenia



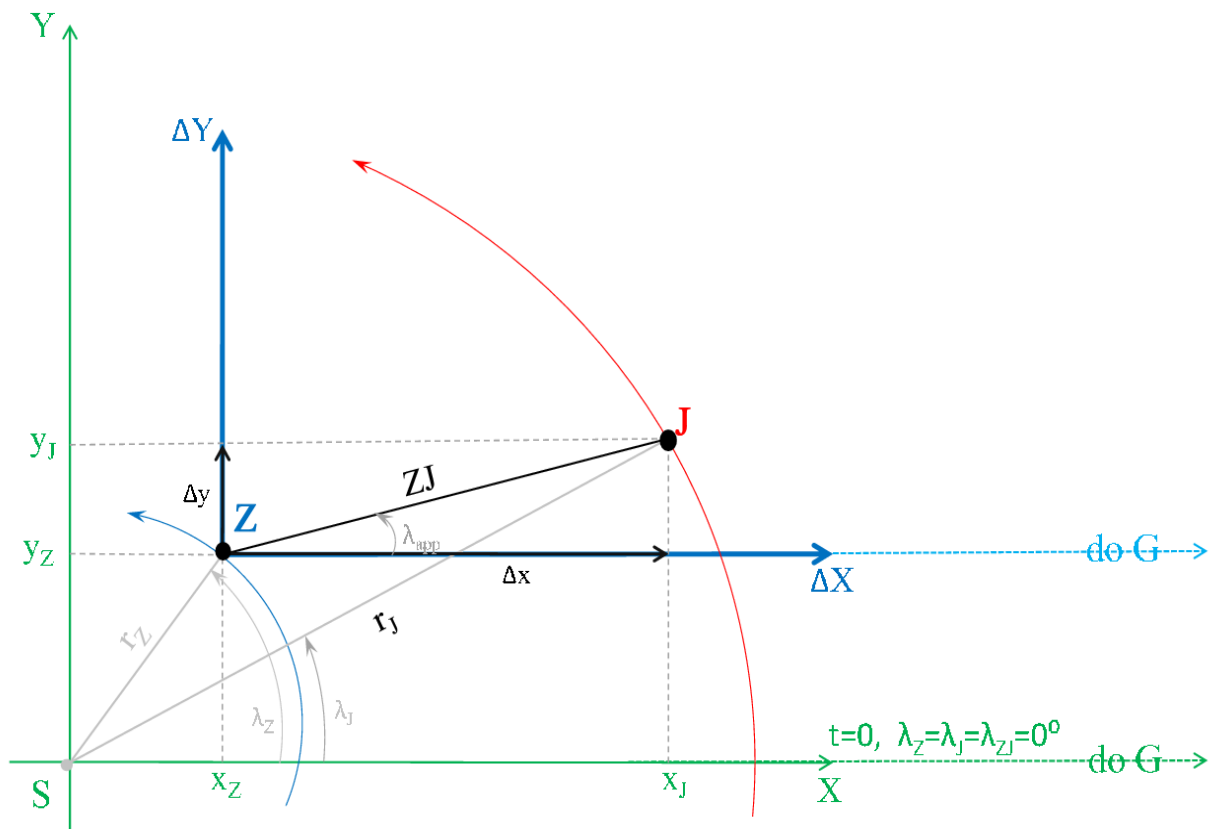
Planety krążą w jednej płaszczyźnie, po kołowych orbitach o wspólnym środku (Słońce)

Obiegi planet dokoła Słońca opisują ich okresy gwiazdowe  $T_p$  - interwały czasu, w których planeta wykonuje pełny obieg wokół Słońca.

Prędkość kątowna tego ruchu jest stała i wynosi  $u_p = 360^\circ/T_p$ .



# Układ współrzędnych heliocentrycznych



Opozycja wyznacza oś X i początek skali czasu

$u_Z, u_J$  – prędkości kątowe Ziemi i Jowisza w ruchu po ich orbitach

Promienie wodzące określają kąty (długości ekliptyczne tych planet):  
 $\lambda = ut$

Związki między tymi współrzędnymi biegunowymi (długości heliocentryczne  $\lambda$  i promienie orbit  $r$ ) a prostokątnymi:

$$x_Z = r_Z \cos \lambda_Z = r_Z \cos u_Z t$$

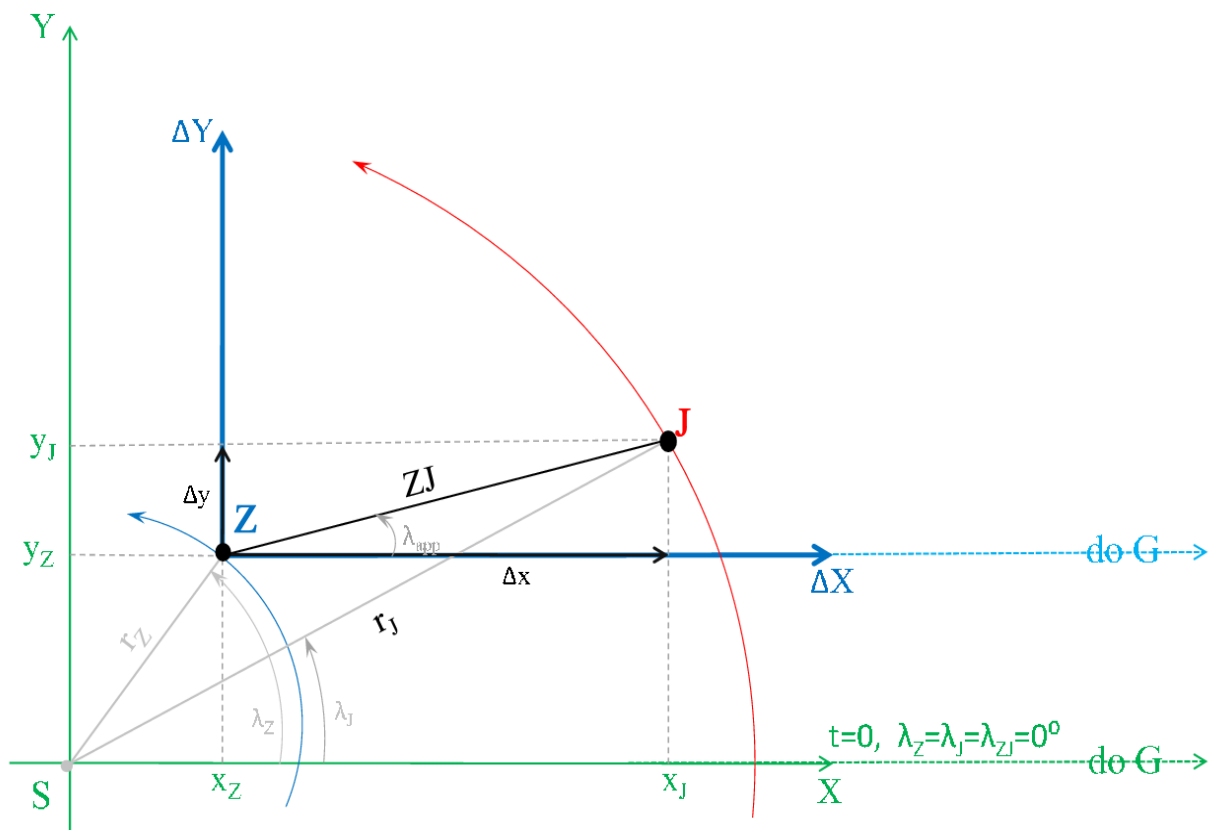
$$y_Z = r_Z \sin \lambda_Z = r_Z \sin u_Z t$$



## Układ współrzędnych ziemski

Współrzędne Jowisza względem Ziemi ustalimy wprowadzając układ współrzędnych ziemski:

- środkiem tego układu jest punkt obserwacyjny na Ziemi,
- oś  $\Delta X$  jest równoległa do osi X układu heliocentrycznego (skierowana do gwiazdy G),
- układ ten porusza się wraz z Ziemią w jej ruchu orbitalnym dokoła Słońca.



Współrzędne prostokątne Jowisza względem Ziemi:

$$\Delta x = x_J - x_Z = r_J \cos u_{Jt} - r_Z \cos u_{Zt}$$

$$\Delta y = y_J - y_Z = r_J \sin u_{Jt} - r_Z \sin u_{Zt}$$

Współrzędne biegunowe Jowisza względem Ziemi :

$\lambda_{app}$  - pozorna długość ekliptyczna  
 ZJ - odległość od Ziemi do Jowisza

# Przejście między układami

Stacjonarność:  $\cos(u_2 - u_M) t_{st} = \frac{r_M^2 u_M + r_2^2 u_2}{r_M r_2 (u_M + u_2)}$   $\frac{2,203}{2,301}$   
 $\cos(0,462 \cdot t_s = \frac{2,323 \cdot 0,524 + 0,986}{1,524 \cdot 1,510} = \frac{3,309}{2,301}$

" " = 0,958 - 0,9574

$0,462 t_s = 16,76^{\circ}$   $t_s = 36,3^d$

$\Delta x = r_M \cos u_{M1} t_s - r_2 \cos u_2 t_s$   
 $= 1,524 \cos 0,524 \cdot 36,3 - \cos 0,986 \cdot 36,3$   
 $1,441 - 0,811 = 0,630$

$\Delta y = r_M \sin u_M t_s - r_2 \sin u_2 t_s$   
 $= 1,524 \sin 19,02$   
 $1,524 \cdot 0,326 - 0,585 = -0,085$

$\tan \lambda_{ZM} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -\frac{0,085}{0,630} = -0,135$

$\lambda_{ZM} = -2,545^{\circ} = -7,68^{\circ}$

$ZM^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 = 0,400 + 0,007 = 0,407$   
 $ZM = 0,638$

Początek prędkości  $\Delta y = 0$ ;  $r_M \sin u_M t_0 = r_2 \sin u_2 t_0$

1)  $t_0 = 2,36^d = 7,4^d$   $0,9544 = 0,956$   
 $\lambda_{ZM} = 0^{\circ}$ ,  $ZM = \Delta x = r_M \cos u_M t_0 - r_2 \cos u_2 t_0$   
 $= 0,954 - 0,293 = 0,664$   
 $1,188 = 0,895$

$0,462 \cdot t_k = 49^{\circ}$ ,  $t_k = 106,1^d$

$\lambda_{SZ} = u_2 t_k = 104,6^{\circ}$   $\lambda_{S11} = u_M t_k = 55,6^{\circ}$   
 $\text{nat. z} = 90 - 49^{\circ} = 41^{\circ}$

Dla dalszych rozważań konieczne jest przejście od współrzędnych heliocentrycznych do ziemskich.

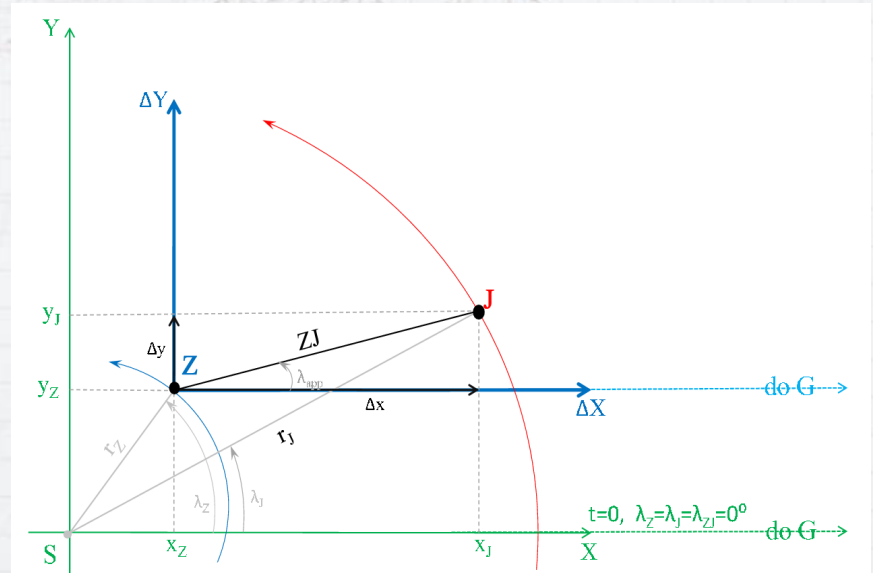
Związki między tymi wielkościami są następujące:

$\Delta x = ZJ \cos \lambda_{app}$

$\Delta y = ZJ \sin \lambda_{app}$

$\tan \lambda_{app} = \Delta y / \Delta x$

$(ZJ)^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$



Wprowadzone równania stanowią komplet wzorów do obliczenia  $\lambda_z$ ,  $\lambda_j$ ,  $\lambda_{app}$  i ZJ dla dowolnego momentu czasu.



Kontrola pętle Jowisza

Et	Pkt	t	$\lambda_{Jz}^{(t)}$	$u_{Jz}$	$\sin u_{Jz}$	$= r_J \sin u_{Jz}$	$y_{Jz} = r_J \sin u_{Jz}$	$\Delta y$	$x_{Jz} = r_J \cos u_{Jz}$	$x_{Jz} = r_J \cos u_{Jz}$	$\Delta x_{Jz} = x_{Jz} - x_{z}$	$\lambda_{Jz}$	ZJ
I	poz 1	-119,0	-9°9	-117,3	-0,1719	-0,8944	-0,889	0,00	5,13	-0,46	5,59	0,0	5,58
	st 2	-60,3	-5,0	-59,4	-0,0872	-0,4537	-0,861	+0,407	5,18	0,51	4,67	+5,0	4,70
	op. 3	0,0	0,0	0,0	0,0000	0,0	0,000	0,00	5,20	1,00	4,20	0,0	4,20
	st 4	+60,3	+5,0	+59,4	+0,0872	+0,4537	+0,861	-0,407	5,18	0,51	4,67	-5,0	4,70
	Kon 5	+119,0	+9,9	+117,3	+0,1719	+0,8944	+0,889	0,00	5,13	-0,46	5,59	0,0	5,58
	Kon. 6	199,5	16,6	196,6		$\lambda_{Jz} = u_{Jz} t$ 16,6	$y_{Jz} = r_J \sin u_{Jz}$ 1,49	+1,77	5,94		5,94	16,6	6,20

Zestawienie

Tabela 1. Heliocentryczne ruchy planet.

r - promień orbity w jednostkach astronomicznych, j.a.; T - okres obiegu w dobach d.; u - prędkość kątowna w stopniach na dobę.

Planeta	r j.a.	T d	u °/d	v km/s
Merkury	0,3871	87,97	4,0923	47,90
Wenus	0,7233	224,70	1,6021	35,05
Ziemia	1,0000	365,26	0,9856	29,80
Mars	1,5237	686,98	0,5240	24,14
Jowisz	5,2028	4332,59	0,08309	13,06
Saturn	9,5388	10759,22	0,03346	9,65
Uran	19,1819	30685,4	0,01173	6,80
Neptun	30,0578	60189,0	0,005981	5,43
Pluton	39,44	90465,0	0,003979	4,74

Używając prostego zestawu wzorów możemy przeanalizować ruch planety w układzie współrzędnych ziemskim.



3

Jowisz

$$\frac{T}{T_{syn}} = \frac{10,86}{33,2} = 10,84$$

$$r_J = 5,203, T_J = 4332,6 \text{ d}, u_J = 0,0831 \text{ %d}$$

$$r_Z = 1,000, T_Z = 365,3 \text{ d}, u_Z = 0,9856 \text{ %d}$$

$$u_Z - u_J = 0,9025 \text{ %d}$$

$$T_{syn} u_Z = T_{syn} u_J + 360^\circ$$

$$T_{syn} = \frac{360^\circ}{u_Z - u_J} = 398,9 \text{ d}; 0,5 T_{syn} = 199 \text{ d}$$

W czasie  $T_{syn}$ : przyrost  $\lambda_{sz}$  wynosi Ziemi

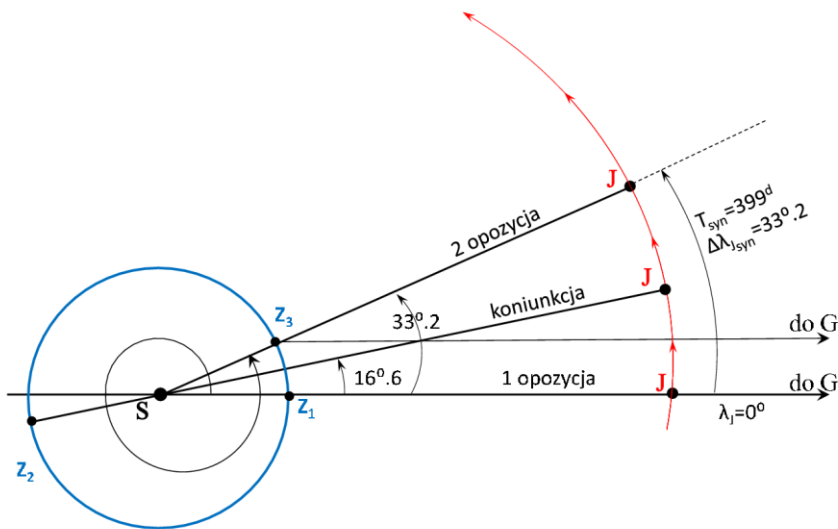
$$T_{syn} \cdot u_Z = 393,2 = 1 + 33^\circ,2$$

przyrost  $\lambda_{sz}$ :  $T_{syn} \cdot u_J = 33^\circ,2$  Jowisza

Konfiguracje Słońca, Ziemi i Jowisza pojawiają się w ustalonym porządku i powtarzają z okresem (synodycznym).

Po czasie równym okresowi synodycznemu  $T_{syn}$  następuje druga opozycja, ale tym razem Ziemia jest w punkcie  $Z_3$ .

W połowie okresu synodycznego, gdy Ziemia wyprzedza Jowisza o  $180^\circ$ , powstaje druga konfiguracja liniowa, zwana koniunkcją albo złączeniem. Ziemia znajduje się na jednej linii z Jowiszem i Słońcem, ale na pozycji  $Z_2$ .

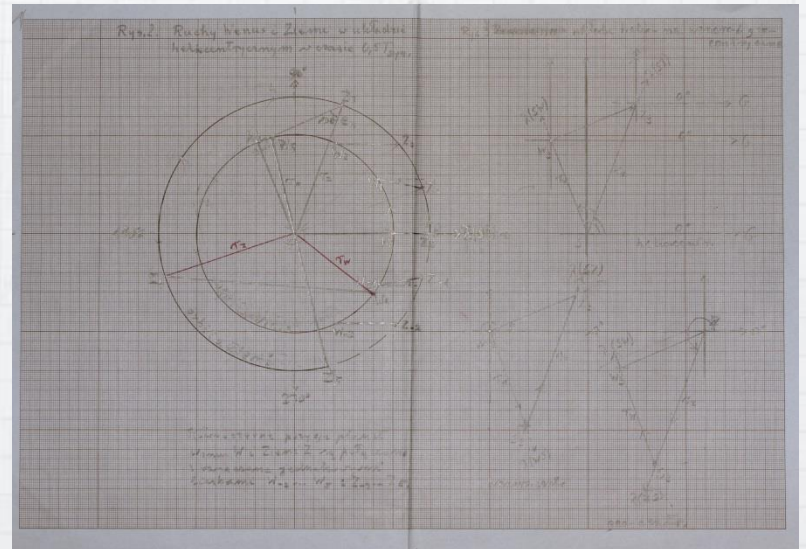


$$\Delta x = r_J \cdot \cos u_J - r_Z \cos u_Z$$

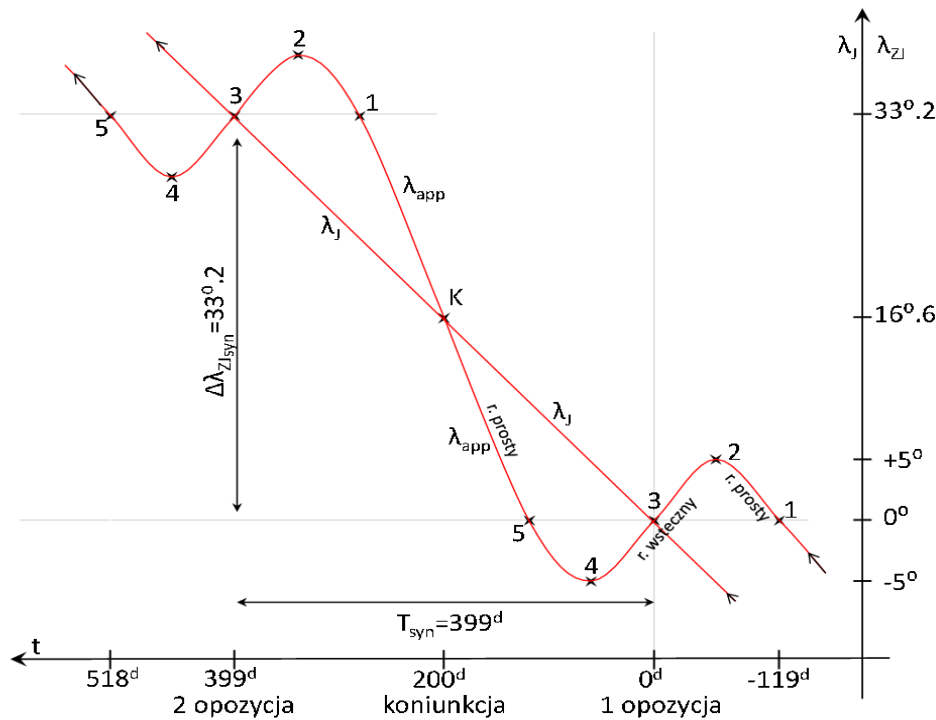
$$\Delta y = r_J \sin u_J - r_Z \sin u_Z$$

$$tg \lambda_{sz} = \frac{\Delta y}{\Delta x}, Z_{sz}^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2$$

$$\text{staćjarność } \cos(u_Z - u_J)_{st} = \frac{r_J^2 u_J + r_Z^2 u_Z}{r_J r_Z (u_J + u_Z)}$$





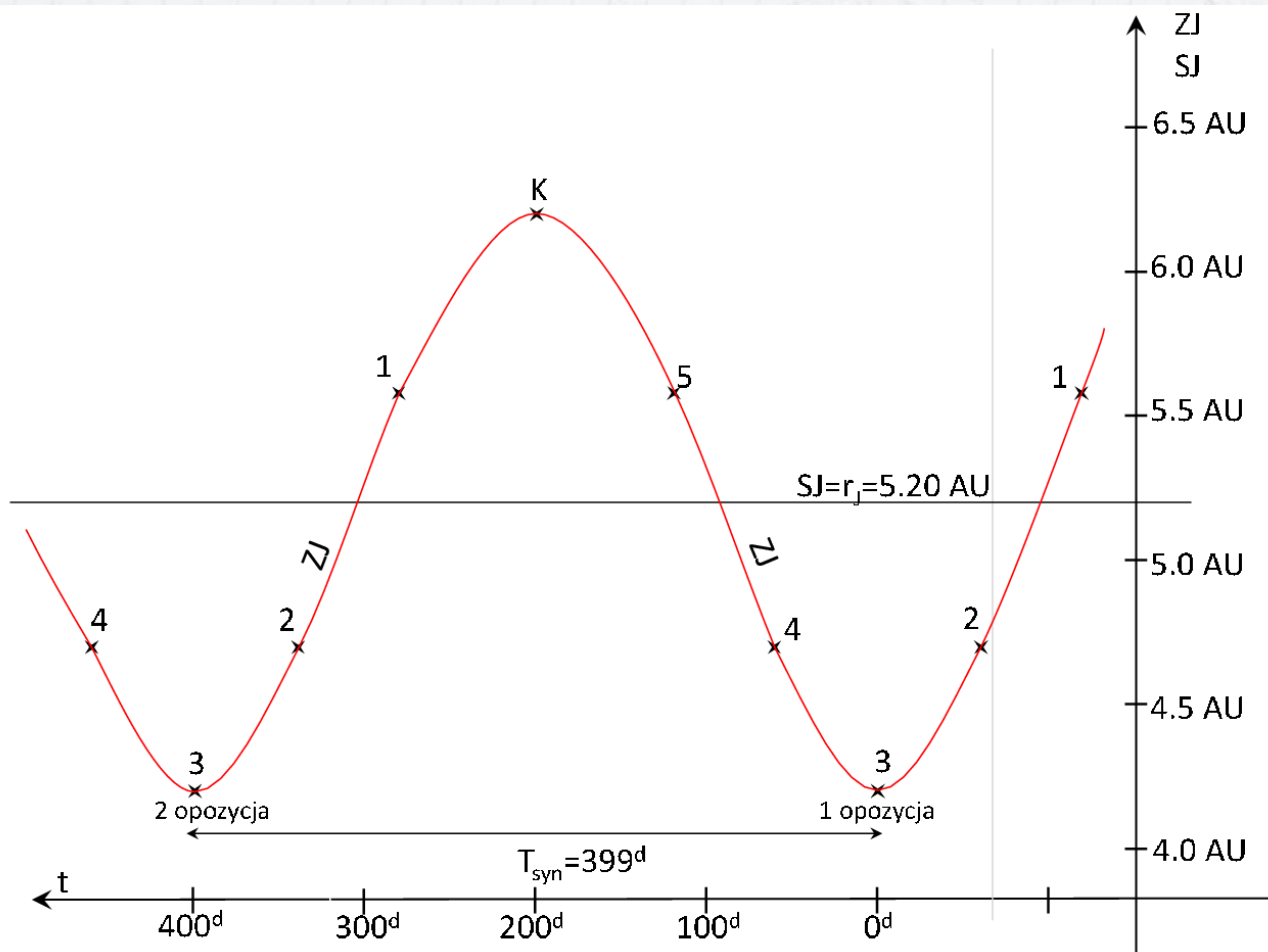


Długości ekliptyczne Jowisza  $\lambda_{app}$  w zależności od czasu.

Widoczne są epizody ruchu wstecznego.

Okres synodyczny kończy druga opozycja o współrzędnych  $t = T_{syn} = 399^d$ ,  $\lambda_{app} = 33,2^\circ$  z zespołem punktów charakterystycznych, analogicznym do tych przy pierwszej opozycji.

Przebieg heliocentrycznej długości ekliptycznej Jowisza  $\lambda_J$  - linia prosta o nachyleniu odpowiadającym stałej wielkości prędkości kątowej  $u_J = 0,083^\circ/d$ .

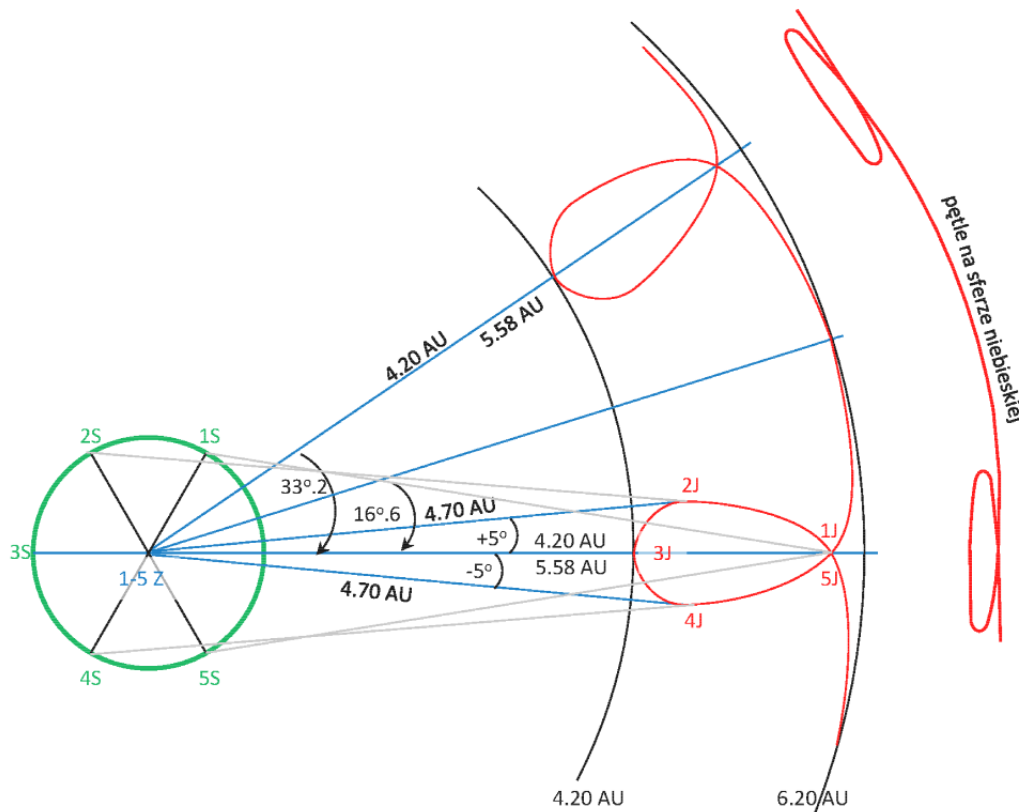


Przebieg czasowy odległości Jowisza od Ziemi, ZJ.

Widoczne są dwa minima w czasie dwóch sąsiednich opozycji, oraz środkowe maksimum w czasie koniunkcji.

Zaznaczono też położenie ustalonych poprzednio punktów 1 – 5, oraz średnią odległość Jowisza od Słońca.





Przy założeniu nieruchomości Ziemi ruch Jowisza komplikuje się.

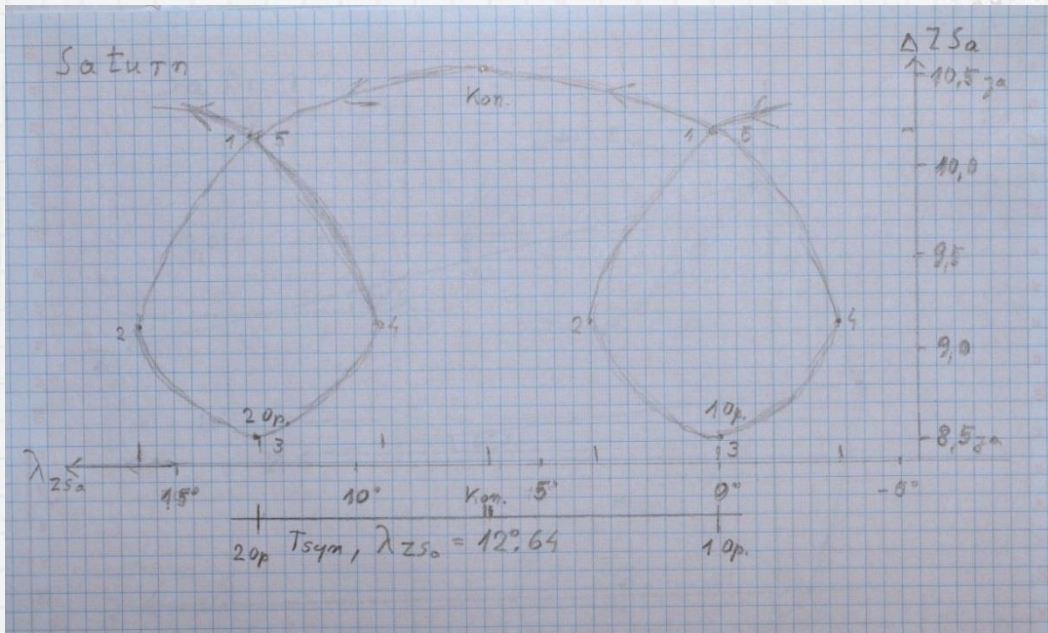
Przyjmujemy stałą pozycję Ziemi i łączymy z Jowiszem zgodnie z obliczonymi współrzędnymi: długościami  $\lambda_{app}$  i odległościami ZJ.

Tak wyznaczone pozycje Jowisza  $J_1 - J_5$ , połączone, kolejno utworzą pozorną pętlę o długości  $J_1 - J_3$  wynoszącej 1,38 j.a. i szerokości  $J_2 - J_4$  równej 0,82 j.a..

Odległość Jowisza od Ziemi zmienia się od 4,20 j.a. w opozycji do 6,20 j.a. w koniunkcji.

Przyrost długości w czasie między kolejnymi opozycjami wynosi  $\Delta\lambda_{app} = 33^\circ 12'$ .

Mało zmiennym elementem pętli jest długość łuku ruchu wstecznego. Dla Jowisza:  $10^\circ$ .



Stosunek okresów  $T_J / T_{syn}$  równa się stosunkowi przyrostów odpowiednich długości:

$$\frac{T_J}{T_{syn}} = \frac{\Delta\lambda_{SJ}}{\Delta\lambda_{app}} = \frac{360^\circ}{33^\circ 12'} = 10,9$$

Z tego wynika, że gdy w ruchu heliocentrycznym Jowisz wykonuje spokojnie cały obieg dookoła Słońca, w układzie ziemskim wykonałby prawie 11 skomplikowanych cykli ruchów w okresach synodycznych. Może to miał na myśli Kopernik, gdy przedstawił prostotę i harmonię ruchów planet w układzie heliocentrycznym w porównaniu z ich ruchami wokół nieruchomej Ziemi?



# W granicy - paralaksa

Tabela 2. Średnie parametry ruchów geocentrycznych planet i planetocentrycznych Ziemi.

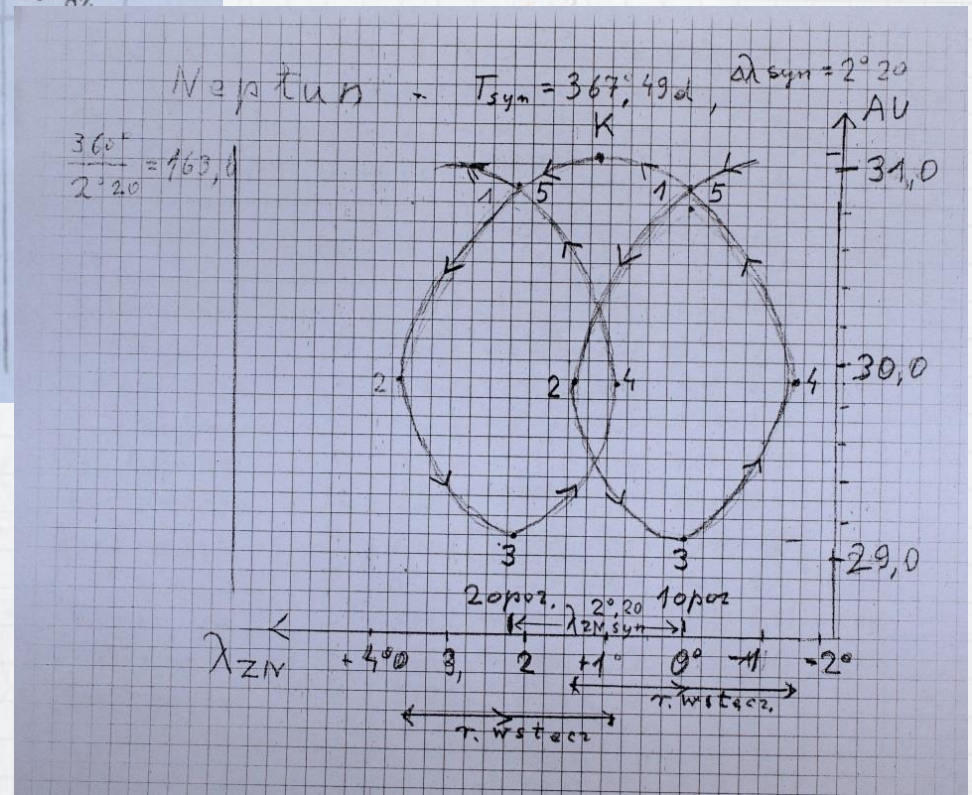
$T_{syn}$  - okres synodyczny Ziemi i planety w dobach;  $t$  r.w. - czas trwania ruchu wstecznego w dobach;  $\Delta\lambda$  r.w. - długość łuku ruchu wstecznego, długość pętli;  $n.e_{Zb}$  - widoczna z Ziemi największa elongacja planet bliższych;  $n.e_{dZ}$  - widoczna z planet dalszych największa elongacja Ziemi.

Planeta	$T_{syn}$ d	$t$ r.w.	$\Delta\lambda$ r.w.	$n.e_{Zb}$	$n.e_{dZ}$
Merkury	115,88	23	15°	23°	
Wenus	583,93	44	16	46	
Ziemia					
Mars	779,94	73	17		
Jowisz	398,88	121	11		
Saturn	378,09	138	6,8		
Uran	369,66	151	4,0		
Neptun	367,49	158	2,8		
Pluton	366,73	162	2,2		

W granicy: 1 rok    ½ roku    paralaksa roczna

Inne miejsca w Układzie Słonecznym

Inne układy planetarne





# Zakończenie?

## NEPTUN syn.

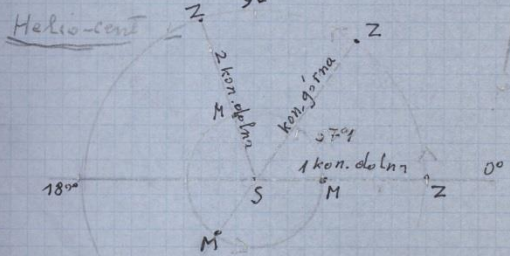
$u_2 = 0,9856$   
 $u_N = 0,005981$   
 $u_2 - u_N = 0,97962$   
 $T_{syn} \cdot u_2 = T_{syn} u_N + 360^\circ$   
 $T_{syn} (u_2 - u_N) = 360^\circ$   
 $T_{syn} = 367,49 \text{ d} = 1,06 \text{ rok} + 2,23 \text{ d}$   
 Heliocent. Ziemia  $\Delta \lambda_Z = 15 \cdot u_2 = 362^\circ 20'$   
 Neptun  $\Delta \lambda_N = T_{syn} \cdot u_N = 2^\circ 20'$   
 $W 1 T_{syn} = 183,74 \text{ d}$   
 Ziemia  $\Delta \lambda_Z = 181^\circ 10'$

## Merkury

$T_M = 0,387 \text{ r}$ ,  $T_M = 88,0 \text{ d}$ ,  $u_M = 4,092\%$   
 $T_Z = 1,000 \text{ r}$ ,  $T_Z = 365,3 \text{ d}$ ,  $u_Z = 0,9856\%$   
 $u_M - u_Z = 3,106\%$

$T_{syn} = \frac{360^\circ}{u_M - u_Z} = 115,9 \text{ d}$ ,  $0,5 T_{syn} = 58 \text{ d}$

Wzrost  $T_{syn}$  Ziemia:  $T_{syn} \cdot u_Z = 114,2^\circ$   
 " " Merkury  $T_{syn} \cdot u_M = 474,2^\circ = 1 + 114,2^\circ$   
 "  $0,5 T_{syn}$  Ziemia  $57,1^\circ$   
 Merkury  $180^\circ + 57,1^\circ = 237,1^\circ$   
 $90^\circ$



Kwadratury i me  
 $\cos(u_M - u_Z) t_k = \frac{T_M}{T_Z} = 0,387$   
 $\cos 3,106 t_k = 0,387$   
 $3,106 t_k = 67,23$ ;  $t_k = 21,64 \text{ d}$   
 $me = 90^\circ - 67,23 = 22^\circ 8'$

## Mars

$t_y \lambda_{ZM} = \frac{1,524 \sin 0,524 t - \sin 0,986 t}{1,524 \cos 0,524 t - \cos 0,986 t} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$

$\frac{u}{\Delta y/\Delta x}$	$t_d$	$y_M$	$y_Z$	$\Delta y$	$x_M$	$x_Z$	$\Delta x$	$\lambda_{ZM}$
-0,39	712	-0,0320	15176	0,9852	0,5324	-3° 43'		
	373	-0,0101	14936	0,9414	0,5372	-6,16'		
	936	-0,0507	14610	0,8697	0,5973	-7,69'		
	353	-0,0901	14232	0,7723	0,6509	-7,88'		
	581	-0,0852	13674	0,6524	0,7153	-6,80'		
	586	-0,0637	13003	0,5126	0,7876	-4,62'		
	1057	-0,0255	12222	0,3520	0,8642	-0,36'		
	1819	0,0000	11340	0,4529	0,9111	0,25'		

## Ziemia

$r_0 = 19,1819 \text{ AU}$ ,  $T_0 = 306854 \text{ d}$ ,  $u = 0,01173\%$   
 $T_Z = 365,26$ ,  $0,9856$   
 $\cos(u_2 - u_1) t_{st} = \frac{r_0^2 u_1 + r_2^2 u_2}{r_0 r_2 (u_1 + u_2)}$

$T_0 \cos u_1 t - r_2 \cos u_2 t$   
 $r_0 \sin u_1 t - r_2 \sin u_2 t$   
 $\cos(0,97387 t_{st}) = \frac{307,945 \cdot 0,01173 + 0,9856}{19,1819 \cdot 0,99733}$

$0,97387 t_{st} = 70$

$19,1819 \cos 0,01173$

$19,1819 - 0,3$

$19,1819 \sin 0,011$

$0,2855$

$u = -0,6637 = 18,867^\circ$

$(v)^2 = 355,975 +$

$1,5 \Delta y = 0$ ,  $r_0$

$150 \text{ d}$ ;  $19,1819$

$140$   $19,1819$

$146,6 \text{ d}$ ;  $19,1819$

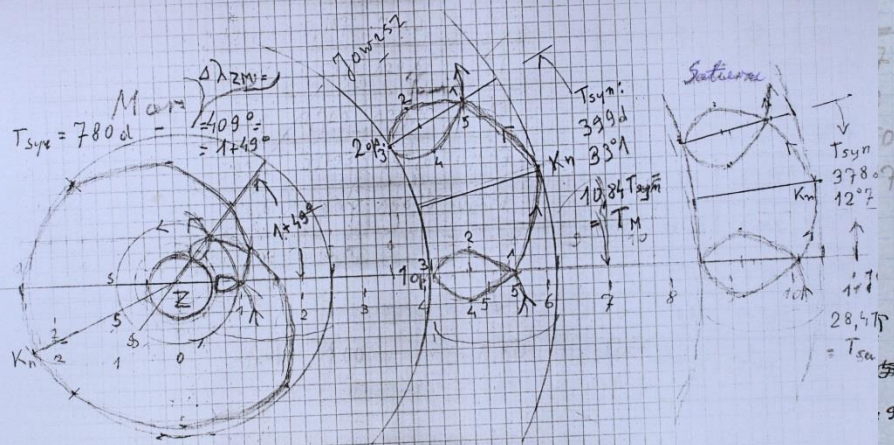
$1 = \Delta x = 19,181$

$= 19$

$3 \quad ZV = r_0 - r$

## Zestawienie

Orb. geocent. pl. górn. w czasie 1  $T_{syn}$ . między opozycjami



heliocent. ruchy orb. to tryony w czasie  $T_{syn} = 360^\circ$