Pracownia astronomiczna

lista zadań 2

1. Oblicz średnią $\bar{x}$, odchylenie standardowe σ_x i odchylenie standardowe średniej $\sigma_{\bar{x}}$ dla poniższego zestawu pomiarów. Przyjmij, że pomiary obciążone są tylko błędami przypadkowymi.

   a) $x = [10.35,\ 10.17,\ 9.80,\ 10.32,\ 9.78,\ 9.04,\ 9.74,\ 9.04,\ 10.03,\ 9.95]\ \mathrm{m/s^2}$

   b) $x = [4.69,\ 4.54,\ 4.72,\ 4.65,\ 4.42,\ 4.48,\ 4.75,\ 4.41,\ 4.41,\ 4.66]\ \text{mld lat}$

   c) $x = [778.3,\ 757.8,\ 755.5,\ 753.1,\ 765.2,\ 775.5,\ 761.7,\ 768.5,\ 760.0,\ 755.3]\ \mathrm{kpc}$

   d) $x = [327.6,\ 327.0,\ 330.5,\ 331.1,\ 331.7,\ 330.5,\ 331.3,\ 334.8,\ 330.3,\ 334.9]\ \mathrm{m/s}$

   e) $x = [2376.64,\ 2376.00,\ 2378.17,\ 2377.47,\ 2377.51,\ 2377.05,\ 2376.32,\ 2376.22,\ 2375.99,\ 2376.23]\ \mathrm{km}$

   f) $x = [3.954,\ 4.000,\ 3.900,\ 4.046,\ 3.941,\ 3.898,\ 3.901,\ 3.839,\ 3.932,\ 3.876]\ \mathrm{g/cm^3}$

   g) $x = [5778.3,\ 5821.7,\ 5786.1,\ 5781.1,\ 5839.1,\ 5812.7,\ 5757.8,\ 5786.8,\ 5765.7,\ 5737.5]\ \mathrm{K}$

   h) $x = [1367.1,\ 1371.9,\ 1364.0,\ 1354.1,\ 1351.2,\ 1362.3,\ 1362.8,\ 1381.4,\ 1360.1,\ 1356.9]\ \mathrm{W/m^2}$

   i) $x = [67.39,\ 67.19,\ 67.22,\ 67.07,\ 67.97,\ 67.23,\ 67.65,\ 67.43,\ 67.32,\ 66.14]\ \mathrm{(km/s)/Mpc}$

   j) $x = [4.820,\ 4.848,\ 4.842,\ 4.813,\ 4.841,\ 4.861,\ 4.845,\ 4.847,\ 4.817,\ 4.791]\ \mathrm{mag}$

   Zapisz wynik końcowy w formie $\bar{x} \pm \sigma_{\bar{x}}$ stosując zasadę cyfr znaczących.
   Dla przypomnienia: odchylenie standardowe σ_x jest niepewnością pojedynczego pomiaru x_i, odchylenie standardowe średniej $\sigma_{\bar{x}}$ to niepewność wartości średniej $\bar{x}$.

2. Załóżmy, że dla powyższych pomiarów udało się oszacować błąd systematyczny δx_{sys}. Wynosi on odpowiednio:

   a) $\delta x_{sys} = 0.12\ \mathrm{m/s^2}$

   b) $\delta x_{sys} = 0.010\ \text{mld lat}$

   c) $\delta x_{sys} = 4.5\ \mathrm{kpc}$

   d) $\delta x_{sys} = 2.3\ \mathrm{m/s}$

   e) $\delta x_{sys} = 12\ \mathrm{km}$

   f) $\delta x_{sys} = 0.025\ \mathrm{g/cm^3}$

   g) $\delta x_{sys} = 40\ \mathrm{K}$

   h) $\delta x_{sys} = 1.5\ \mathrm{W/m^2}$

   i) $\delta x_{sys} = 0.085\ \mathrm{(km/s)/Mpc}$

   j) $\delta x_{sys} = 0.0041\ \mathrm{mag}$

   Mamy zatem sytuację, w której każdy z pomiarów obciążony jest nie tylko błędami przypadkowymi, ale również błędem systematycznym.

   Oblicz całkowitą niepewność pomiarową wartości średniej $\delta\bar{x}$, na którą składa się odchylenie standardowe średniej $\sigma_{\bar{x}}$ i oszacowany błąd systematyczny δx_{sys} (wzór na całkowity δx podany na wykładzie). Dodatkowo porównaj błąd systematyczny z wynikami z zad.1 i wyciągnij wnioski, odpowiadając na następujące pytania:

   - Czy taki błąd systematyczny jest istotnym źródłem błędu pomiarowego pojedynczego pomiaru?
     (porównaj δx_{sys} i σ_x, większa z tych wartości ma większe znaczenie dla błędu pomiarowego)
   - Czy taki błąd systematyczny jest istotnym składnikiem całkowitej niepewność wartości średniej?
     (porównaj δx_{sys} i $\sigma_{\bar{x}}$, większa z tych wartości bardziej wpływa na $\delta\bar{x}$)
   - Jeśli chcielibyśmy zmniejszyć wartość $\delta\bar{x}$, to czy bardziej sensowne byłoby zwiększenie liczby pomiarów N lub σ_x (czyli czynników wpływających na wartość $\sigma_{\bar{x}}$) czy też sensowniejsze byłby zmniejszenie błędu systematycznego δx_{sys}?

3. Uwaga: (1) niepewności należy wyliczyć używając reguły kwadratowego przenoszenia błędów, (2) niektóre dane mogą wymagać zamiany jednostki.

a) Stosując 3 prawo Keplera możliwe jest wyznaczenie masy planety na podstawie obserwacji jej księżyca. Obserwator wyznaczył, że Deimos, księżyc Marsa, porusza się po orbicie o następujących parametrach:

$a = 23460 \ \pm 84 \text{ km}$ (wielka półoś)

$P = 30.28 \ \pm 0.50 \text{ godziny}$ (okres obiegu)

Wykonaj następujące opracowanie danych:

- Wyznacz masę Marsa (M) na podstawie powyższych danych i 3 prawa Keplera w postaci:

$$M = \frac{4\pi^2 a^3}{G \cdot P^2}$$

gdzie: $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \ \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$ (stała grawitacji).

- Oblicz niepewność wyznaczenia masy δM przyjmując, że niepewnościami pomiarowymi obciążone są *a* oraz *P* (podane powyżej).
- Zapisz wynik końcowy w postaci $M \pm \delta M$, stosując regułę zaokrąglania i regułę dwóch cyfr znaczących w zapisie niepewności.
- Porównaj obliczoną wartość z wartością uznaną/literaturową i podaj, czy jest tu zgodność. Wskaż źródło, z którego wzięta została wartość uznana (książka, artykuł, strona internetowa).
- Wskaż dominujące źródło błędu, czyli która z niepewności danych wejściowych bardziej wpływa na niepewność wyniku końcowego.

b) Obserwator wyznaczył stałą słoneczną (S) oraz odległość do Słońca (d). Na podstawie tych danych możliwe jest wyznaczenie mocy promieniowania Słońca.

$S = 1361.0 \pm 8.5 \text{ W/m}^2$

$d = (1.49598 \pm 0.00054) \cdot 10^8 \text{ km}$

Wykonaj następujące opracowanie danych:

- Wyznacz moc promieniowania Słońca (L) na podstawie powyższych danych i następującego równania:

$$L = 4\pi d^2 S$$

- Oblicz niepewność wyznaczenia mocy promieniowania δL przyjmując, że niepewnościami pomiarowymi obciążone są S oraz d (podane powyżej).
- Zapisz wynik końcowy w postaci $L \pm \delta L$, stosując regułę zaokrąglania i regułę dwóch cyfr znaczących w zapisie niepewności.
- Porównaj obliczoną wartość z wartością uznaną/literaturową i podaj, czy jest tu zgodność. Wskaż źródło, z którego wzięta została wartość uznana (książka, artykuł, strona internetowa).
- Wskaż dominujące źródło błędu, czyli która z niepewności danych wejściowych bardziej wpływa na niepewność wyniku końcowego.

c) Obserwator wyznaczył promień kątowy Księżyca (θ) oraz jego paralaksę geocentryczną horyzontalną (π). Na podstawie tych danych możliwe jest wyznaczenie promienia liniowego Księżyca.

$\theta = 15'.53 \pm 0'.90$

$\pi = 57'.0 \pm 1'.2$

Wykonaj następujące opracowanie danych:

- Wyznacz promień liniowy Księżyca (R_K) na podstawie powyższych danych i następującego równania:

$$R_K = R_Z \frac{sin\ \theta}{sin\ \pi}$$

gdzie: $R_Z = 6371\ km$ (promień Ziemi).

- Oblicz niepewność wyznaczenia promienia δR_K przyjmując, że niepewnościami pomiarowymi obciążone są θ oraz π (podane powyżej).
- Zapisz wynik końcowy w postaci $R_K \pm \delta R_K$, stosując regułę zaokrąglania i regułę dwóch cyfr znaczących w zapisie niepewności.
- Porównaj obliczoną wartość z wartością uznaną/literaturową i podaj, czy jest tu zgodność. Wskaż źródło, z którego wzięta została wartość uznana (książka, artykuł, strona internetowa).
- Wskaż dominujące źródło błędu, czyli która z niepewności danych wejściowych bardziej wpływa na niepewność wyniku końcowego.

d) Obserwator wyznaczył dla orbity Marsa wielką półoś (a) oraz mimośród (e). Na podstawie tych danych możliwe jest wyznaczenie peryhelium orbity marsjańskiej.

$a = (2.2794 \pm 0.0019) \cdot 10^8\ \mathrm{km}$

$e = 0.0934 \pm 0.0045$

Wykonaj następujące opracowanie danych:

- Wyznacz peryhelium orbity marsjańskiej (d_p) na podstawie powyższych danych i następującego równania:

$$d_p = a(1-e)$$

- Oblicz niepewność wyznaczenia odległości δd_p przyjmując, że niepewnościami pomiarowymi obciążone są a oraz e (podane powyżej).
- Zapisz wynik końcowy w postaci $d_p \pm \delta d_p$, stosując regułę zaokrąglania i regułę dwóch cyfr znaczących w zapisie niepewności.
- Porównaj obliczoną wartość z wartością uznaną/literaturową i podaj, czy jest tu zgodność. Wskaż źródło, z którego wzięta została wartość uznana (książka, artykuł, strona internetowa).
- Wskaż dominujące źródło błędu, czyli która z niepewności danych wejściowych bardziej wpływa na niepewność wyniku końcowego.

e) Obserwator wyznaczył promień Plutona (R) oraz jego masę (M). Na podstawie tych danych możliwe jest wyznaczenie średniej gęstości tej planety karłowatej.

$R = 1188.3 \pm 9.2\ \mathrm{km}$

$M = (1.30 \pm 0.11) \cdot 10^{22}\ \mathrm{kg}$

Wykonaj następujące opracowanie danych:

- Wyznacz średnią gęstość Plutona (ρ) na podstawie powyższych danych i następującego równania:

$$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

- Oblicz niepewność wyznaczenia średniej gęstości $\delta\rho$ przyjmując, że niepewnościami pomiarowymi obciążone są R oraz M (podane powyżej).
- Zapisz wynik końcowy w postaci $\rho \pm \delta\rho$, stosując regułę zaokrąglania i regułę dwóch cyfr znaczących w zapisie niepewności.
- Porównaj obliczoną wartość z wartością uznaną/literaturową i podaj, czy jest tu zgodność. Wskaż źródło, z którego wzięta została wartość uznana (książka, artykuł, strona internetowa).
- Wskaż dominujące źródło błędu, czyli która z niepewności danych wejściowych bardziej wpływa na niepewność wyniku końcowego.

f) Obserwator wyznaczył promień Wenus (R) oraz jej masę (M). Na podstawie tych danych możliwe jest wyznaczenie przyspieszenia grawitacyjnego na powierzchni tej planety.

$R = 6052 \pm 38\ \mathrm{km}$

$M = (4.868 \pm 0.052) \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$

Wykonaj następujące opracowanie danych:

- Wyznacz przyspieszenie grawitacyjne na powierzchni Wenus (g) na podstawie powyższych danych i następującego równania:

$$g = G\frac{M}{R^2}$$

  gdzie: $G = 6.674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\ s}^2}$ (stała grawitacji).

- Oblicz niepewność wyznaczenia przyspieszenia grawitacyjnego δg przyjmując, że niepewnościami pomiarowymi obciążone są R oraz M (podane powyżej).

- Zapisz wynik końcowy w postaci $g \pm \delta g$, stosując regułę zaokrąglania i regułę dwóch cyfr znaczących w zapisie niepewności.

- Porównaj obliczoną wartość z wartością uznaną/literaturową i podaj, czy jest tu zgodność. Wskaż źródło, z którego wzięta została wartość uznana (książka, artykuł, strona internetowa).

- Wskaż dominujące źródło błędu, czyli która z niepewności danych wejściowych bardziej wpływa na niepewność wyniku końcowego.

g) Obserwator wyznaczył moc promieniowania Słońca (L) oraz jego promień (M). Na podstawie tych danych możliwe jest wyznaczenie temperatury efektywnej Słońca.

$L = (3.828 \pm 0.078) \cdot 10^{26}\ \mathrm{W}$

$R = 695\ 700 \pm 6500\ \mathrm{km}$

Wykonaj następujące opracowanie danych:

- Wyznacz temperaturę efektywną Słońca (T_{eff}) na podstawie powyższych danych i następującego równania:

$$T_{eff} = \left(\frac{L}{4\pi R^2 \sigma}\right)^{1/4}$$

  gdzie: $\sigma = 5.6704 \cdot 10^{-8}\ \frac{\mathrm{W}}{\mathrm{m^2K^4}}$ (stała Stefana–Boltzmanna).

- Oblicz niepewność wyznaczenia temperatury efektywnej δT_{eff} przyjmując, że niepewnościami pomiarowymi obciążone są L oraz R (podane powyżej).

- Zapisz wynik końcowy w postaci $T_{eff} \pm \delta T_{eff}$, stosując regułę zaokrąglania i regułę dwóch cyfr znaczących w zapisie niepewności.

- Porównaj obliczoną wartość z wartością uznaną/literaturową i podaj, czy jest tu zgodność. Wskaż źródło, z którego wzięta została wartość uznana (książka, artykuł, strona internetowa).

- Wskaż dominujące źródło błędu, czyli która z niepewności danych wejściowych bardziej wpływa na niepewność wyniku końcowego.

h) Obserwator wyznaczył okres obiegu Ceres (P) oraz wielką półoś jej orbity (a). Na podstawie tych danych możliwe jest wyznaczenie średniej prędkości orbitalnej tej planety karłowatej.

$P = 1680 \pm 15\ \mathrm{dni}$

$a = (4.138 \pm 0.091) \cdot 10^8\ \mathrm{km}$

Wykonaj następujące opracowanie danych:

- Wyznacz średnią prędkość orbitalną Ceres, (v_{orb}) na podstawie powyższych danych i następującego równania:

$$v_{orb} = \frac{2\pi a}{P}$$

  Prędkość powinna być wyznaczona w km/s.

- Oblicz niepewność wyznaczenia średniej prędkości orbitalnej δv_{orb} przyjmując, że niepewnościami pomiarowymi obciążone są P oraz a (podane powyżej).

- Zapisz wynik końcowy w postaci $v_{orb} \pm \delta v_{orb}$, stosując regułę zaokrąglania i regułę dwóch cyfr znaczących w zapisie niepewności.

- Porównaj obliczoną wartość z wartością uznaną/literaturową i podaj, czy jest tu zgodność. Wskaż źródło, z którego wzięta została wartość uznana (książka, artykuł, strona internetowa).
- Wskaż dominujące źródło błędu, czyli która z niepewności danych wejściowych bardziej wpływa na niepewność wyniku końcowego.

i) Obserwator wyznaczył promień Ziemi (R) oraz jej masę (M). Na podstawie tych danych możliwe jest oszacowanie ciśnienia w centralnym punkcie tej planety.

$R = 6371 \pm 48\ \mathrm{km}$

$M = (5.972 \pm 0.083) \times 10^{24}\ \mathrm{kg}$

Wykonaj następujące opracowanie danych:

- Wyznacz ciśnienie w centralnym punkcie Ziemi (P_c) na podstawie powyższych danych i następującego równania:

$$P_c = \frac{3GM^2}{4\pi R^4}$$

  gdzie: $G = 6.674 \cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg\ s}^2}$ (stała grawitacji).

- Oblicz niepewność wyznaczenia ciśnienia δP_c przyjmując, że niepewnościami pomiarowymi obciążone są R oraz M (podane powyżej).
- Zapisz wynik końcowy w postaci $P_c \pm \delta P_c$, stosując regułę zaokrąglania i regułę dwóch cyfr znaczących w zapisie niepewności.
- Porównaj obliczoną wartość z wartością uznaną/literaturową i podaj, czy jest tu zgodność. Wskaż źródło, z którego wzięta została wartość uznana (książka, artykuł, strona internetowa).
- Wskaż dominujące źródło błędu, czyli która z niepewności danych wejściowych bardziej wpływa na niepewność wyniku końcowego.

j) Obserwator wyznaczył ruch własny Wegi (μ) i jej paralaksę (p). Na podstawie tych danych możliwe jest wyznaczenie prędkości tangencjalnej tej gwiazdy.

$\mu = 0.348 \pm 0.011\ \mathrm{arcsec}$

$p = 0.1302 \pm 0.0042\ \mathrm{arcsec/rok}$

Wykonaj następujące opracowanie danych:

- Wyznacz prędkość tangencjalną Wegi (v_t) na podstawie powyższych danych i następującego równania:

$$v_t = 4.74\frac{\mu}{p}$$

  uwaga: dane muszą być w jednostkach podanych powyżej, natomiast prędkość będzie wyrażona w km/s.

- Oblicz niepewność wyznaczenia prędkości δv_t przyjmując, że niepewnościami pomiarowymi obciążone są μ oraz p (podane powyżej).
- Zapisz wynik końcowy w postaci $v_t \pm \delta v_t$, stosując regułę zaokrąglania i regułę dwóch cyfr znaczących w zapisie niepewności.
- Porównaj obliczoną wartość z wartością uznaną/literaturową i podaj, czy jest tu zgodność. Wskaż źródło, z którego wzięta została wartość uznana (książka, artykuł, strona internetowa).
- Wskaż dominujące źródło błędu, czyli która z niepewności danych wejściowych bardziej wpływa na niepewność wyniku końcowego.

Podział zadań

- p. Jakub (A): podpunkty a
- p. Maciej: podpunkty b
- p. Jakub (D): podpunkty c
- p. Amelia (G): podpunkty d
- p. Amanda: podpunkty e
- p. Katarzyna: podpunkty f
- p. Krystian: podpunkty g
- p. Zuzanna: podpunkty h
- p. Martyna: podpunkty i
- p. Amelia (Sz): podpunkty j