Ćwiczenia z Astronomii Galaktycznej
Lata III i IV astronomii
Lista nr 6

1. Wyznaczanie iloczynu $Ar_\odot$ z radiowych obserwacji obłoków HI. Wychodząc z rozwinięcia prędkości kątowej ω rotacji Galaktyki w szereg potęgowy pokazać, że

$$Ar_\odot \approx \frac{v_\mathrm{T}}{2(1-\sin l)\sin l}.$$

Wychodząc z rozwinięcia prędkości liniowej v_c w szereg potęgowy pokazać, że

$$Ar_\odot \approx \frac{v_\mathrm{T}}{2(1-\sin l)}.$$

Dlaczego powyższe dwa wyrażenia różnią się od siebie? Które z tych przybliżeń jest lepsze? Jaki inne czynniki mają wpływ na ich dokładność? W jaki sposób można je wykorzystać do oszacowania $r_\odot$?

2. Wyznaczanie $r_\odot$ z obserwacji pobliskich gwiazd. Niech $x = \varrho - r_\odot$, gdzie ϱ to odległość gwiazdy od osi rotacji Galaktyki. Podstawiając rozwinięcie prędkości kątowej ω do pierwszego wzoru podstawowego pokazać, że

$$x = \frac{-\Delta v_\mathrm{r}}{2A\cos b\sin l}.$$

Pokazać również, że dla tych samych gwiazd spełniona jest zależność

$$r_\odot = \frac{r_\star^2\cos^2 b - x^2}{2(x + r_\star\cos b\cos l)}.$$

Jak widać, powyższe wyrażenie można wykorzystać do wyznaczenia $r_\odot$. Jakie dane należy mieć, aby tego dokonać? Omówić wpływ różnych czynników na poprawność wyników otrzymywanych tą metodą.

3. Zakładając, że $r_\odot = 8.5$ kpc, $A = 15\ \mathrm{km\,s^{-1}kpc^{-1}}$, $B = -12\ \mathrm{km\,s^{-1}kpc^{-1}}$ oraz że pole grawitacyjne Galaktyki jest centralne, oszacować masę Galaktyki wewnętrznej.

4. Rozważyć model rozkładu masy Galaktyki, w którym masa rozdzielona jest na dwie składowe: punktową masę M_1 skupioną w środku Galaktyki oraz masę M_2 rozłożoną jednorodnie w kuli o promieniu R (czyli gęstość $\varrho = \mathrm{const}$). Pole grawitacyjne wytwarzane przez taki model jest zatem centralne, a więc siły odśrodkowa $F_\mathrm{c}(r)$ i grawitacyjna $F_\mathrm{g}(r)$ są sobie równe (r oznacza odległość elementu masy od środka Galaktyki). Założyć ponadto równość pochodnych obu sił po odległości r. Zastępując odpowiednie wielkości stałymi Oorta rozwiązać poniższy układ równań

$$F_\mathrm{g}(r_\odot) = F_\mathrm{c}(r_\odot) \qquad \frac{dF_\mathrm{g}}{dr}(r_\odot) = \frac{dF_\mathrm{c}}{dr}(r_\odot)$$

i znaleźć M_1 oraz ϱ jako funkcje A, B i $r_\odot$. Przyjmując $R = r_\odot$ obliczyć wkład składowej sferycznej do masy całkowitej, czyli $M_2/(M_1+M_2)$. Jakie są główne wady takiego modelu?

5. Rozważyć model Galaktyki podobny do modelu z poprzedniego zadania, z tym że teraz masa M_2 rozłożona jest jednorodnie w elipsoidzie obrotowej, której osie a i b ($a = b$) leżą w płaszczyźnie Galaktyki, a trzecia c jest do niej prostopadła. Wiedząc, że siła grawitacyjna F_g^2 pochodząca od masy M_2, a działająca na element masy m znajdujący się w płaszczyźnie Galaktyki w odległości r od jej środka wynosi

$$F_\mathrm{g}^2 = 2\pi Gm\varrho r a^{-1} c\,\varepsilon^{-3}(\arcsin\varepsilon - c\,\varepsilon/a) \qquad \varepsilon^2 = 1-(c/a)^2$$

wyznaczyć M_1 oraz ϱ jako funkcje A, B i $r_\odot$. Obliczyć M_1 oraz M_2 zakładając $a/c = 0.1$ oraz $a = r_\odot$.

Grzegorz Kopacki