

PULSACJE GWIAZDOWE

semestr zimowy 2019/2020

Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz

PRZYBLIŻENIE ADIABATYCZNE

$$\delta Q=0$$

$$\tau_{KH} / \tau_{dyn} \gg 1$$

$$\tau_{th} = \frac{4\pi r^3 \rho c_p T}{L}, \quad c_p = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p$$

$$\tau_{dyn} = \sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

dobrze dla dużych wartości M/L

PRZYBLIŻENIE QUASI-ADIABATYCZNE

Zmiany entropii (δS) wyliczamy z równania

$$T\delta S = \frac{i}{\sigma} \left(\frac{d\delta L}{dm} - \delta\varepsilon \right)$$

zakładając relacje adiabatyczności

$$\frac{\partial P}{P} = \Gamma_1 \frac{\delta\rho}{\rho}$$

$$\frac{\delta T}{T} = (\Gamma_3 - 1) \frac{\delta\rho}{\rho}$$

i używając adiabatycznych funkcji własnych.

PRZYBLIŻENIE QUASI-ADIABATYCZNE

$$\frac{\delta\rho}{\rho} = -\operatorname{div}(\delta\mathbf{r}), \quad \rho' = \delta\rho - \xi_r \frac{d\rho}{dr}.$$

$$\frac{\delta T}{T} = (\Gamma_3 - 1) \frac{\delta\rho}{\rho}, \quad T' = \delta T - \xi_r \frac{dT}{dr}.$$

Jeśli mamy $\delta\mathbf{r}$ to możemy wyliczyć ρ' , T' a następnie $(\rho\epsilon - \operatorname{div}F)'$ z równań

$$(\rho\epsilon)' = \rho\epsilon \left[\epsilon_T \frac{T'}{T} + (\epsilon_\rho + 1) \frac{\rho'}{\rho} \right]$$

$$\mathbf{F}' = \left[(3 - \kappa_T) \frac{T'}{T} - (1 + \kappa_\rho) \frac{\rho'}{\rho} \right] F_r \mathbf{a}_r - \frac{4a\tilde{c}T^3}{3\kappa\rho} \nabla T'$$

PRZYBLIŻENIE QUASI-ADIABATYCZNE

Urojoną część wartości własnej ω
liczymy ze wzoru

$$\text{Im}(\sigma) = \frac{1}{2\sigma_{\text{ad}}^2} \frac{\int_0^M \frac{\delta T}{T} \left(\frac{d\delta L}{dm} - \delta\varepsilon \right) dm}{\int_0^M \xi_r^2 dm}$$

Ogólnie dobre poza warstwami zewnętrznymi

WŁASNOŚCI PULSACJI NIEADIABATYCZNYCH

Liniiowe pulsacje nieadiabatyczne opisywane są przez układ sześciu równań różniczkowych z 6 zmiennymi $\xi_r, p', T', \delta Q, \Phi', F_r'$.

Wszystkie wartości własne i funkcje własne są **zespolone**.

Okres pulsacji dany jest przez część rzeczywistą wartości własnej: $\Pi = 2\pi / \Re(\omega)$.

$\Im(\omega)$ mówi o tym czy zaburzenie narasta czy maleje

Dany mod pulsacji jest opisany przez funkcje własne, (głównie $y(r)$, $z(r)$, $p(r)$, $f(r)$), które pozwalają badać w czasie ewolucje dowolnego zaburzenia.

Opisują one odpowiednio składową radialną i horyzontalną przesunięcia, zmiany ciśnienia i zmiany jasności.

Abs(f) - względna zmiana danej wielkości fizycznej

Arg(f) - przesunięcie fazowe danej wielkości fizycznej

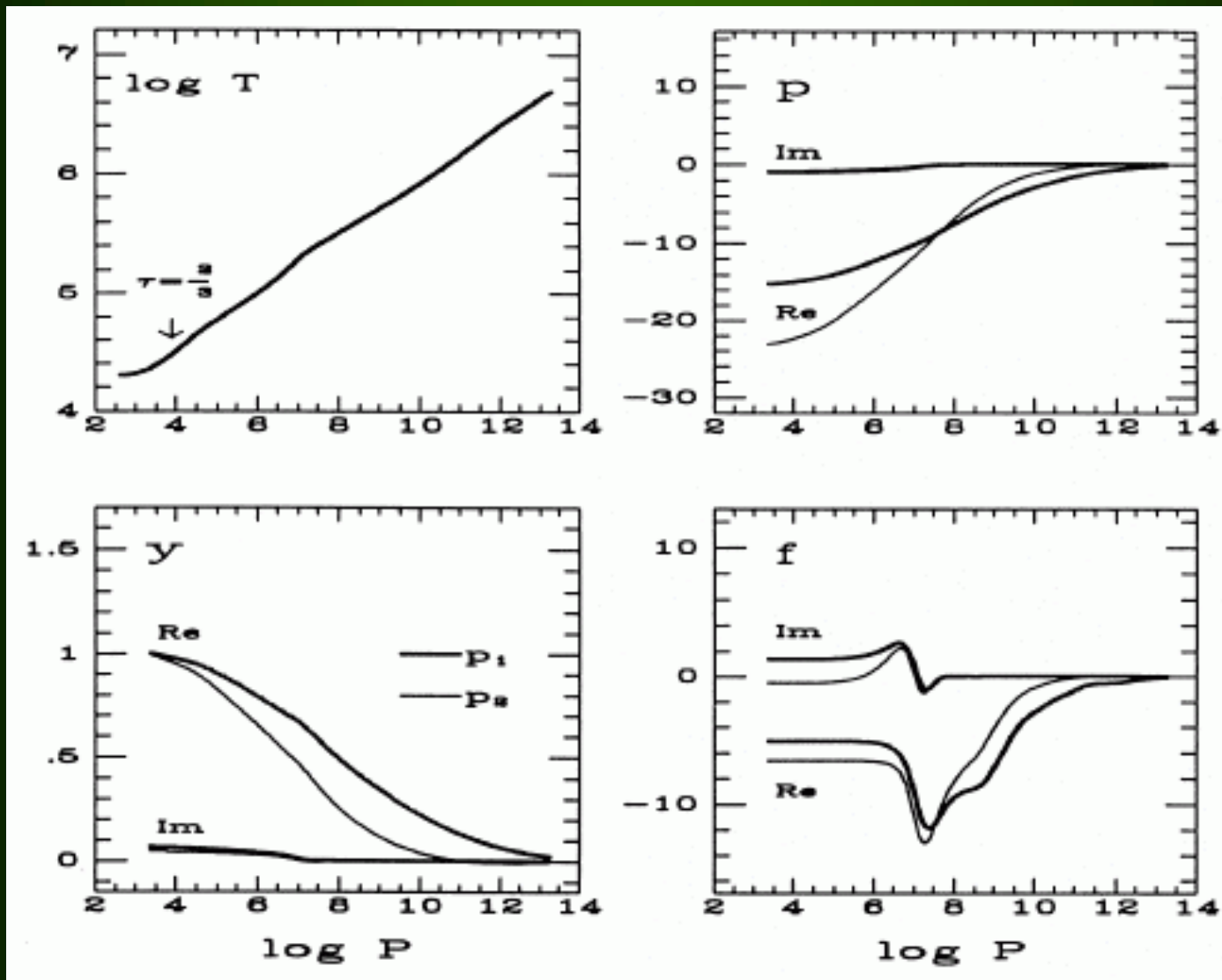
W układzie współrotującym z gwiazdą mamy

$$\begin{aligned}\delta r''(r'', \theta'', \phi'', t) &= r'' y_{nlm}(r'') Y_\ell^m(\theta'', \phi'') \exp(i\omega_{nlm}t), \\ \delta \theta''(r'', \theta'', \phi'', t) &= z_{nlm}(r'') \frac{\partial}{\partial \theta''} Y_\ell^m(\theta'', \phi'') \exp(i\omega_{nlm}t), \\ \delta \phi''(r'', \theta'', \phi'', t) &= \frac{z_{nlm}(r'')}{\sin^2 \theta''} \frac{\partial}{\partial \phi''} Y_\ell^m(\theta'', \phi'') \exp(i\omega_{nlm}t),\end{aligned}$$

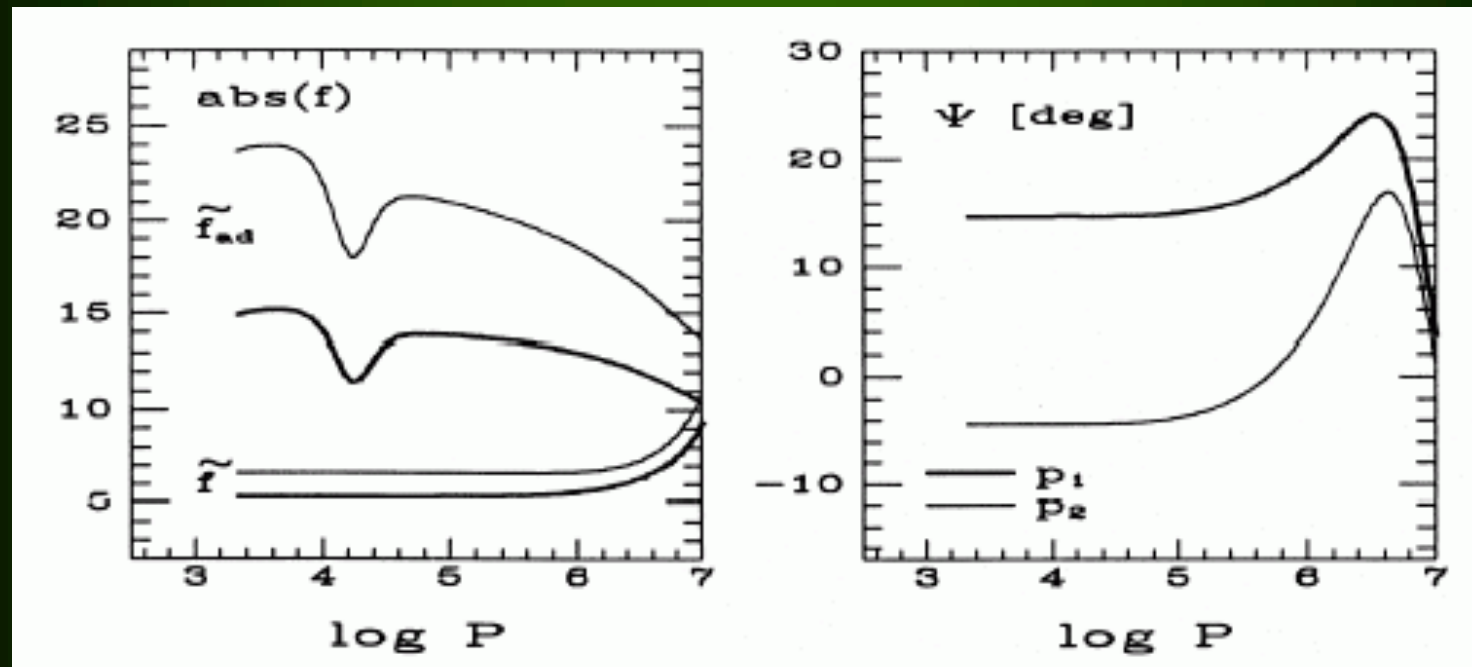
$$\frac{\delta P}{P} = p_{nlm}(r'') Y_\ell^m(\theta'', \phi'') \exp(i\omega_{nlm}t)$$

$$\frac{\delta(4\pi r''^2 \mathcal{F})}{L^0} = f_{nlm}(r'') Y_\ell^m(\theta'', \phi'') \exp(i\omega_{nlm}t).$$

Radialne funkcje własne dla $\ell=0$, p_1 i p_2 w zewnętrznych warstwach modelu β Cep, o parametrach: $M=12 M_{\odot}$, $\log T_{\text{eff}}=4.371$, $X=0.7$, $Z=0.02$, $X_c=0.082$.



Funkcja zmian jasności f w podejściu adiabatycznym i nieadiabatycznym (parametry modelu takie same jak na poprzednim slajdzie, ale pokazano tylko zewnętrzne 5%R).



$$\tilde{f}_{\text{ad}} = 4 \nabla_{\text{ad}} p + 2y \quad \text{Buta \& Smith (1979)}$$

$$\Psi = 180^\circ - \arg(f)$$

w przybliżeniu adiabatycznym $\Psi = 0^\circ$

Jeśli przyjmiemy, że na powierzchni $\Re(y_{nlm})=1$,
to **p** i **z** na powierzchni możemy wyrazić przez

$$p_{nlm} \approx -3\sigma_{nlm}^2 - 4 + \frac{l(l+1)}{3\sigma_{nlm}^2},$$

$$z_{nlm} \approx \frac{1}{3\sigma_{nlm}^2}.$$

OBSERVABLE NIEADIABATYCZNE

$|f| = \text{abs}(f/y)$ - stosunek lokalnej amplitudy jasności do amplitudy przesunięcia radialnego na poziomie fotosfery

$\psi = \text{arg}(f/y)$ - różnica faz między maksimum blasku a maksimum promienia

Co nam daje teoria nieadiabatyczna ?

- ✦ jak zmienia się temperatura gwiazdy w czasie pulsacji
- ✦ informacje na temat niestabilności

WZBUDZANIA MODÓW PULSACJI

1. samowzbudzanie

2. poprzez zewnętrzną siłę

Ad. 1. w gwiazdzie są obszary, które działają jak silnik cieplny

Ad. 2. wzbudzenie stochastyczne przez turbulentną konwekcję
np. oscylacje typu słonecznego

PULSACJE SAMOWZBUDZANE (SELF-EXCITED OSCILLATIONS)

**Ponieważ wartość własna, ω , jest zespolona
zależność czasowa oscylacji ma postać**

$$\cos(\omega_R t) \exp(\omega_I t)$$

znak ω_I mówi o tym czy zaburzenie narasta czy maleje.

**$\omega_I \geq 0$ amplituda oscylacji rośnie
 $\omega_I < 0$ amplituda oscylacji maleje**

$\omega_I \geq 0$ mod jest liniowo niestabilny (niestabilność pulsacyjna)

$\omega_I < 0$ mod jest tłumiony (stabilność pulsacyjna)

Szacowanie ω_I

Jeśli używamy adiabatycznych funkcji własnych to δF jest poprawką do strumienia na odejście od adiabatyczności.

Wyrażenie na p' zapisujemy postaci

$$\begin{aligned}\frac{p'}{p} &= \Gamma_1 \frac{\rho'}{\rho} + \xi_r \left(\frac{d \ln p}{dr} - \Gamma_1 \frac{d \ln \rho}{dr} \right) + \frac{i}{\omega} \frac{\Gamma_3 - 1}{p} (\rho \epsilon - \operatorname{div} \mathbf{F})' \\ &= \frac{p'_{\text{ad}}}{p} + \frac{i}{\omega} \frac{\Gamma_3 - 1}{p} (\rho \epsilon - \operatorname{div} \mathbf{F})',\end{aligned}$$

gdzie

$$p'_{\text{ad}} = p \Gamma_1 \frac{\rho'}{\rho} + \xi_r p \left(\frac{d \ln p}{dr} - \Gamma_1 \frac{d \ln \rho}{dr} \right)$$

Szacowanie ω_I

równanie ruchu

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \delta \mathbf{r}}{\partial t^2} = \rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p' + \rho_0 \mathbf{g}' + \rho' \mathbf{g}_0$$

Po separacji zależności czasowej, możemy zapisać jako

$$-\rho \omega^2 \delta \mathbf{r} = -\nabla p'_{\text{ad}} + \rho \mathbf{g}' + \rho' \mathbf{g} - \frac{i}{\omega} \nabla [(\Gamma_3 - 1)(\rho \epsilon - \text{div } \mathbf{F})']$$

Szacowanie ω_I

Możemy więc napisać

$$\omega^2 \delta \mathbf{r} = \mathcal{F}_{\text{ad}}(\delta \mathbf{r}) + \delta \mathcal{F}(\delta \mathbf{r}) ,$$

gdzie

$$\mathcal{F}_{\text{ad}}(\delta \mathbf{r}) = \frac{1}{\rho} \nabla p'_{\text{ad}} - \mathbf{g}' - \frac{\rho'}{\rho} \mathbf{g} ,$$

$$\delta \mathcal{F}(\delta \mathbf{r}) = \frac{i}{\omega \rho} \nabla [(\Gamma_3 - 1)(\rho \epsilon - \text{div } \mathbf{F})']$$

Czyli efekt nieadiabatywności możemy traktować jako zaburzenie operatora adiabatycznego F_{ad}

Szacowanie ω_I

efekt odejścia od adiabaty czności
na częstotliwość liczymy z równania

$$\delta\omega^2 \simeq \frac{\langle \delta\mathbf{r}_0, \delta\mathcal{F}(\delta\mathbf{r}_0) \rangle}{\langle \delta\mathbf{r}_0, \delta\mathbf{r}_0 \rangle}$$

czyli

$$\delta\omega^2 = \frac{i \int_V \delta\mathbf{r}^* \cdot \nabla [(\Gamma_3 - 1)(\rho\epsilon - \text{div } \mathbf{F})'] dV}{\int_V \rho |\delta\mathbf{r}|^2 dV}$$

Całkę w mianowniku możemy przepisać:

$$\int_V \text{div} [\delta \mathbf{r}^* (\Gamma_3 - 1) (\rho \epsilon - \text{div } \mathbf{F})'] dV - \int_V \text{div} (\delta \mathbf{r}^*) (\Gamma_3 - 1) (\rho \epsilon - \text{div } \mathbf{F})' dV$$

Korzystamy z równania ciągłości i otrzymujemy

$$\delta \omega = \frac{i}{2\omega^2} \frac{\int_V \frac{\delta \rho^*}{\rho} (\Gamma_3 - 1) (\rho \epsilon - \text{div } \mathbf{F})' dV}{\int_V \rho |\delta \mathbf{r}|^2 dV} .$$

$$\delta \omega = i \omega_1$$

$$\omega_1 \simeq \frac{1}{2\omega^2} \frac{\int_V \frac{\delta \rho^*}{\rho} (\Gamma_3 - 1) \delta (\rho \epsilon - \text{div } \mathcal{F}) dV}{\int_V \rho |\delta \mathbf{r}|^2 dV}$$

Interpretacja wyrażenia na ω_I

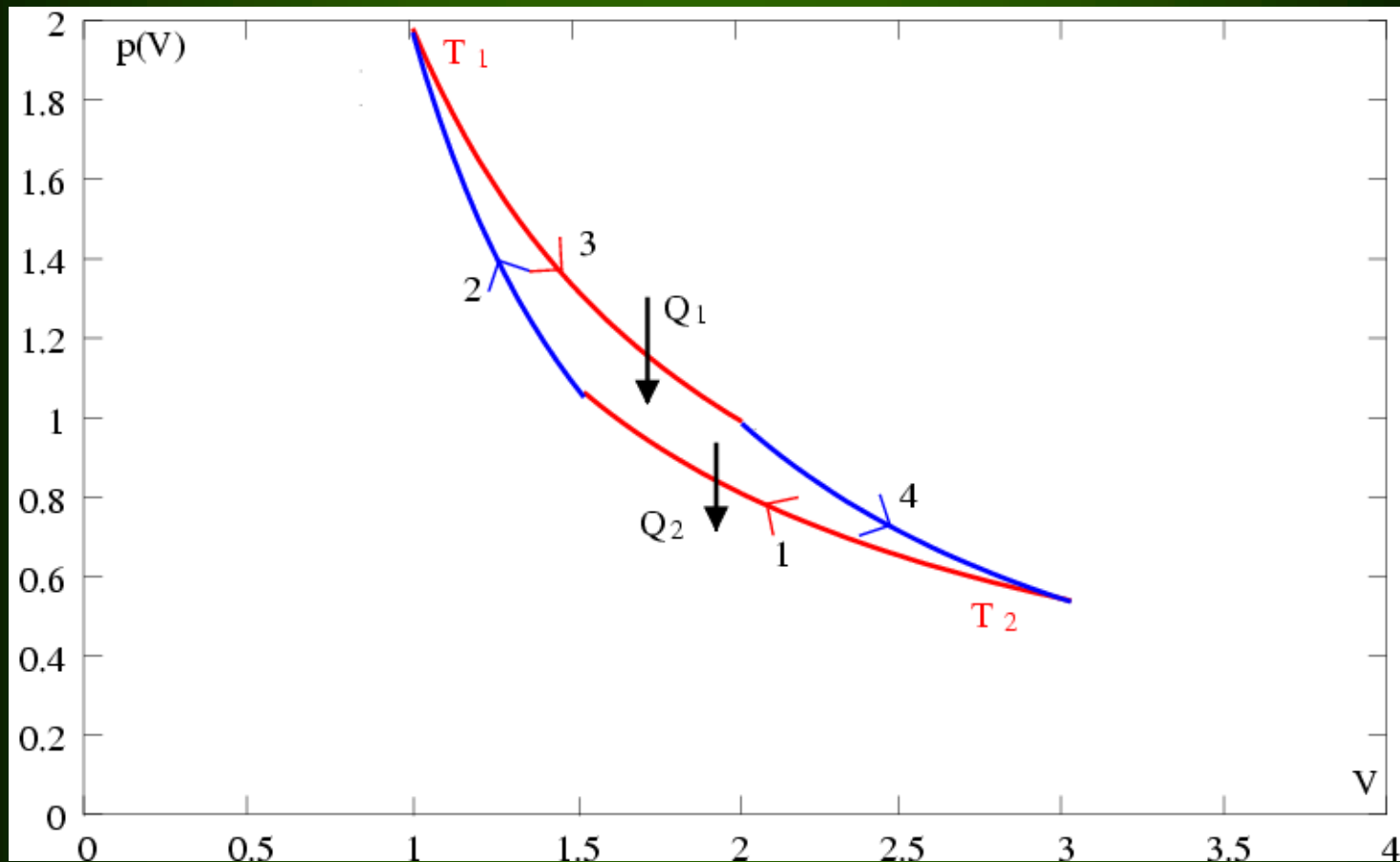
Dodatni wkład do napędzania pochodzi od tych warstw, które pobierają ciepło w fazie maksymalnego sprężenia.



Miejsce, gdzie $\delta\rho/\rho$ i $\delta(\rho\varepsilon - \text{div}F)$ mają ten sam znak.

Jest to warunek na pobieranie energii mechanicznej w maszynie cieplnej (cykl Carnota).

cykl Carnota



Rozpatrzmy całkę pracy, W , która jest energią netto uzyskaną przez mod w czasie jednego cyklu oscylacji:

$$\frac{dE}{dt} = \int_0^M \frac{\delta T}{T} \frac{d\delta Q}{dt} dM_r = \int_0^M \frac{\delta T}{T} \delta \left[\varepsilon - \frac{1}{\rho} \operatorname{div} \mathcal{F}_R \right] dM_r$$

gdzie

$$E = \frac{1}{2} \int \left[(\mathbf{v}')^2 + \left(\frac{p'}{\rho c} \right)^2 + \frac{g^2}{N^2} \left(\frac{p'}{\Gamma_1 \rho} - \frac{\rho'}{\rho} \right)^2 \right] dM_r$$

$$W = \oint \frac{dE}{dt} dt = \frac{\pi}{\omega} \int_0^M \left[\frac{\delta T}{T} \delta \varepsilon - \frac{\delta T}{T} \delta \left(\frac{1}{\rho} \operatorname{div} \mathcal{F}_R \right) \right] dM_r$$

$W > 0$ energia pulsacji rośnie

**Energia pulsacji zmienia się w wyniku perturbacji
tempa reakcji nuklearnych oraz strumienia energii.**

$\delta\varepsilon$ - **mechanizm ε** (zależność palenia od temperatury i gęstości)

ponieważ

$$\int_0^M \frac{\delta T}{T} \delta\varepsilon dM_r = \int_0^M \varepsilon \left(\varepsilon_T + \frac{\varepsilon_\rho}{\Gamma_3 - 1} \right) \left(\frac{\delta T}{T} \right)^2 dM_r$$

$$\varepsilon_T = \left(\frac{\partial \ln \varepsilon}{\partial \ln T} \right)_\rho \approx 4 - 30$$

$$\varepsilon_\rho = \left(\frac{\partial \ln \varepsilon}{\partial \ln \rho} \right)_T \approx 1 - 2$$

$$\Gamma_3 - 1 \approx \frac{2}{3}$$

człon ten ma zawsze wkład dodatni do całki pracy, ale jest on prawie zawsze nieistotny

Zaniedbując $\delta\epsilon$, możemy zapisać całkę pracy w postaci

$$W = - \int d^3x \nabla_{\text{ad}} \oint dt \text{Re} \left[\left(\frac{\delta P}{P} \right)^* \delta \text{div} \mathbf{F}_R \right]$$

Jeśli założymy przybliżenie dyfuzyjne, to

$$\delta \text{div} \mathbf{F}_R = \frac{1}{4\pi r^2} \frac{d \delta L_r}{dr}$$

gdzie L_r oznacza lokalną moc promieniowania

$$\frac{\delta L_r}{L_r} = \frac{dr}{d \ln T} \frac{d}{dr} \left(\frac{\delta T}{T} \right) - \frac{\delta \kappa}{\kappa} + 4 \left(\frac{\delta T}{T} + \frac{\delta r}{r} \right)$$



1



2



3

Wyrażenie to jest ściśle dla pulsacji radialnych.

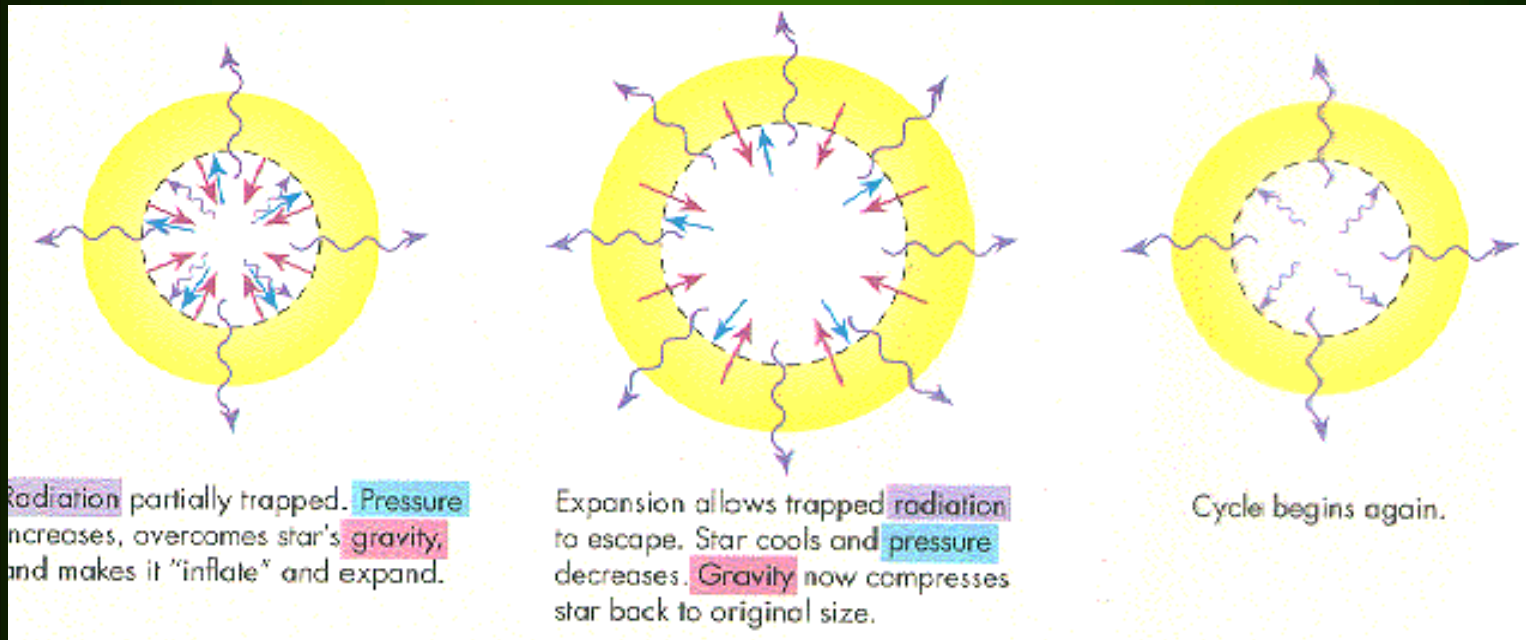
1 straty promieniste \rightarrow stabilizacja

2 efekt κ

3 efekt r – w czasie kompresji całkowita powierzchnia zmniejsza się \Rightarrow wkład dodatni efekt γ - bezpośredni wpływ temperatury na zmiany jasności. W strefach częściowej jonizacji wzrost temperatury jest mniejszy, bo γ ma zredukowaną wartość.

Mechanizm zaworu Eddingtona (1926)

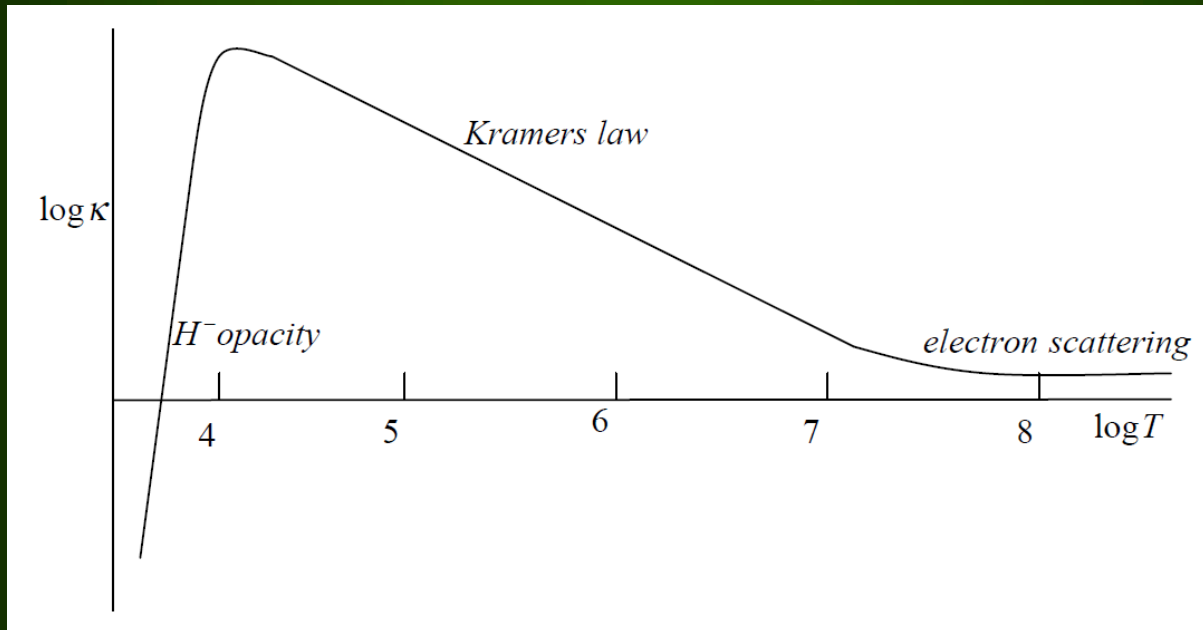
- ☀️ Warstwa sprężona jest bardziej nieprzezroczysta i magazynuje energię płynącą w kierunku powierzchni. Warstwa jest wypychana na zewnątrz.
- ☀️ Ekspandująca otoczka staje się bardziej przezroczysta i uwieszone ciepło ucieka. Warstwa opada.



Czyli κ musi wzrastać z kompresją !

Ale w większości obszarów gwiazdy gorętszy gaz jest bardziej przezroczysty.

wzór Kramersa: $\kappa \sim \rho T^{-3.5}$



???

Mechanizm nieprzezroczystości Zhevakina (1953)

Mechanizm zaworu może działać w strefach częściowej jonizacji.

- ✿ Gdy gaz jest sprężany, dostarczane ciepło jest zużywane na dalszą jonizację a nie na wzrost temperatury. Natomiast wzrost gęstości powoduje wzrost κ .
- ✿ Podczas ekspansji, temperatura nie maleje znacząco, gdyż jony rekombinują z elektronami i uwalniają energię. κ maleje z malejącą gęstością.

Mechanizm $\kappa+\gamma$

MECHANIZM KAPPA

Mechanizm **kappa** może działać tylko tam, gdzie mamy lokalne maksima współczynnika κ .

W obszarach takich strumień promieniowana może być blokowany i zamieniany na energię kinetyczną pulsacji.

Strumień wpływający jest większy od wypływającego !

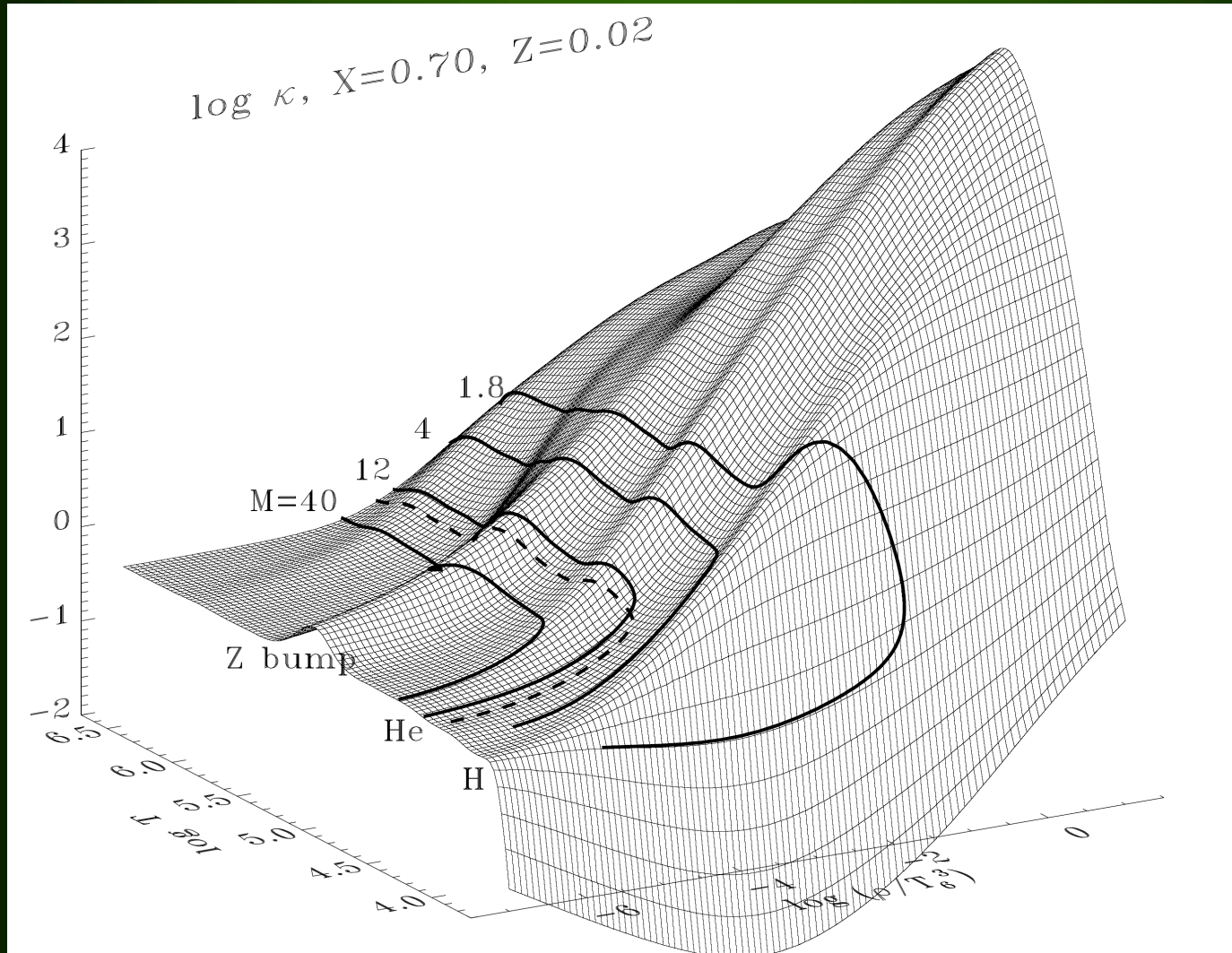
MECHANIZM KAPPA

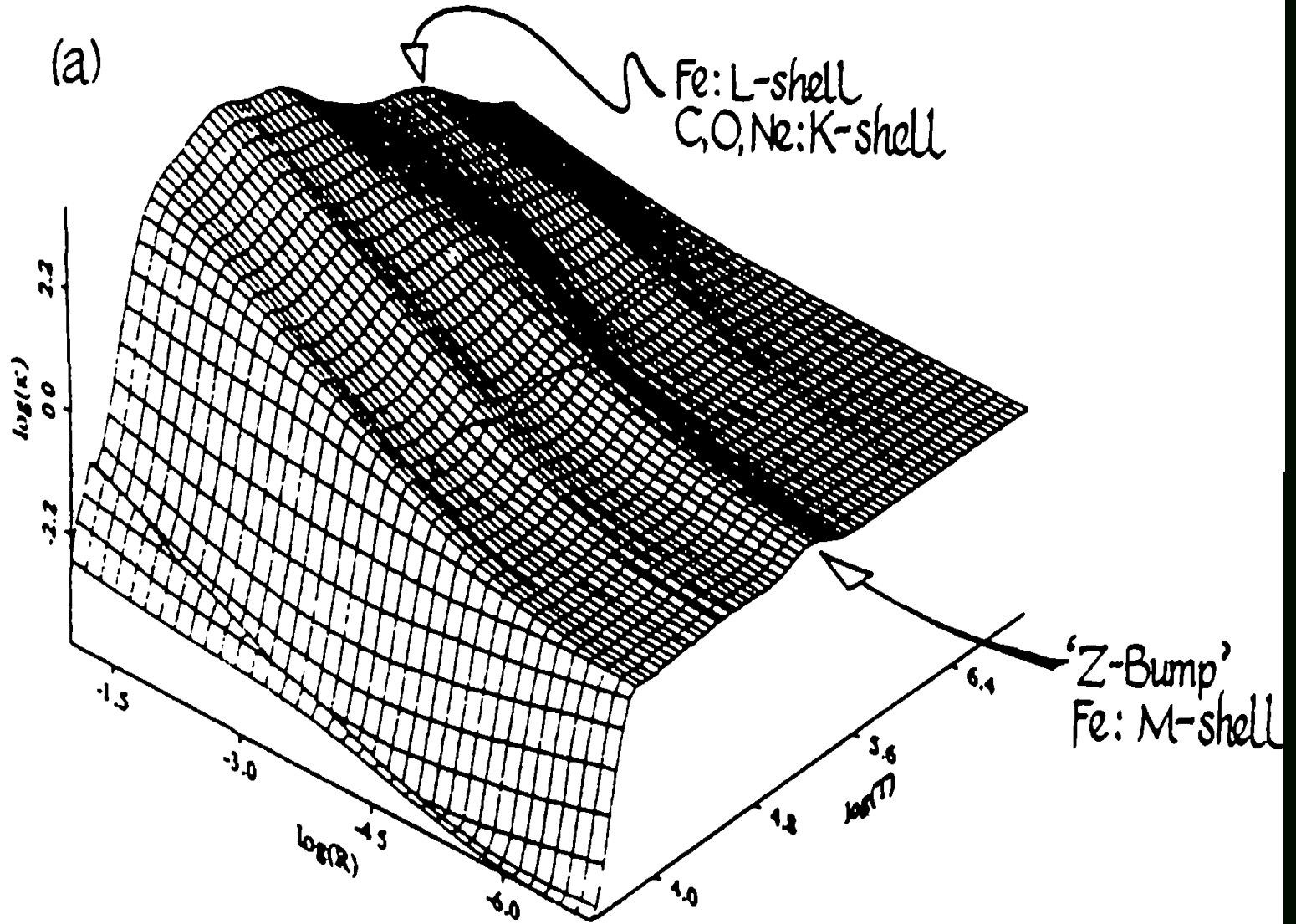
Dla napędzania pulsacji najważniejsze jest zachowanie współczynnika nieprzezroczystości κ , oraz jego pochodnych κ_T i κ_ρ , gdzie

$$\kappa_T = (\partial \ln \kappa / \partial \ln T)_\rho$$

$$\kappa_\rho = (\partial \ln \kappa / \partial \ln \rho)_T$$

Nieprzezroczystość, κ (OPAL), w zależności od $\log T$ i $\log \rho/T_6^3$ ($T_6 = T/10^6$).





Mamy cztery główne maksima współczynnika κ

$T = 1.0 - 1.2 \cdot 10^4$ K – jonizacja **wodoru**



$T = 4.5 - 5.0 \cdot 10^4$ K – druga jonizacja **helu**



$T = 1.5 - 2.0 \cdot 10^5$ K – absorpcja przez wzbudzone jony **metali** głównie z grupy Fe (przejścia związane-związane w atomach)
„Z-bump”

$T = 1.5 - 2.0 \cdot 10^6$ K – częściowa jonizacja C(V,VI), O(VII,VIII),
Ne + Fe

DOB - „deep opacity bump”

W różnych modelach gwiazdy maksima te występują w okolicach tych samych temperatur, ale na różnych głębokościach geometrycznych i przy różnych gęstościach.

Maksimum κ związane z metalami było przez długi czas nieznane.
Zostało odkryte dopiero w roku 1992 przez dwa zespoły:

OPAL – kilkoro fizyków z Livermore: F. J. Rogers, C.A.Iglesias i in.

1990 ApJ 360, 221

1992 ApJ 397, 717; ApJS 79, 507

1994 Science 263, 50

1996 ApJ 456, 902

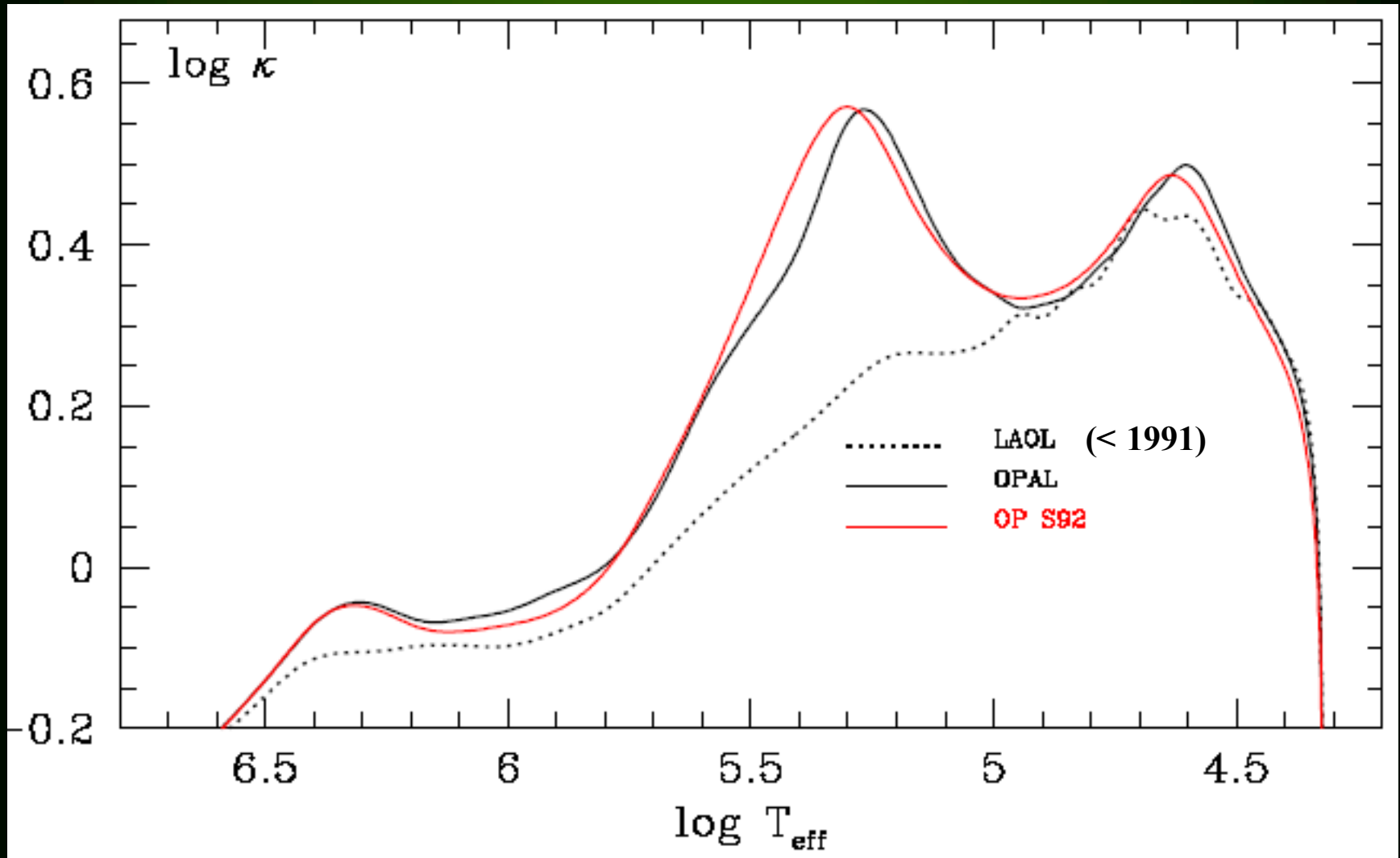
**OP (Opacity Project) – międzynarodowy zespół fizyków
kierowany przez M. J. Seaton**

1993 MNRAS 265, L25

1996 MNRAS 279, 95

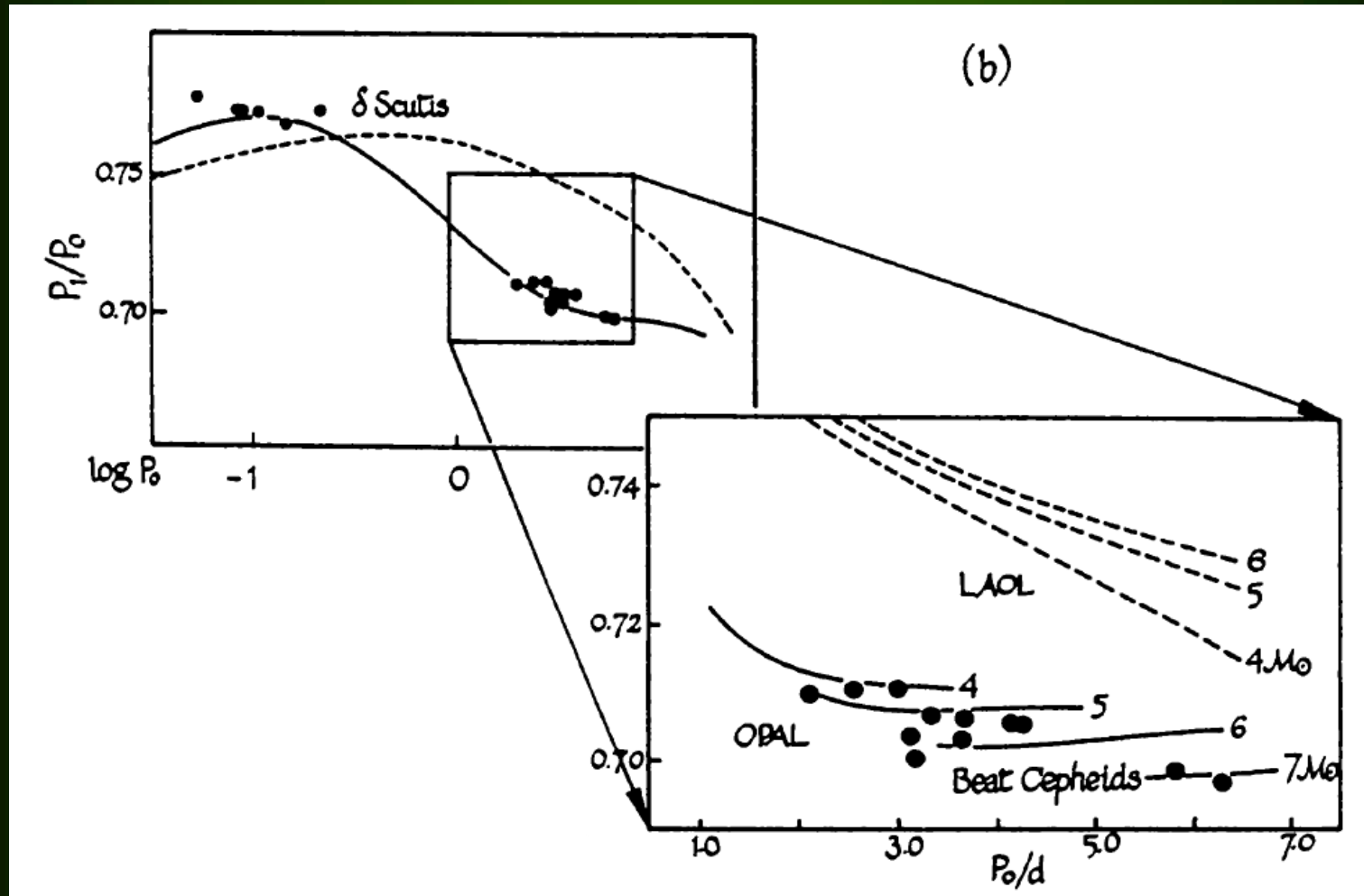
2005, MNRAS 362, L1

„Opacity” wewnątrz modelu β Cephei ($M=12 M_{\odot}$, $X=0.70$, $Z=0.02$):
OP (Seaton et al.) vs. OPAL (Livermore) vs. LAOL (Los Alamos)



Simon (1982) - zwiększenie nieprzezroczystości w okolicy $T=10^5$ K pozwoliłoby na wyjaśnienie pulsacji gwiazd typu B oraz pewnych rozbieżności w cefeidach klasycznych

Diagram Petersena (P_1/P_0 vs $\log P_0$) dla dwumodalnych gwiazd δ Scuti i Cefeid klasycznych dla tablic LAOL i OPAL



LAOL – Los Alamos Opacity Library

WŁAŚCIWOŚCI MECHANIZMU KAPPA

Mechanizm **kappa** działa tam, gdzie $\delta\kappa/\kappa$ zmienia się szybko z promieniem.

Obszar, gdzie $\kappa_T + \kappa_\rho / (\Gamma_3 - 1)$ wzrasta na zewnątrz ma wkład dodatni do napędzanie pulsacji.
W przeciwnym wypadku mamy tłumienie.

Decydujące znaczenie ma pochodna κ_T !

Ponadto muszą być spełnione dwa następujące warunki:

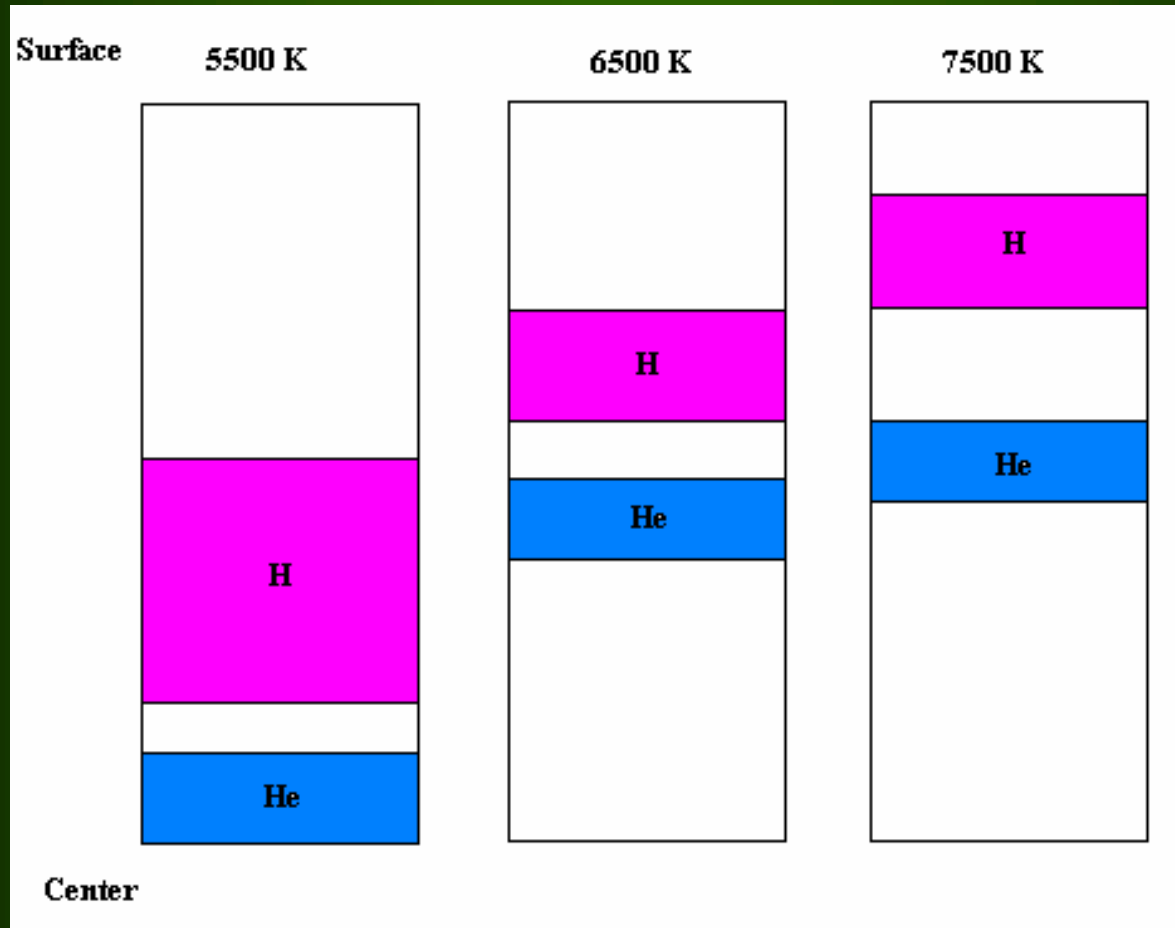
- 1.** Amplituda oscylacji musi być względnie duża i zmieniać się wolno w obszarze napędzania.
- 2.** Termiczna skala czasowa (τ_{th}) w obszarze napędzania musi być porównywalna lub dłuższa od okresu pulsacji (τ_{puls}). W przeciwnym wypadku obszar będzie w równowadze termicznej.

Warunki te oznaczają, że warstwa napędzająca musi znajdować się na **odpowiedniej** głębokości geometrycznej.

Warstwa położona zbyt **płytko** \Rightarrow ilość energii zaabsorbowanej przez rzadką materię może być niewystarczająca dla podtrzymania pulsacji

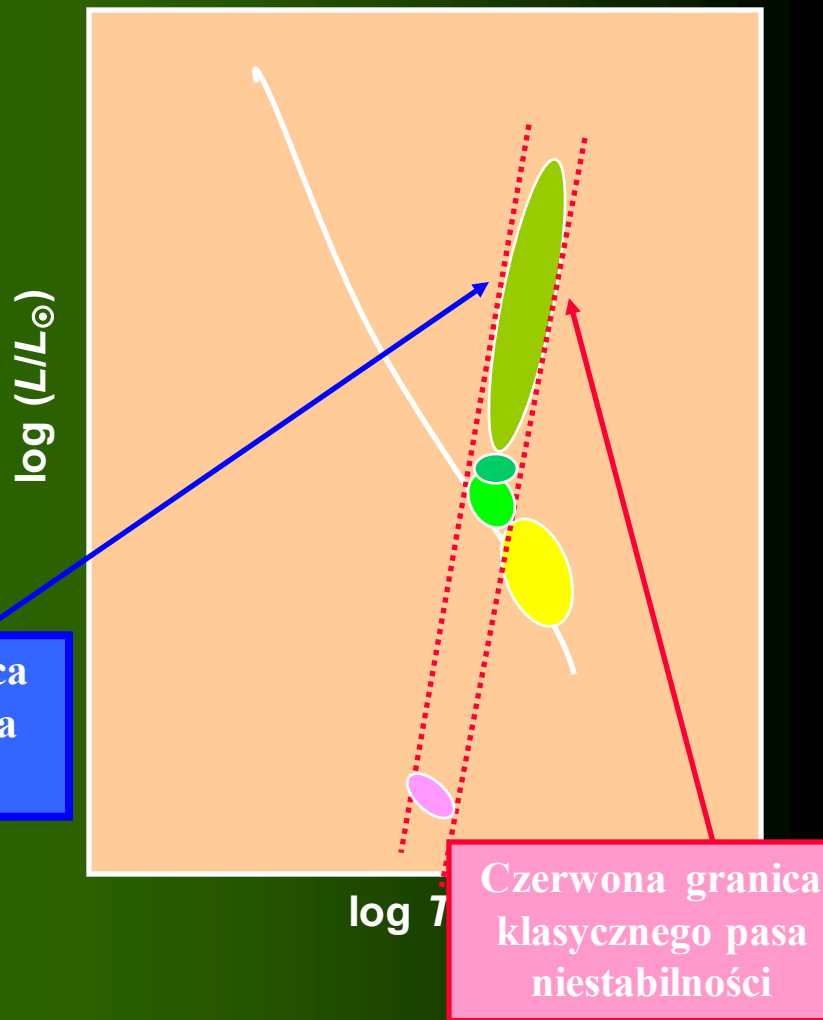
Warstwa położona zbyt **głęboko** \Rightarrow amplituda zmian temperatury jest bardzo mała i warstwa pochłonie zbyt mało energii, aby być wydajna

Rozważmy $\log L/L_{\odot} \approx 3$ i trzy wartości temperatur:



Gwiazda gorętsza niż $T_{\text{eff}} \sim 7500\text{K}$
ma strefy częściowej jonizacji
zbyt blisko powierzchni.

W gwiazdzie chłodniejszej niż
 $T_{\text{eff}} \sim 5500\text{K}$ konwekcja powstrzymuje
gromadzenie ciepła i ciśnienia.



Niebieska granica
klasycznego pasa
niestabilności

Czerwona granica
klasycznego pasa
niestabilności

Cefeidy, W Vir, RR Lyr, δ Sct, RV Tau -- mechanizm $\kappa+\gamma$
związany z warstwą jonizacji HeII (Baker & Kippenhahn 1962)

β Cep, SPB, sdBV -- klasyczny mechanizm κ związany z liniami metali grupy żelaza (Fe, Ni, Mn, Cr). Pierwsze obliczenia: Cox et al., Kiriakidis et al., Moskalik & Dziembowski (1992) z tablicami OPAL (Iglesias et al. 1990, Rogers & Iglesias 1992). Ale dopiero następne prace z ulepszoną wersją tablic OPAL, Dziembowski & Pamyatnykh(1993), Gautschy & Saio (1993), nie wymagały założenia bardzo wysokiej obfitości metali.

Miry, roAp -- warstwa jonizacji H

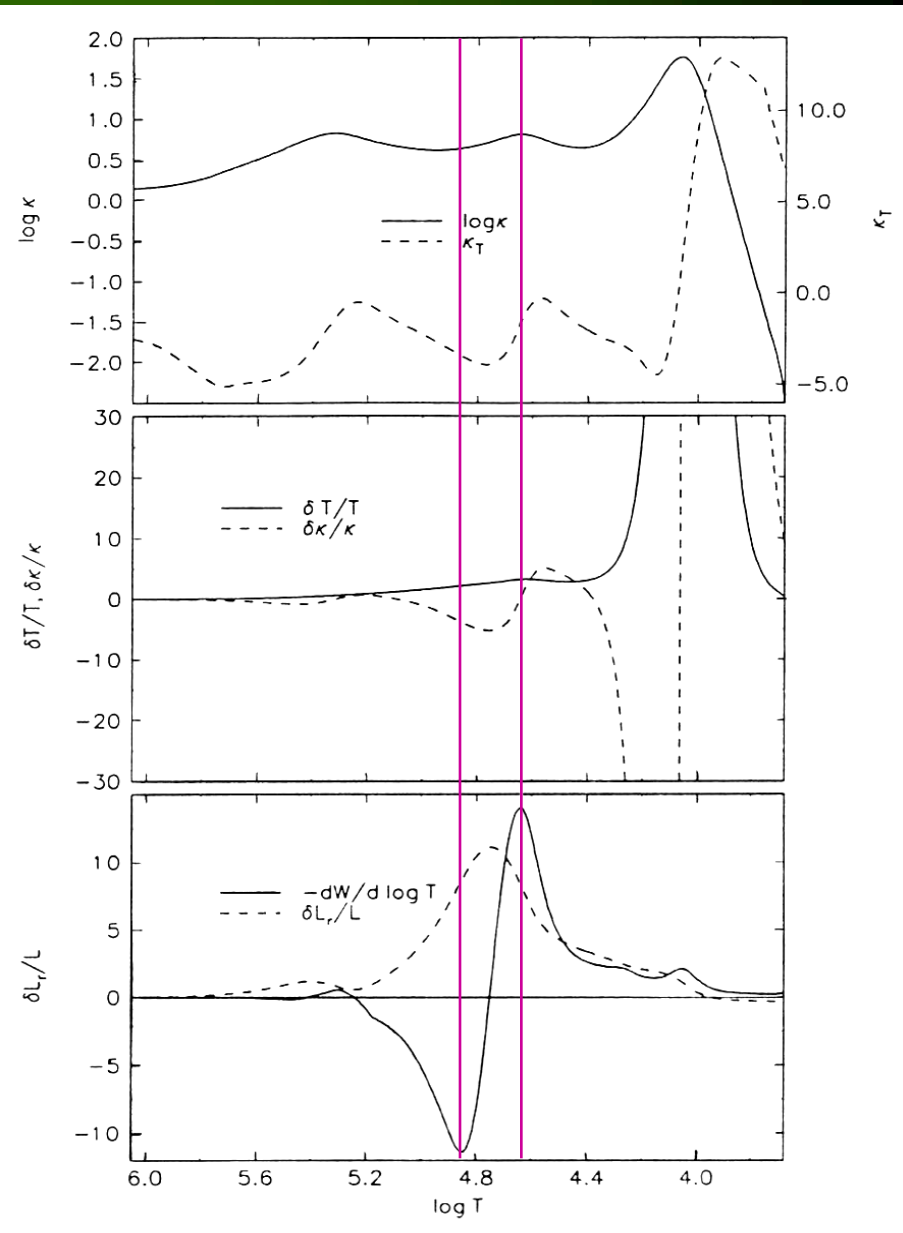
białe karły DA -- warstwa jonizacji H

białe karły DB -- warstwa jonizacji HeII

białe karły DO i PNNV – jonizacja C(V,VI) i O(VII,VIII)

Działanie mechanizmu κ dla modelu Cefeidy o parametrach: $M=6M_{\odot}$, $\log T_{\text{eff}}=3.75$, $\log L/L_{\odot}=3.32$, dla $\ell=0$, p_1 , $P=5.5$ [d]. Wartość $\log T=6$ odpowiada $r/R=0.26$.

**$\log T=4.65$ - główny wkład do napędzania
 $\log T=4.85$ - główny wkład do tłumienia**



Mechanizm κ w gwiazdach pulsujących ciągu głównego

Bierzemy trzy reprezentatywne modele:

β Cep -- $M = 12 M_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 23800 \text{ K}$

SPB -- $M = 4 M_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 12450 \text{ K}$

δ Sct -- $M = 1.8 M_{\odot}$, $T_{\text{eff}} = 7280 \text{ K}$

Niestabilne **mody** $\ell=1$ dla poszczególnych modeli:

β Cep -- mody p_1 - p_3 o okresach od 0.211 do 0.153 dnia

SPB -- mody g_{53} - g_{22} o okresach od 3.489 do 1.482 dnia

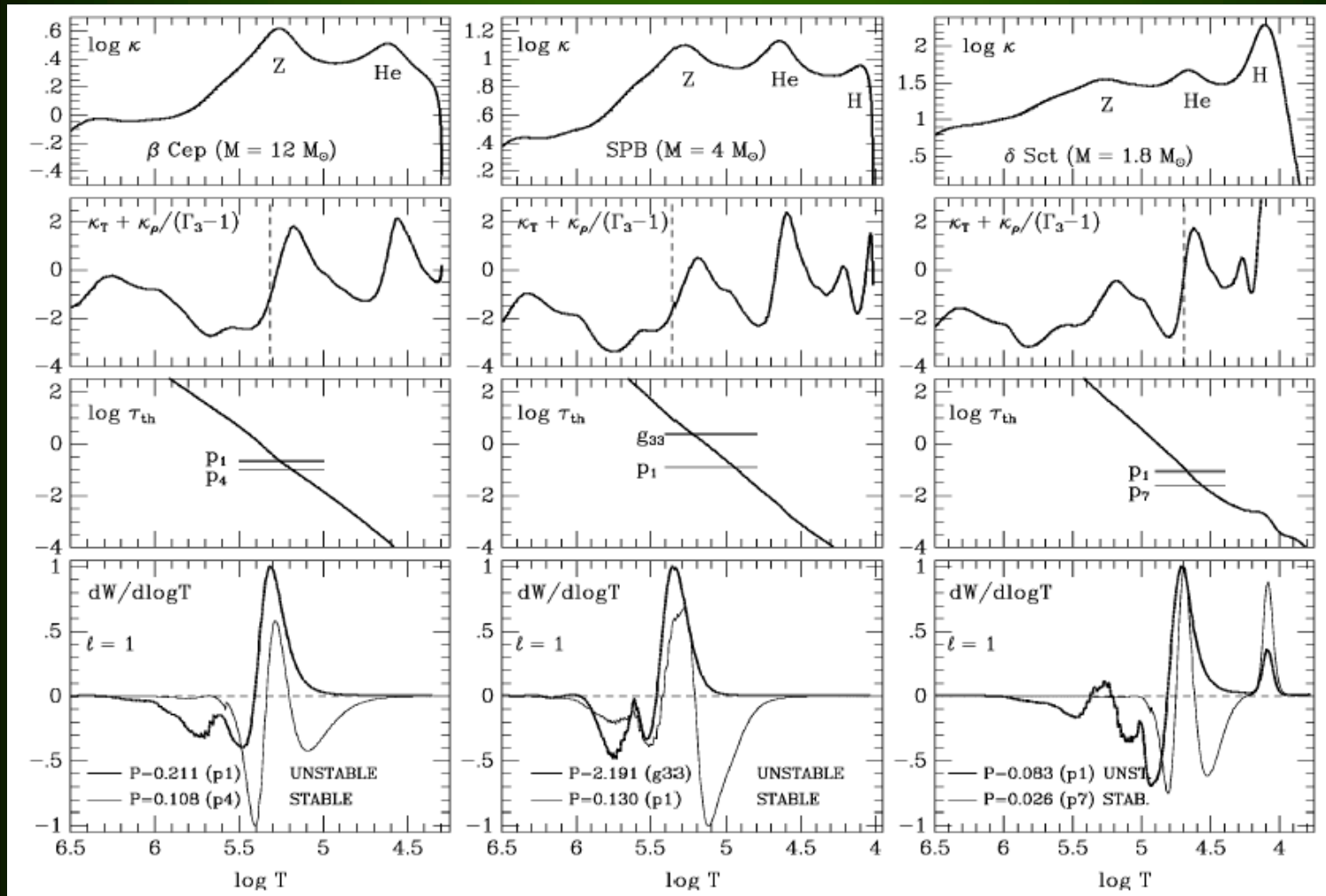
δ Sct -- mody g_2 , g_1 oraz p_1 - p_6 o okresach od 0.104 do 0.052 dnia

κ , pochodne $\kappa_T + \kappa_\rho / (\Gamma_3 - 1)$, termiczna skala czasowa τ_{th} (w dniach) i pochodna całki pracy dla modów $\ell=1$ dla trzech typów zmiennych.

β Cep

SPB

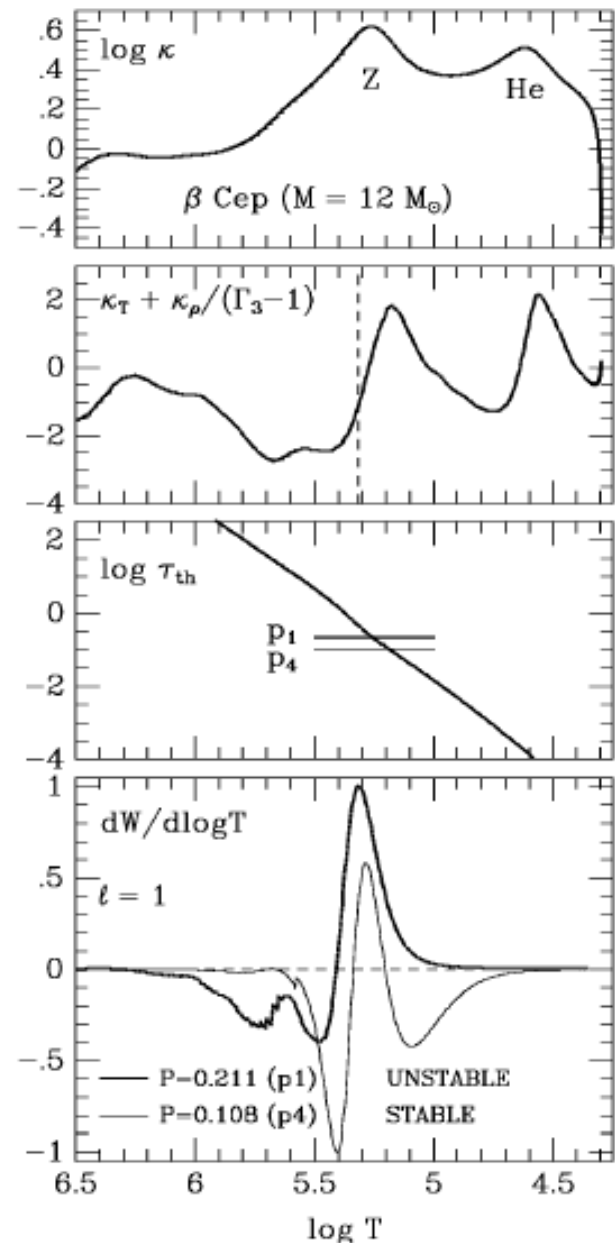
δ Sct



W modelu β Cep termiczna skala czasowa jest porównywalna z okresem pulsacji modów p o niskich owertonach.

Mody akustyczne o wysokich rzędach, n , są stabilne, ponieważ mają bardzo krótkie okresy i zaczyna działać tłumienie nad obszarem „bumpu” metalowego.

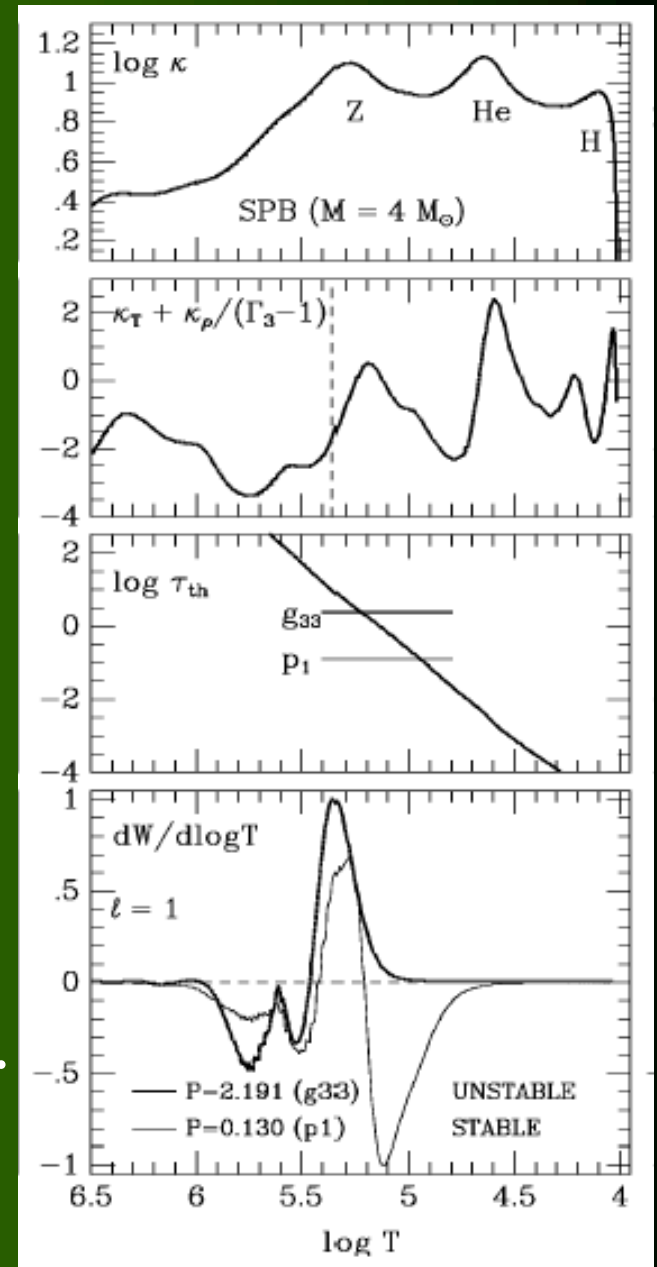
Mody grawitacyjne o dłuższych okresach są stabilne, z powodu warunku na termiczną skalę czasowych oraz silniejszego tłumienia poniżej obszaru „bumpu” metalowego.



W modelu **SPB**, termiczna skala czasowa w obszarze „bumpu” metalowego jest 20x dłuższa, gdyż jest on położony dużo głębiej. τ_{th} jest porównywalna z modami g o wysokich owertonach.

Mody p i g niskich rzędów są stabilny, ponieważ dla tak krótkich okresów zaczyna działać warstwa tłumiąca znajdująca się pomiędzy „bumpem” metalowym i helowym.

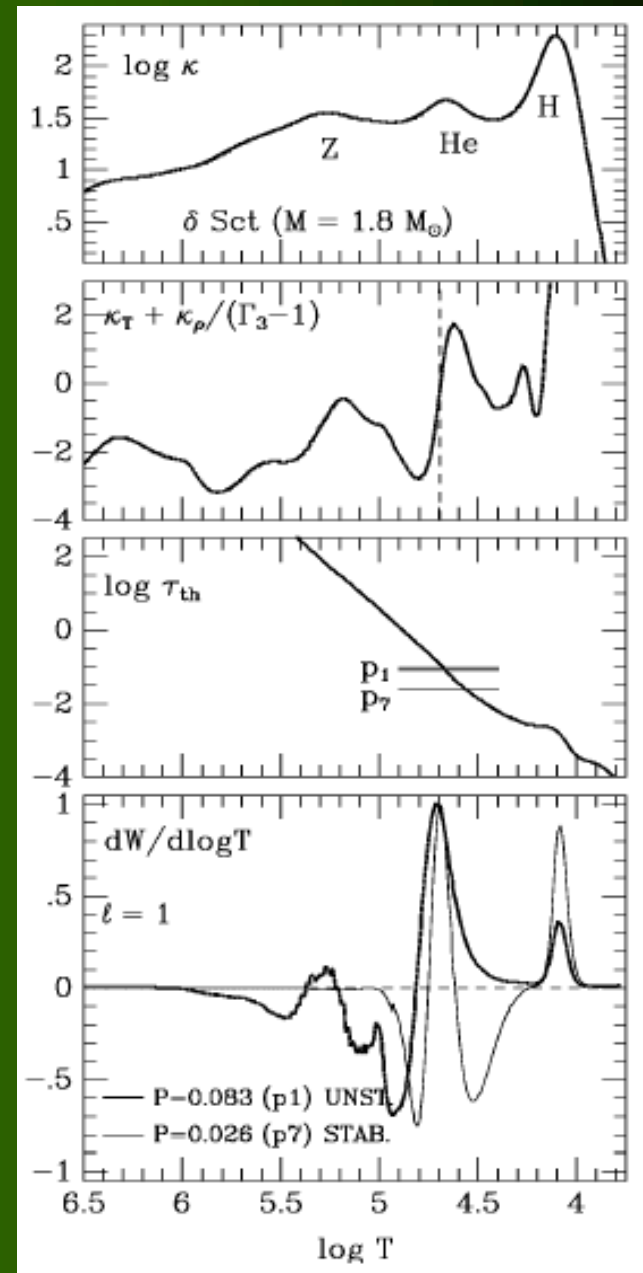
Widmo modów grawitacyjnych jest bardzo gęste.



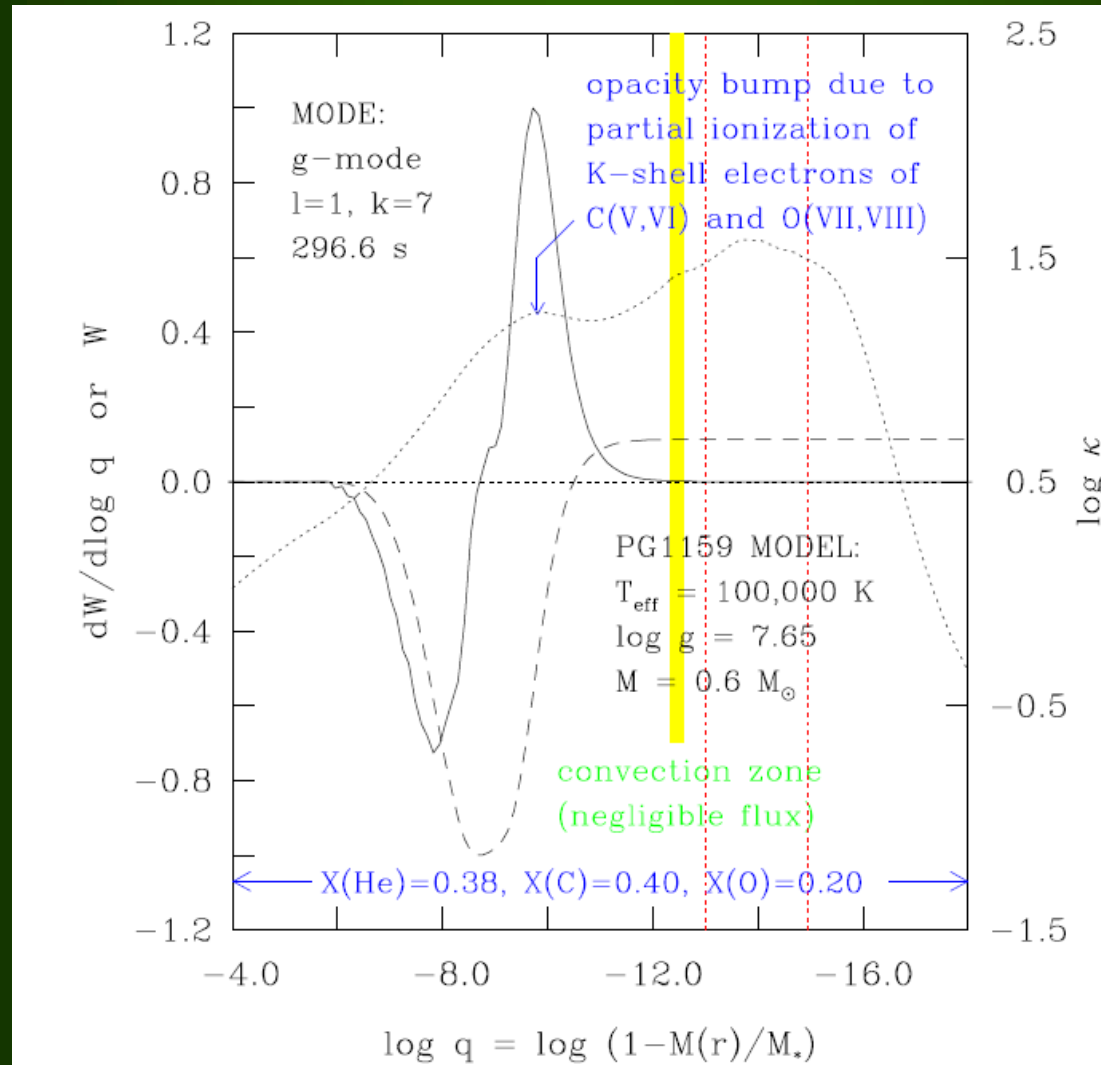
W modelu δ Sct wzbudzone są mody p i g niskich rzędów radialnych, n.

Mody p wyższych rzędów są tłumione przez warstwę położoną pomiędzy „bumpem” helowym i wodorowym.

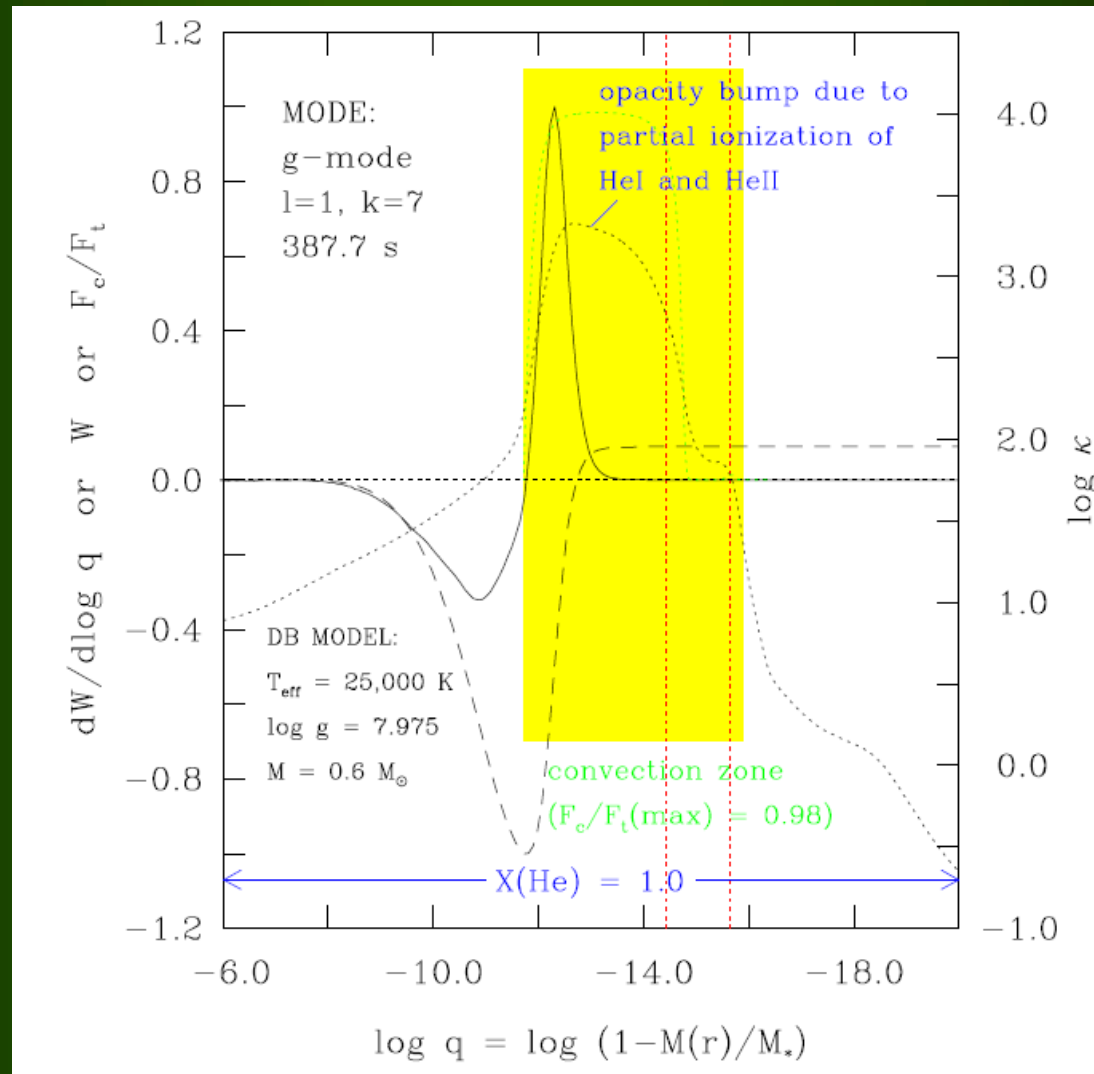
Mody g wyższych rzędów są stabilne z powodu warunku na τ_{th} .



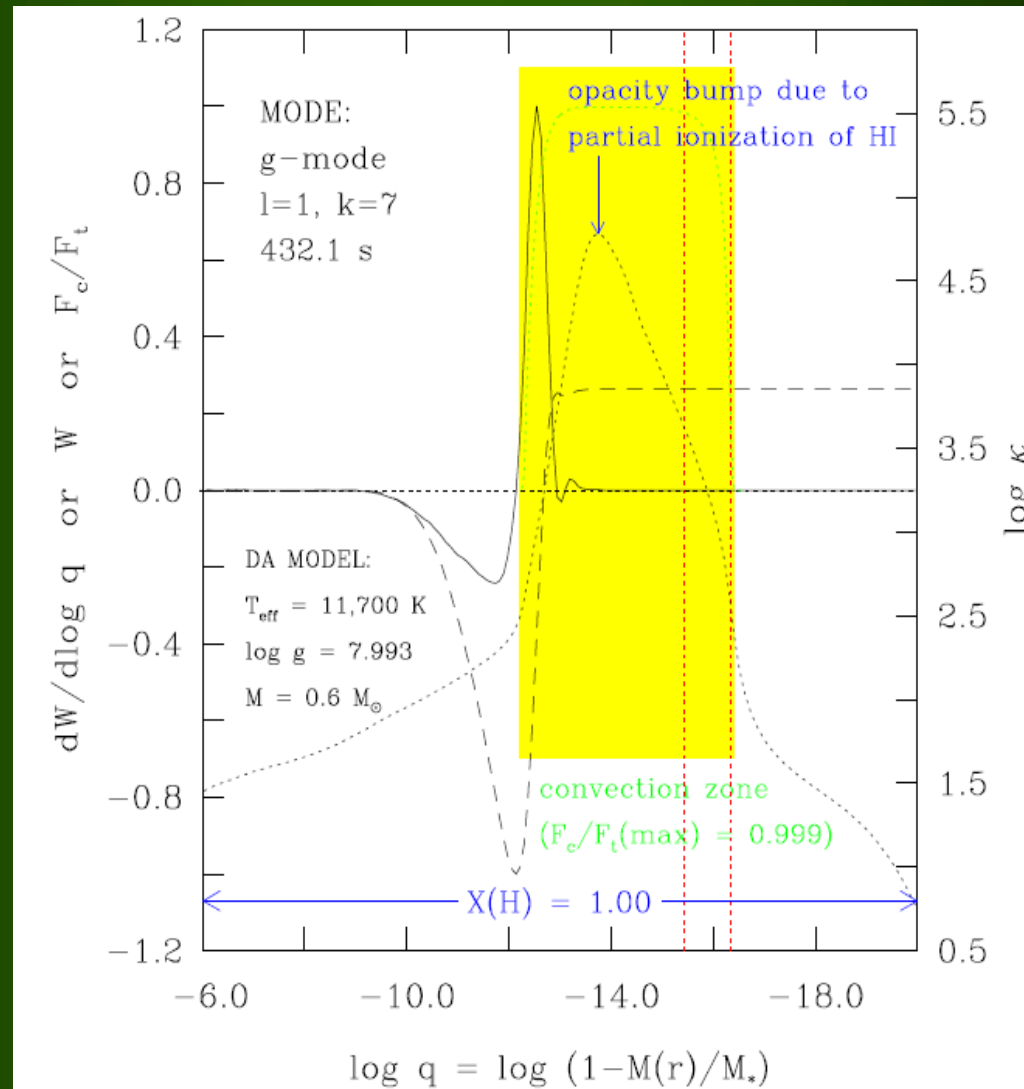
Mechanizm napędzania/tłumienia dla modelu GW Vir



Mechanizm napędzania/tłumienia dla modelu V777 Her



Mechanizm napędzania/tłumienia dla modelu ZZ Cet



Często używanym znormalizowanego parametru niestabilności $\eta \in [-1, 1]$ (Stelingwerf 1978)

$$\eta = \frac{W_+ - W_-}{W_+ + W_-}$$

$\eta > 0$ – wzbudzenie przeważa nad tłumieniem
i mod oscylacji jest niestabilny

$\eta = 0$ warstwa neutralna

$\eta = 1$ wszędzie mamy napędzanie

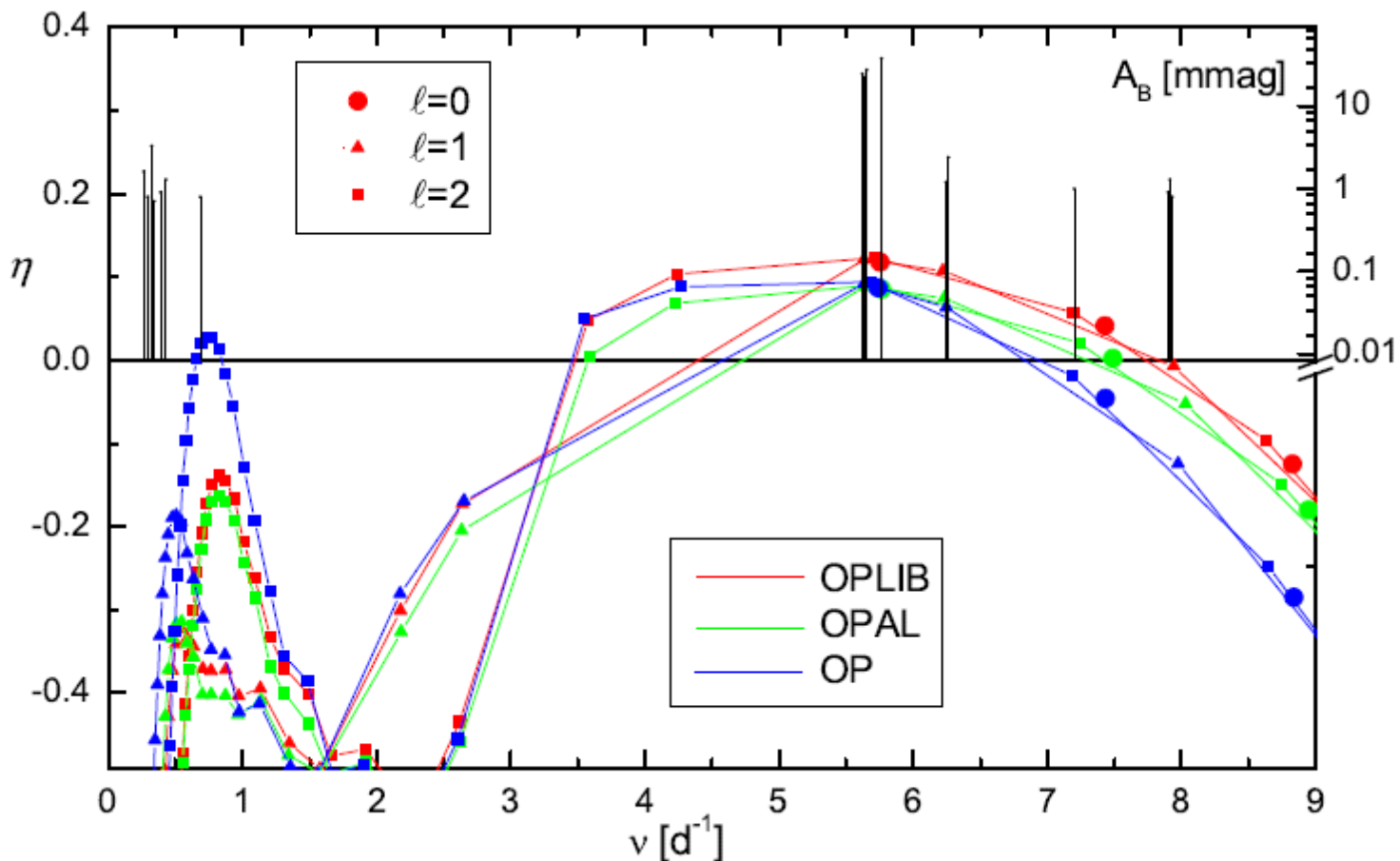
$\eta = -1$ wszędzie mamy tłumienie

$$\eta = \frac{W}{\int_0^1 \left| \frac{dW}{dr} \right| dr}$$

Parametr η możemy również wyrazić jako (Castor 1971)

$$\eta = 4\pi \frac{\omega_I}{\omega_R}$$

Porównanie widma oscylacji ν Eri z danymi BRITE z modelami policzonymi dla różnych danych



Tablice nieprzezroczystości OPAL, OP, OPLIB

Źródła różnic między tablicami:

- Inne podejścia do liczenia nieprzezroczystości
- Równanie stanu
- Obfitości poszczególnych pierwiastków (2 - 5%)



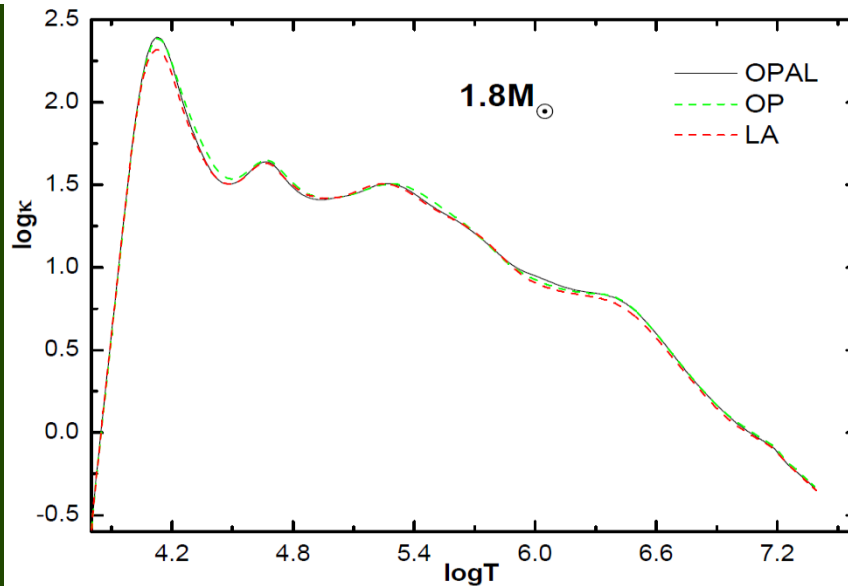
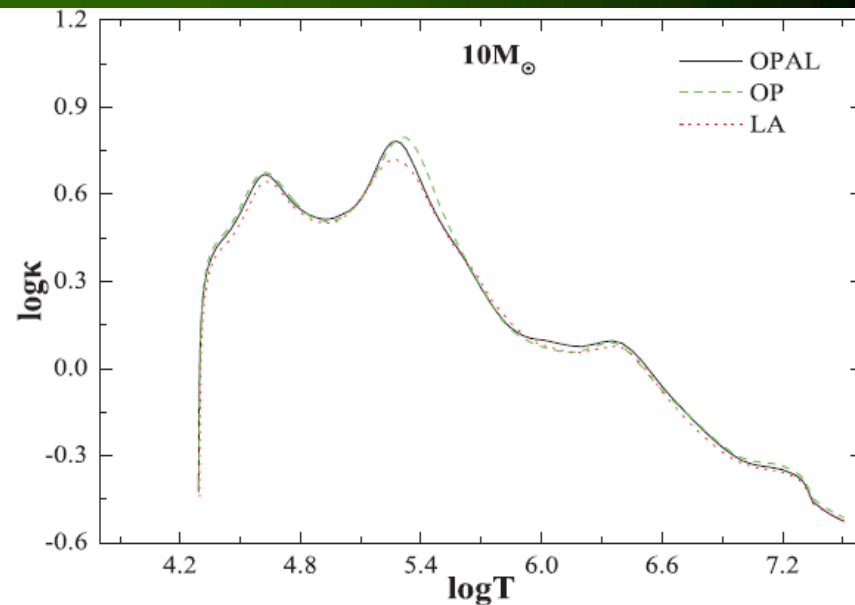
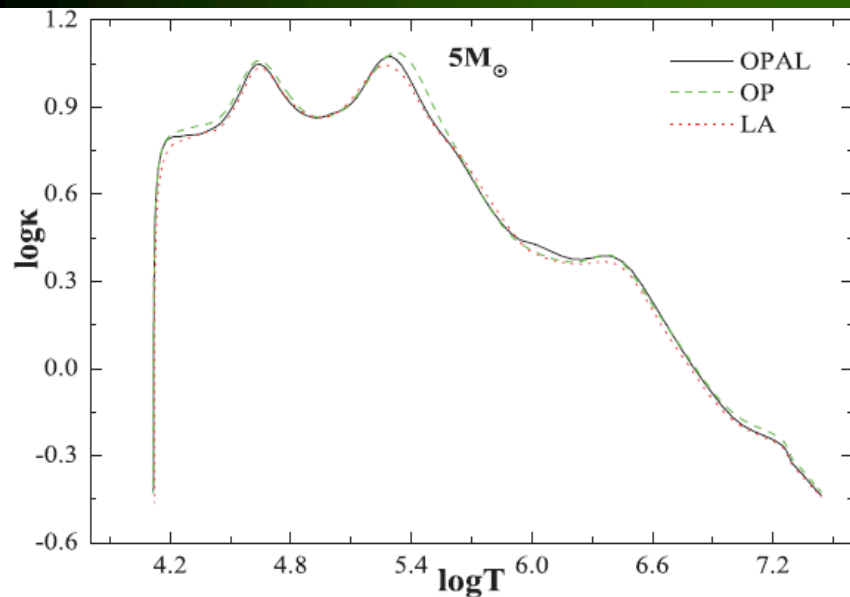
„Bump” metalowy dla danych OP jest położony głębiej przy temperaturze $\sim 15000-20000$ K wyższej.

OPLIB – nieprzezroczystości Los Alamos

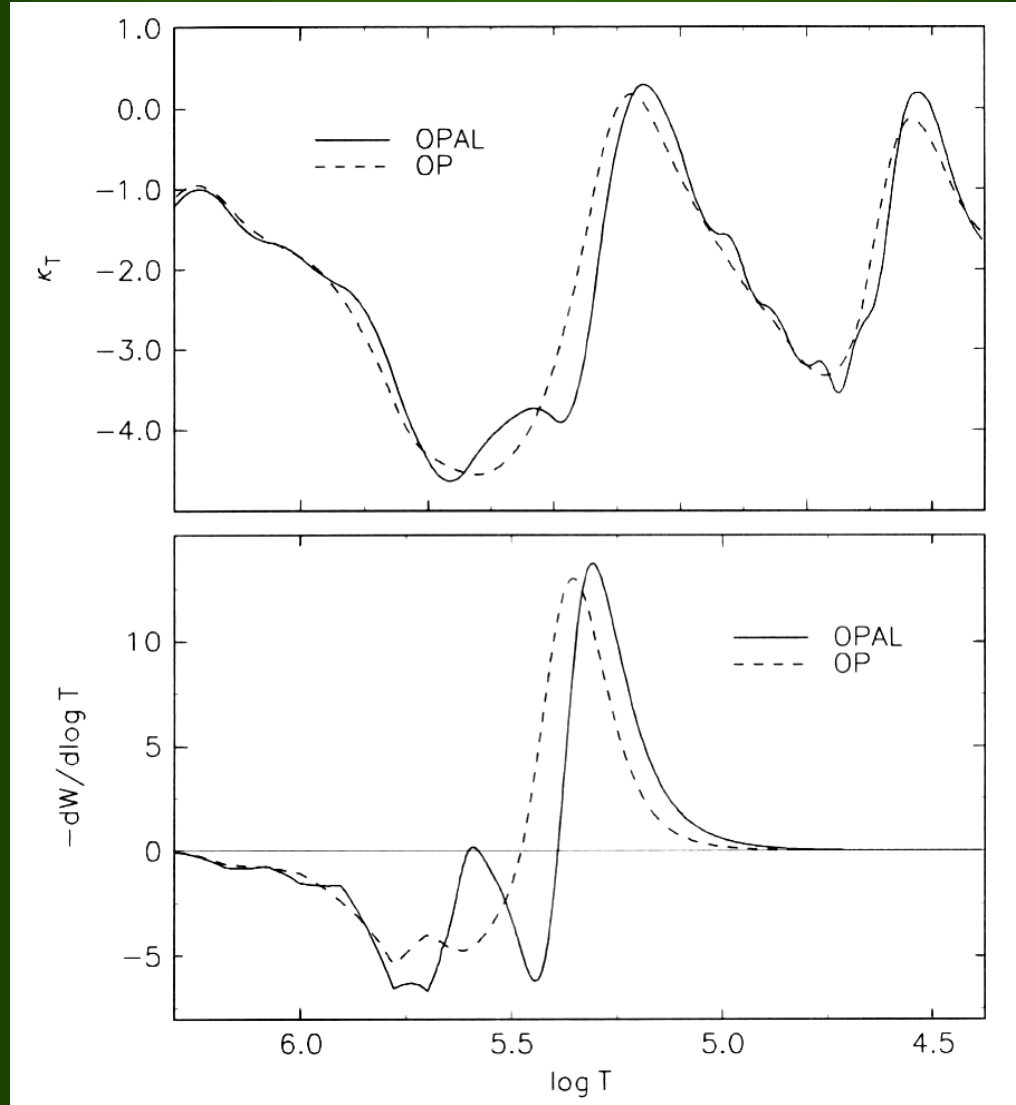
Colgan et al. 2015, 2016

[http://aphysics2.lanl.gov/cgi-
bin/opacrunch/astro.pl](http://aphysics2.lanl.gov/cgi-bin/opacrunch/astro.pl)

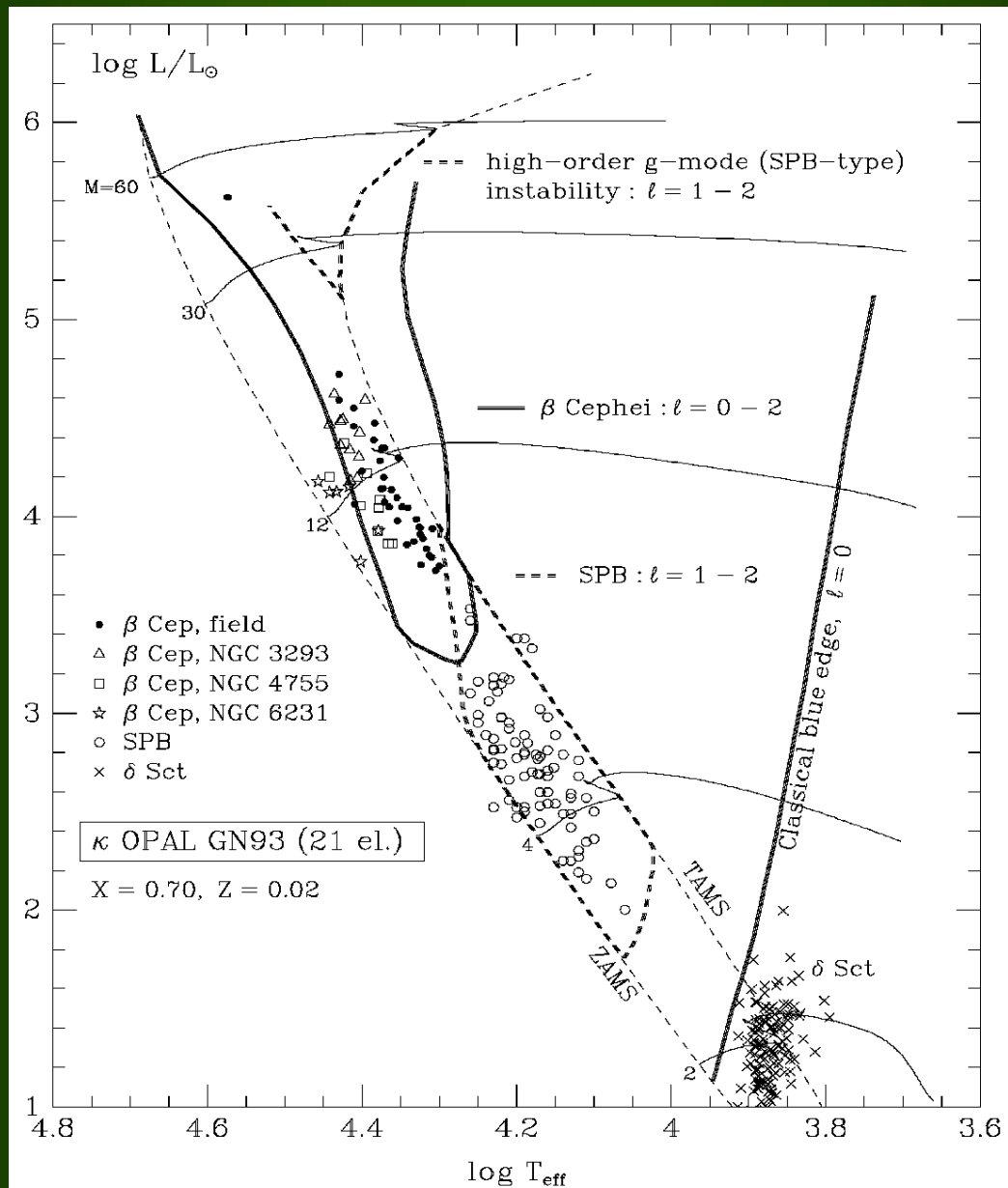
średnia Rosselanda κ dla modeli $M=10, 5$ i $1.8 M_{\odot}$ o temperaturach odpowiednio $\log T_{\text{eff}} = 4.196, 4.373, 3.850$



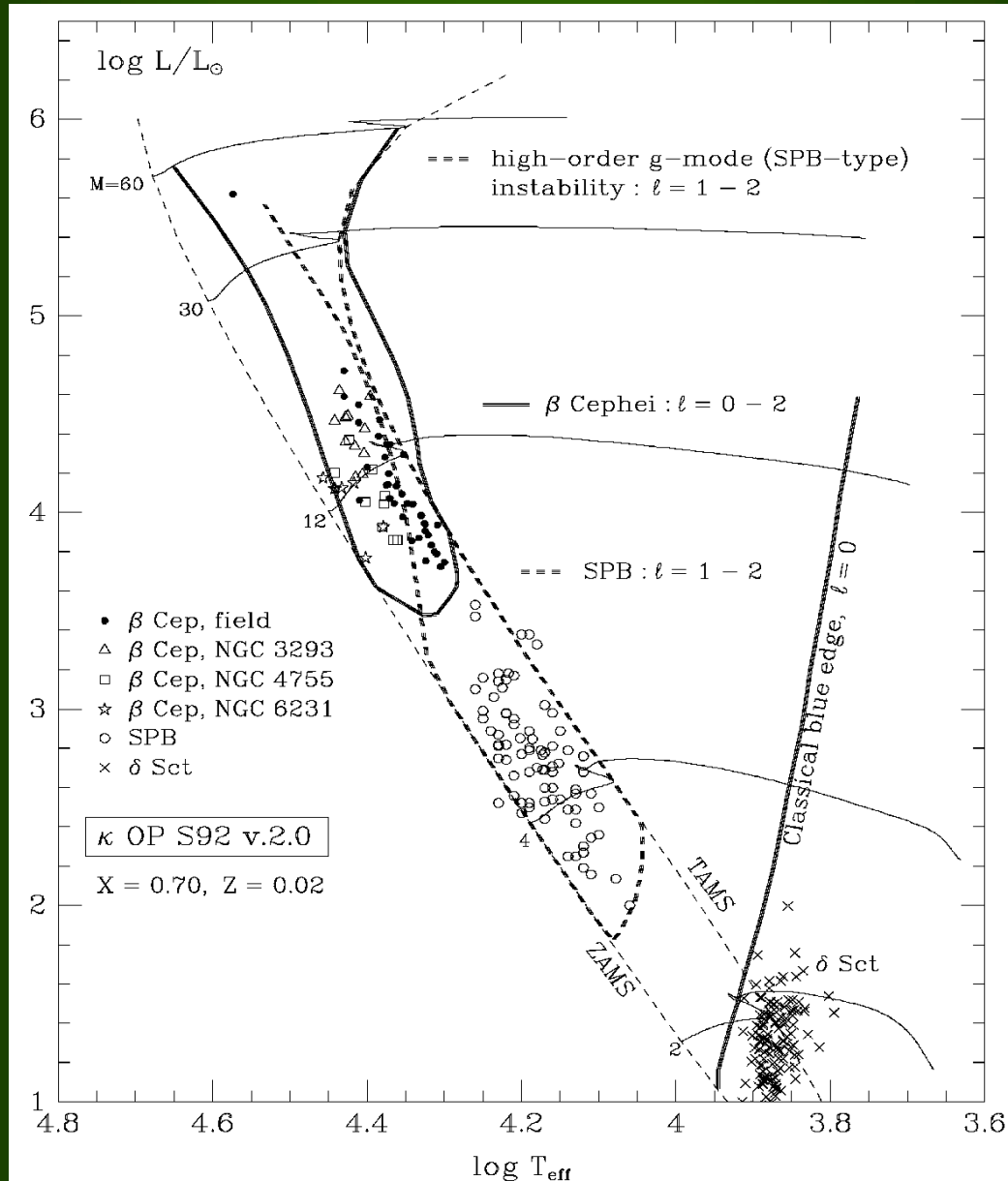
Różnice między OPAL i OP dla modelu β Cep ($M=12M_{\odot}$, $\log T_{\text{eff}}=4.24$) dla fundamentalnego modu radialnego. Mod ten jest niestabilny tylko dla OPAL.



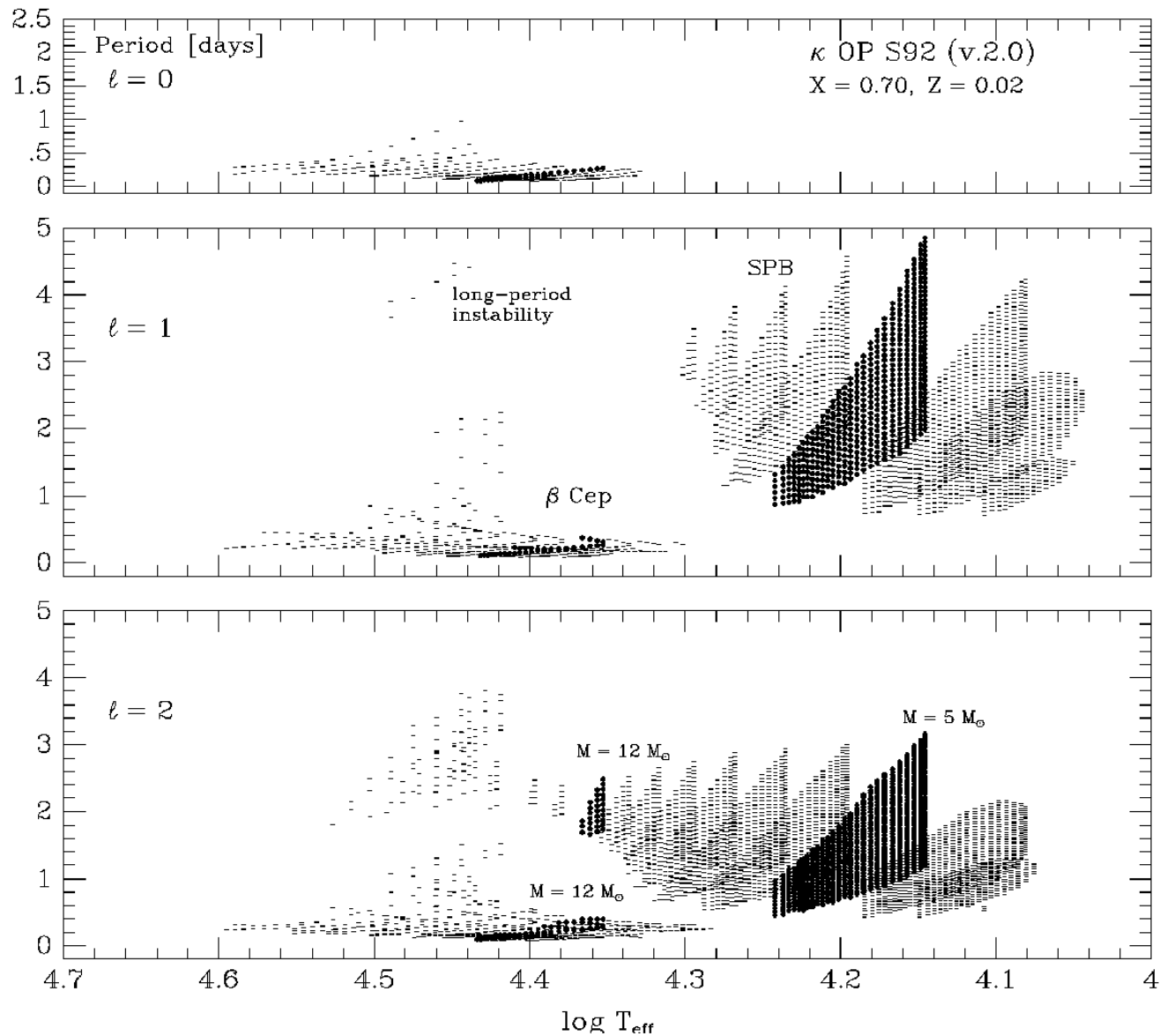
Obszary niestabilności wyliczone z tablicami OPAL (1996)



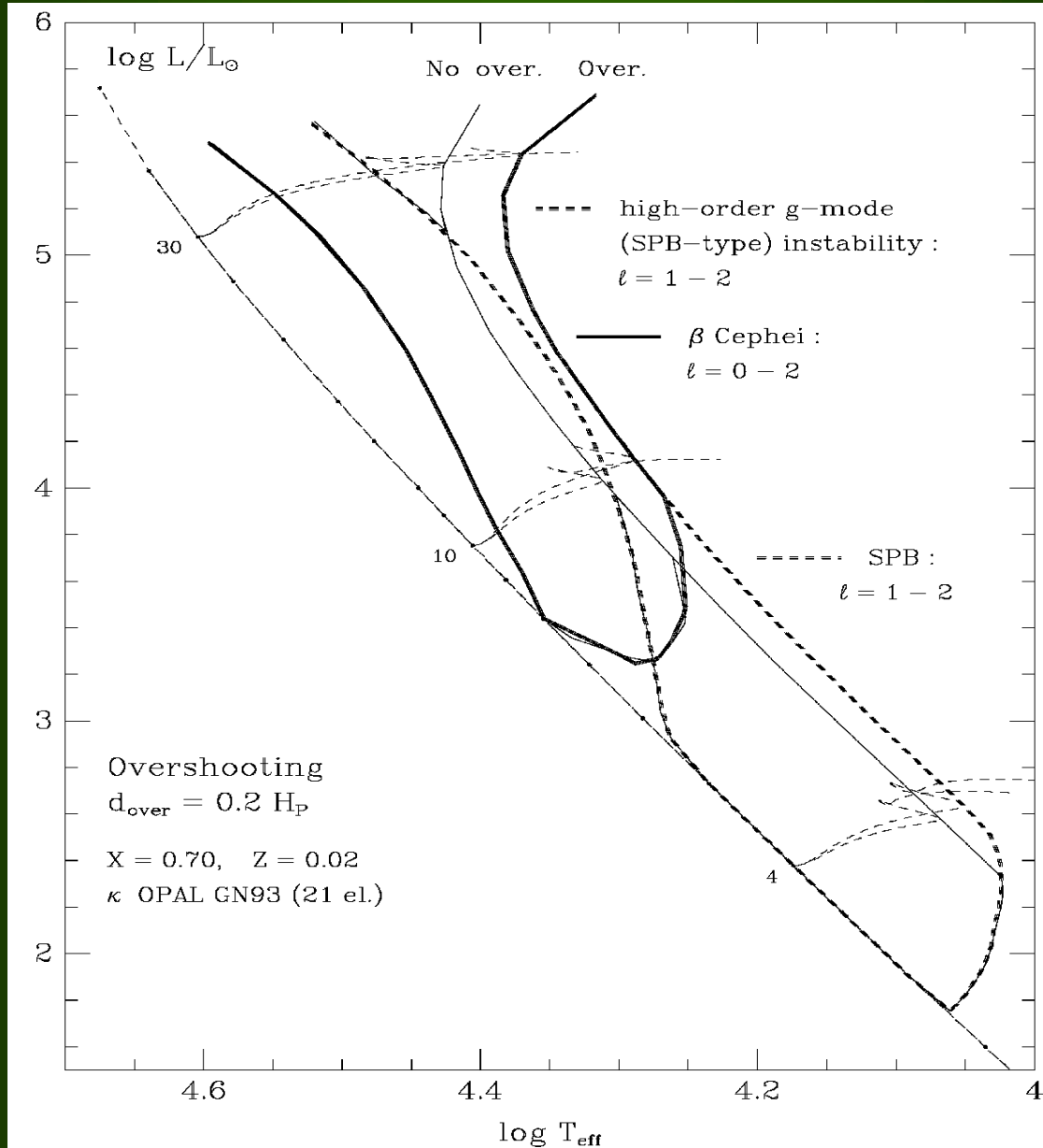
Obszary niestabilności wyliczone z tablicami OP (1996)



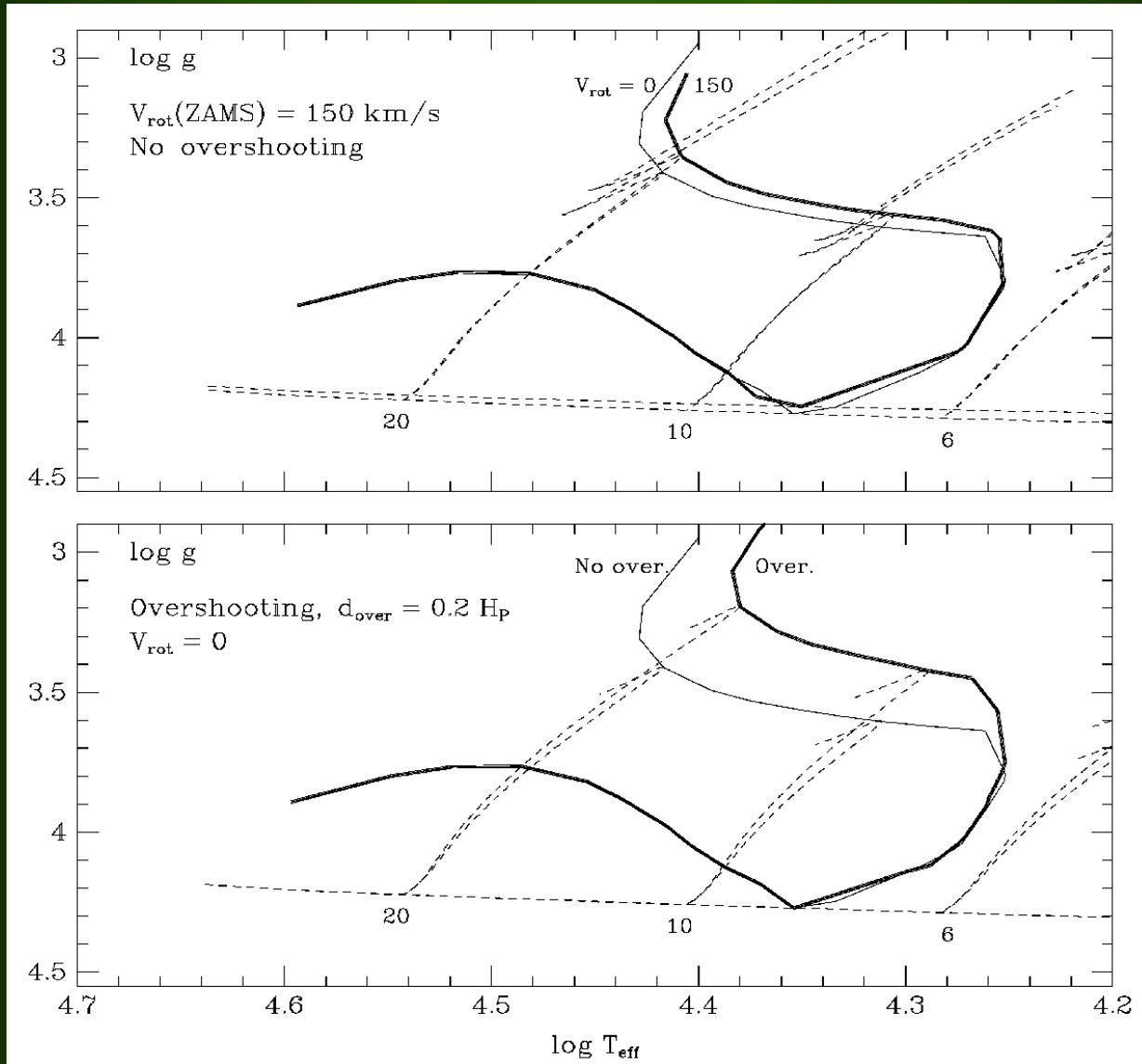
Okresy modów niestabilnych w obszarze β Cep i SPB



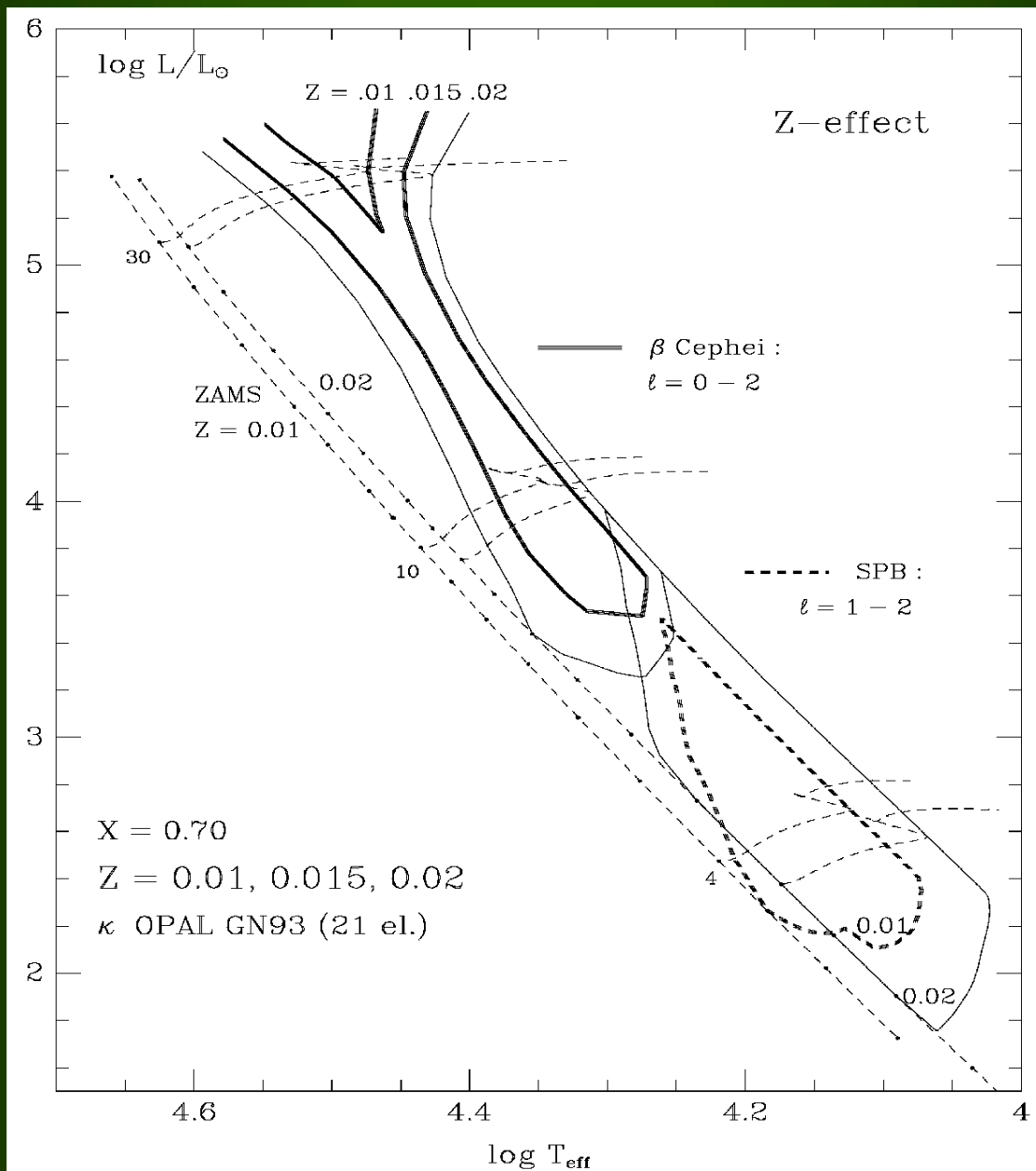
Wpływ przestrzeliwania konwektywnego na obszary niestabilności.



Wpływ rotacji na obszary niestabilności β Cep.



Efekt zmiany obfitości metali, Z .

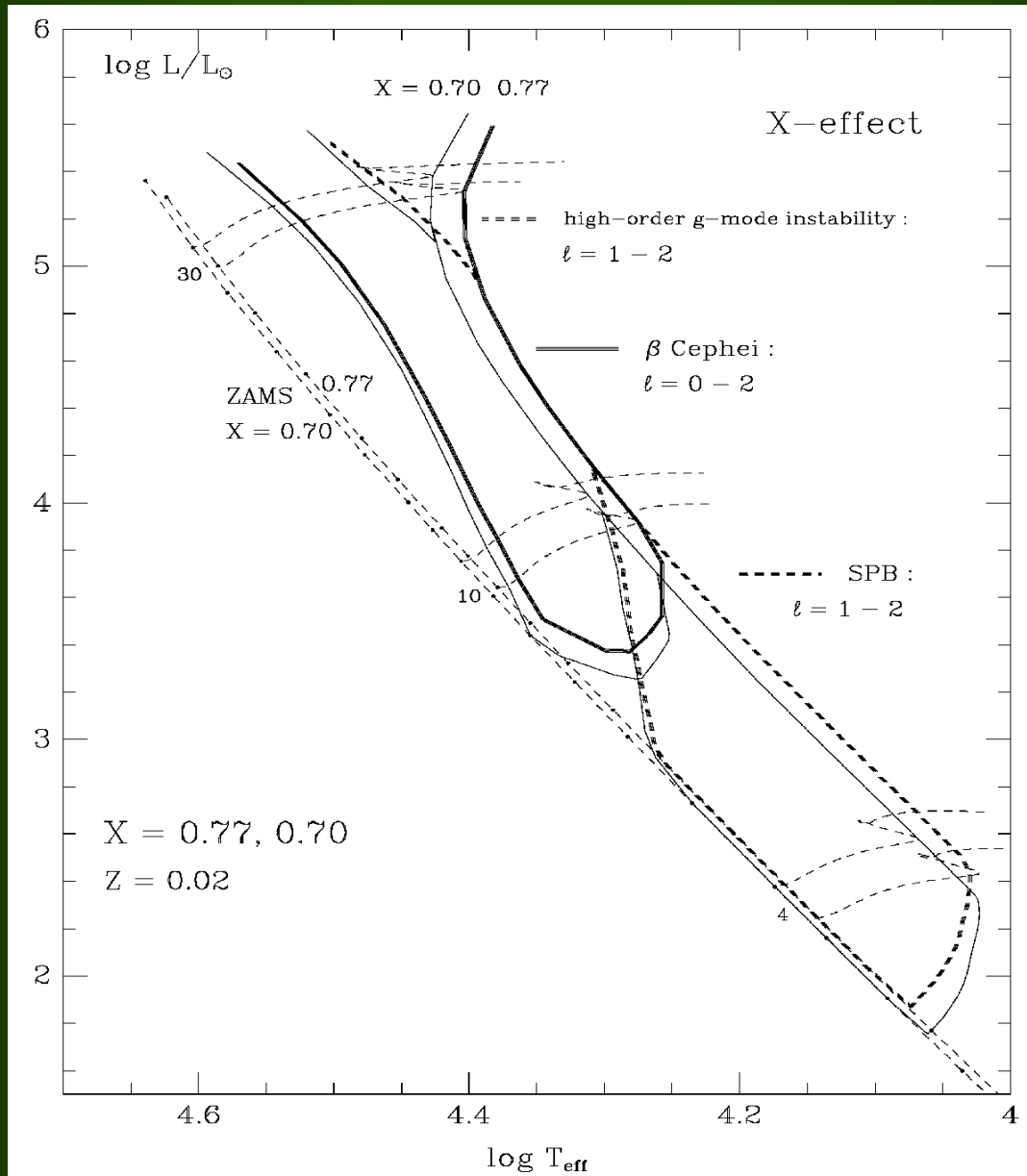


Obfitość metali, Z , ma największy wpływ na obszary niestabilności gwiazd typu B.

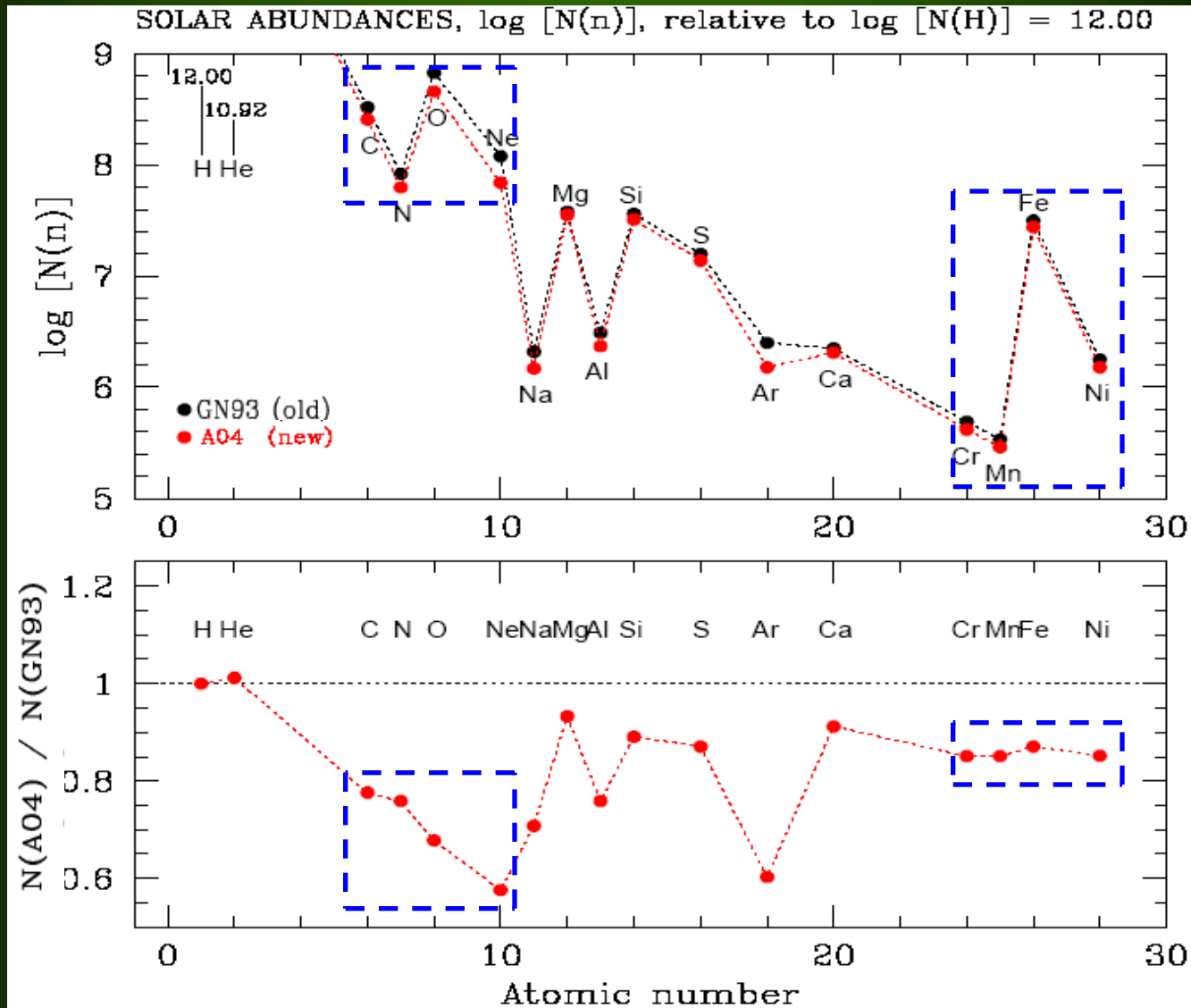
Efekt ten jest dwojakiego rodzaju:

- **zmiana struktury gwiazdy i jej ewolucji**
- **zmiany efektywności mechanizmu napędzania**

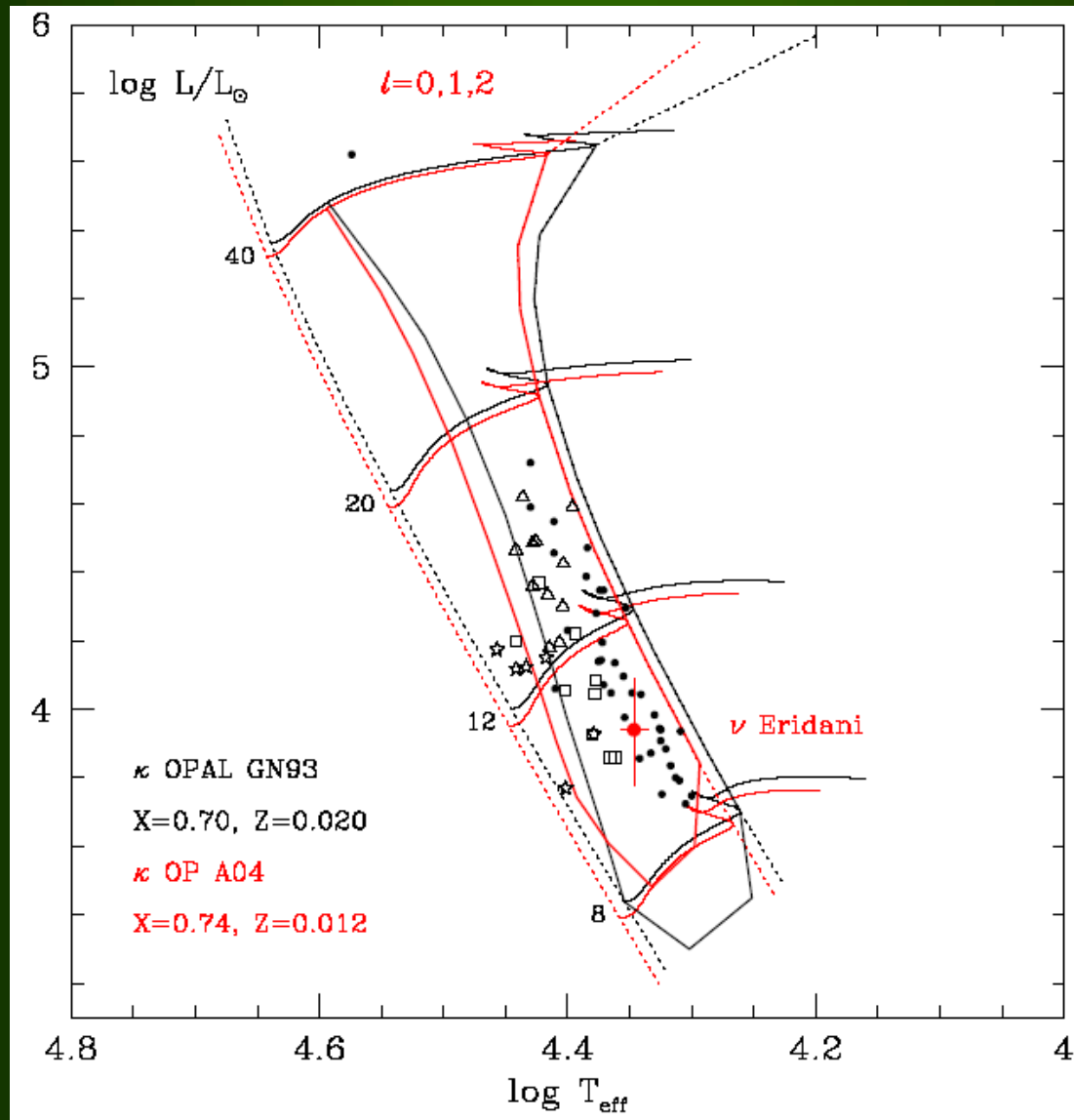
Efekt zmiany początkowej obfitości wodoru, X.



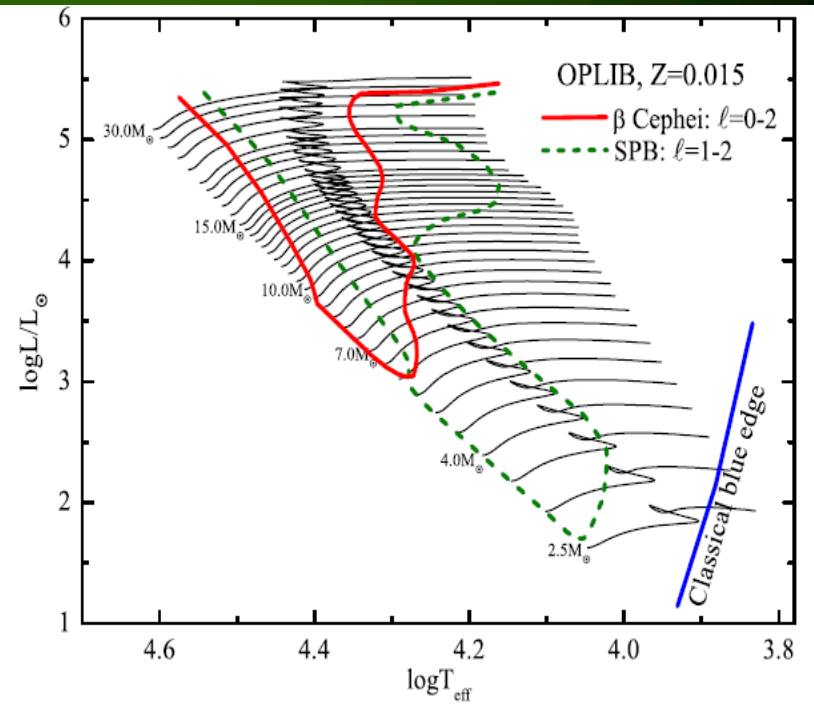
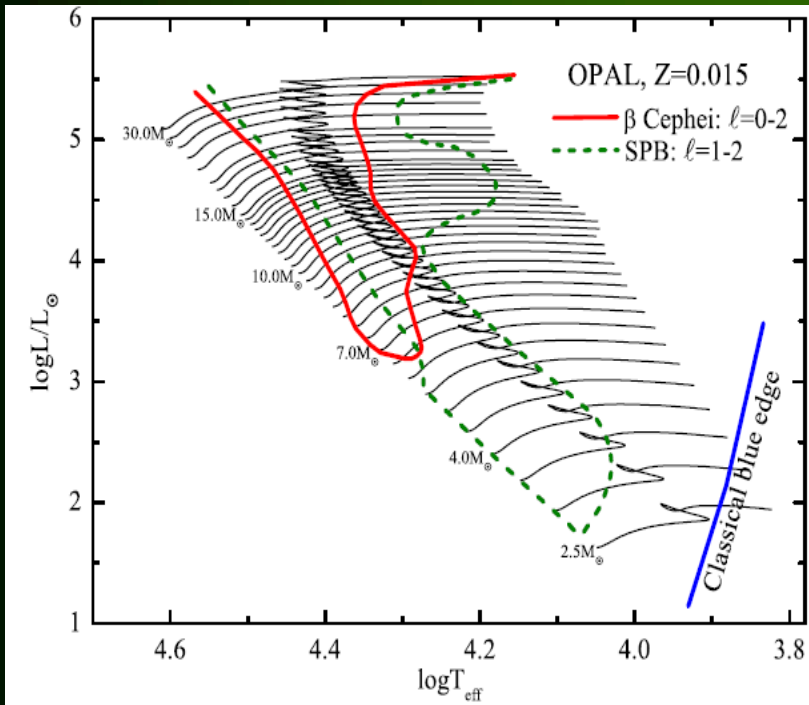
Porównanie starego i nowego składu chemicznego Słońca

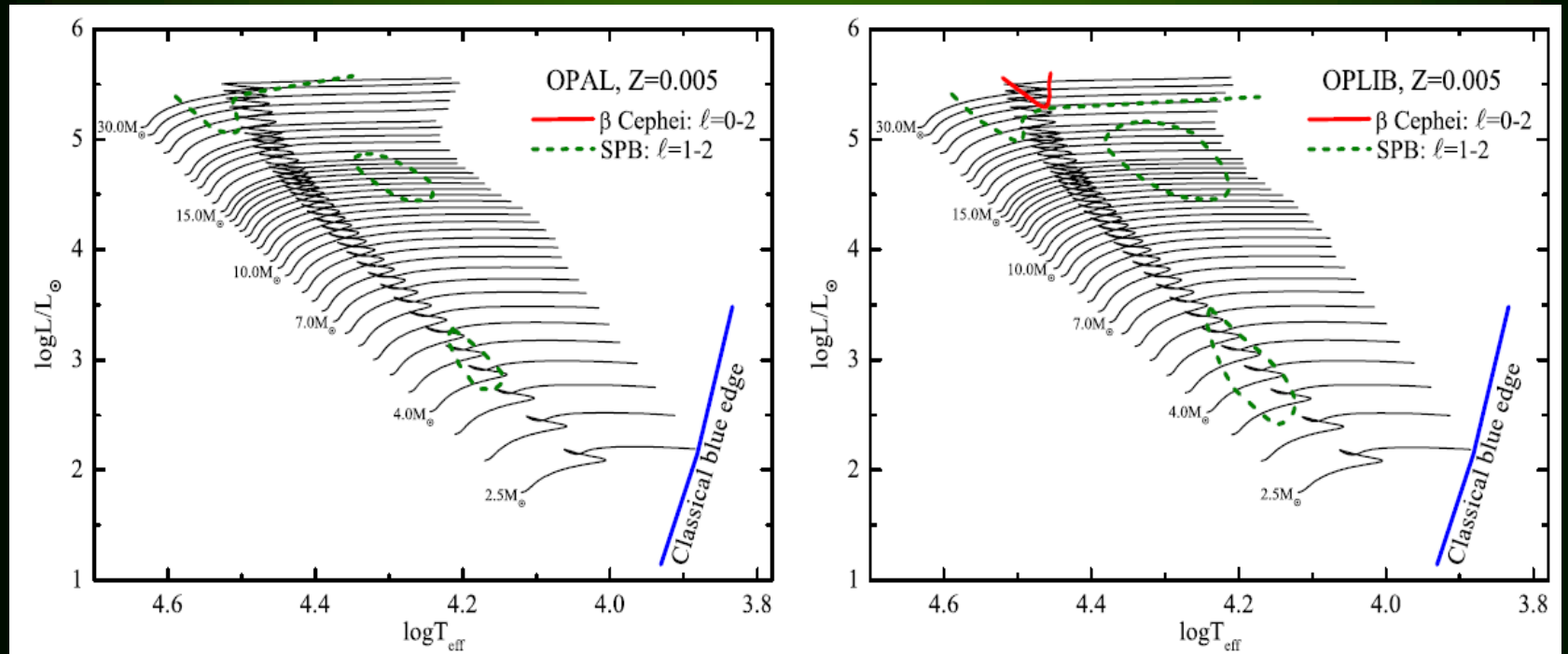


Porównanie obszaru niestabilności β Cephei: κ OPAL GN93 $Z=0.02$ vs. κ OPA04 $Z=0.012$



Source	X	Y	Z	Z/X
Present-day photosphere:				
Anders & Grevesse (1989) ^a	0.7314	0.2485	0.0201	0.0274
Grevesse & Noels (1993) ^a	0.7336	0.2485	0.0179	0.0244
Grevesse & Sauval (1998)	0.7345	0.2485	0.0169	0.0231
Lodders (2003)	0.7491	0.2377	0.0133	0.0177
Asplund, Grevesse & Sauval (2005)	0.7392	0.2485	0.0122	0.0165
Lodders, Palme & Gail (2009)	0.7390	0.2469	0.0141	0.0191
Present work	0.7381	0.2485	0.0134	0.0181
Protosolar:				
Anders & Grevesse (1989)	0.7096	0.2691	0.0213	0.0301
Grevesse & Noels (1993)	0.7112	0.2697	0.0190	0.0268
Grevesse & Sauval (1998)	0.7120	0.2701	0.0180	0.0253
Lodders (2003)	0.7111	0.2741	0.0149	0.0210
Asplund, Grevesse & Sauval (2005)	0.7166	0.2704	0.0130	0.0181
Lodders, Palme & Gail (2009)	0.7112	0.2735	0.0153	0.0215
Present work	0.7154	0.2703	0.0142	0.0199



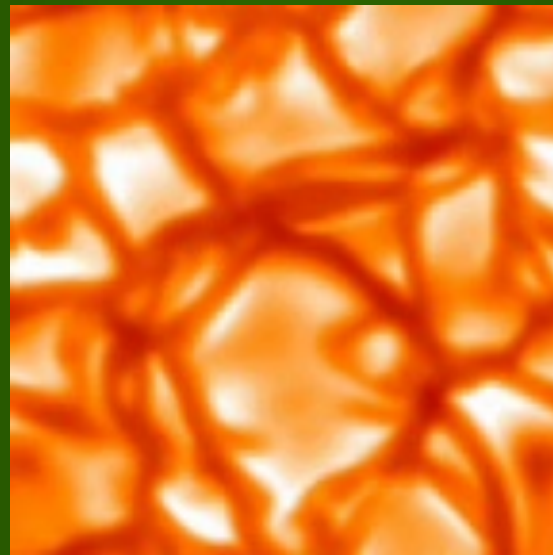


STOCHASTYCZNE WZBUDZANIE OSCYLACJI

Oscylacje Słońca -- Leighton, Noyes & Simon (1962)

Jeśli uwzględnimy konwekcję, to z obliczeń pulsacyjnych dostajemy, że oscylacje leżące po chłodnej stronie klasycznego pasa niestabilności, w tym słoneczne, są liniowo stabilne.

Źródłem fal dźwiękowych jest stochastyczne pole prędkości w warstwach konwektywnych, gdzie ruch odbywa się z prędkością bliską c_s (Lighthill 1952, Stein 1967).



Oscylacje słoneczne są **drzganiami tłumionymi** wzbudzonymi przez **konwekcję**.

Główny efekt wzbudzania zachodzi w cienkiej warstwie podfotosferycznej , gdzie prędkości są zbliżone do **c_s** .

Rozkład amplitudy, $A(t)$, danego modu oscylacji opisuje równanie oscylatora tłumionego:

$$\frac{d^2 A}{dt^2} + 2\eta \frac{dA}{dt} + \omega_0^2 A = f(t)$$

$f(t)$ - siła wymuszająca

η - liniowe tempo tłumienia, $\eta = -\omega_I$

Transformata Fouriera:

$$\tilde{A}(\omega) = \int A(t)e^{i\omega t} dt, \quad \tilde{f}(\omega) = \int f(t)e^{i\omega t} dt$$

Z równania na poprzednim slajdzie mamy:

$$-\omega^2 \tilde{A} - 2i\eta\omega \tilde{A} + \omega_0^2 \tilde{A} = \tilde{f}$$

Rozkład widma mocy oscylatora

$$P(\omega) = |\tilde{A}(\omega)|^2 = \frac{|\tilde{f}(\omega)|^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\eta^2\omega^2}$$

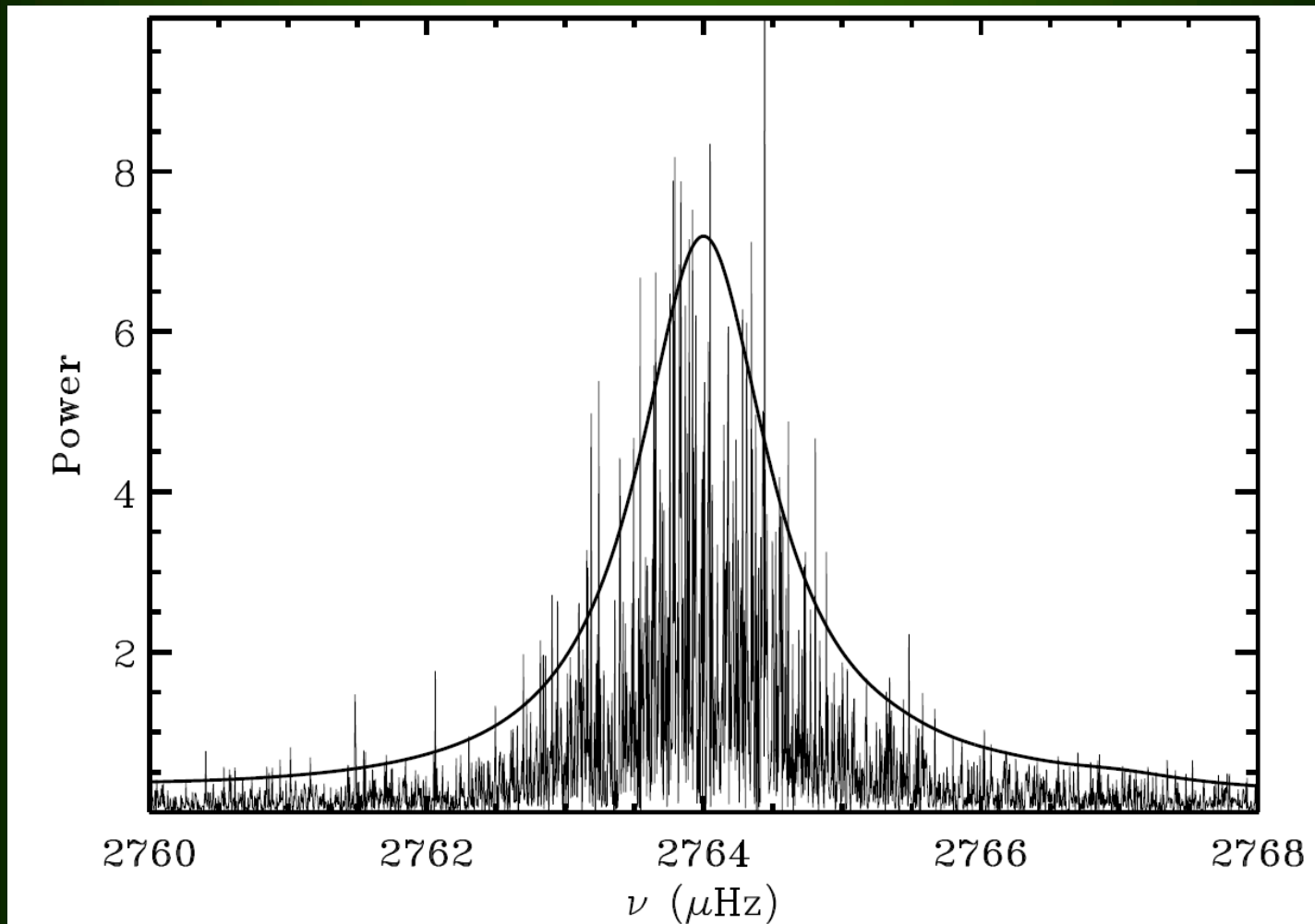
Rozkład widma mocy w okolicy ω_0 :

$$\langle P(\omega) \rangle \simeq \frac{1}{4\omega_0^2} \frac{\langle P_f(\omega) \rangle}{(\omega - \omega_0)^2 + \eta^2} ,$$

$\langle P_f(\omega) \rangle$ > średnia siły wymuszającej

$\langle P_f(\omega) \rangle$ > jest wolnozmienną funkcją częstotliwości, więc dostajemy **profil Lorentza**, o szerokości wyznaczonej przez tempo tłumienia η .

Widmo oscylacji słonecznych modu radialnego na podstawie obserwacji dopplerowskich BiSON (Birmingham Solar Oscillation Network)



**Jeśli czas obserwacji modu jest krótki
w porównaniu z czasem tłumienia, η^{-1} ,
to rozkład energii jest eksponencjalny**

$$p(E)dE = \langle E \rangle^{-1} \exp(-E/\langle E \rangle)dE$$

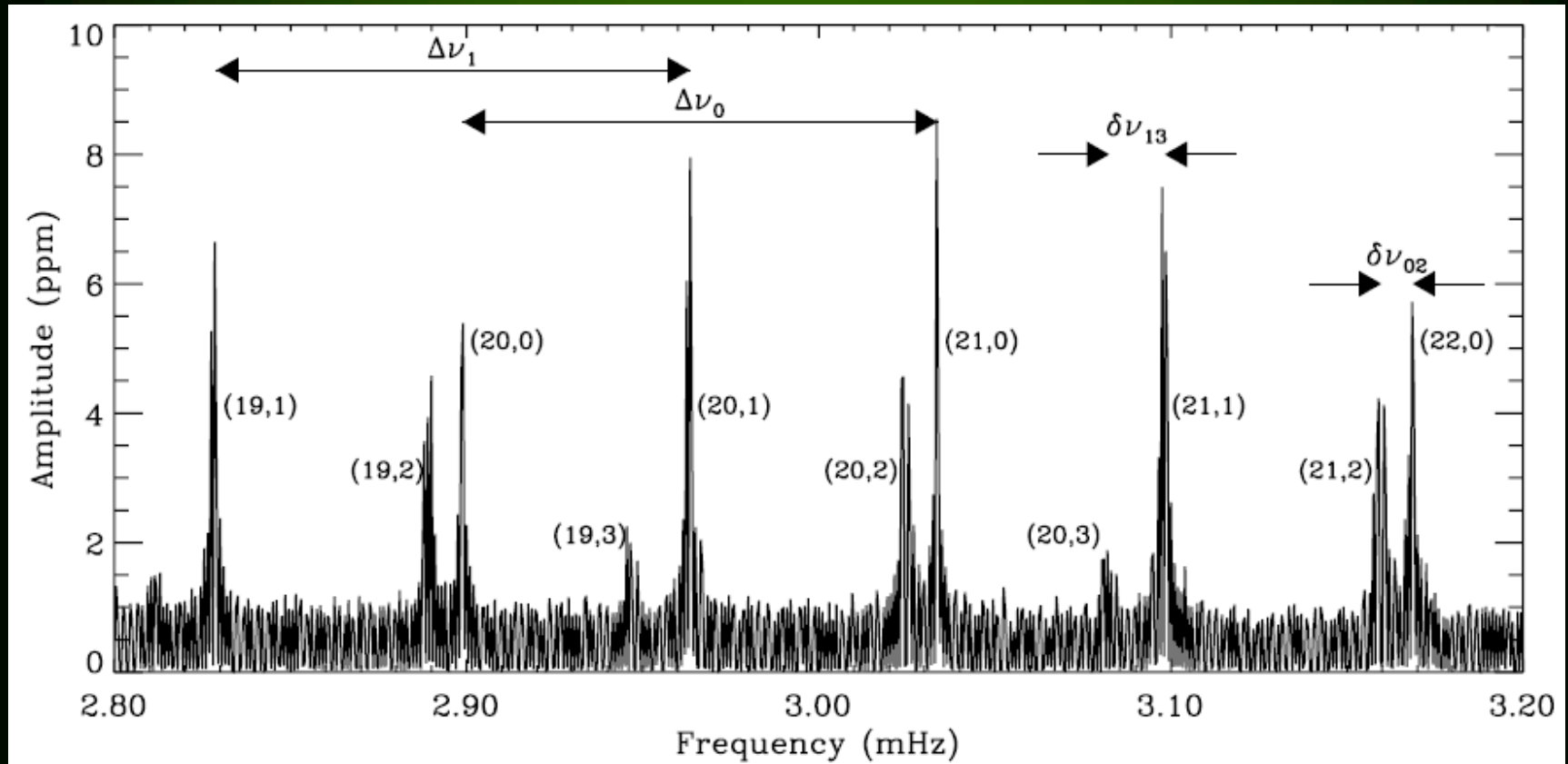
$$E \sim A^{1/2}$$

$\langle E \rangle$ energia średnia

Oscylacje na Słońcu:

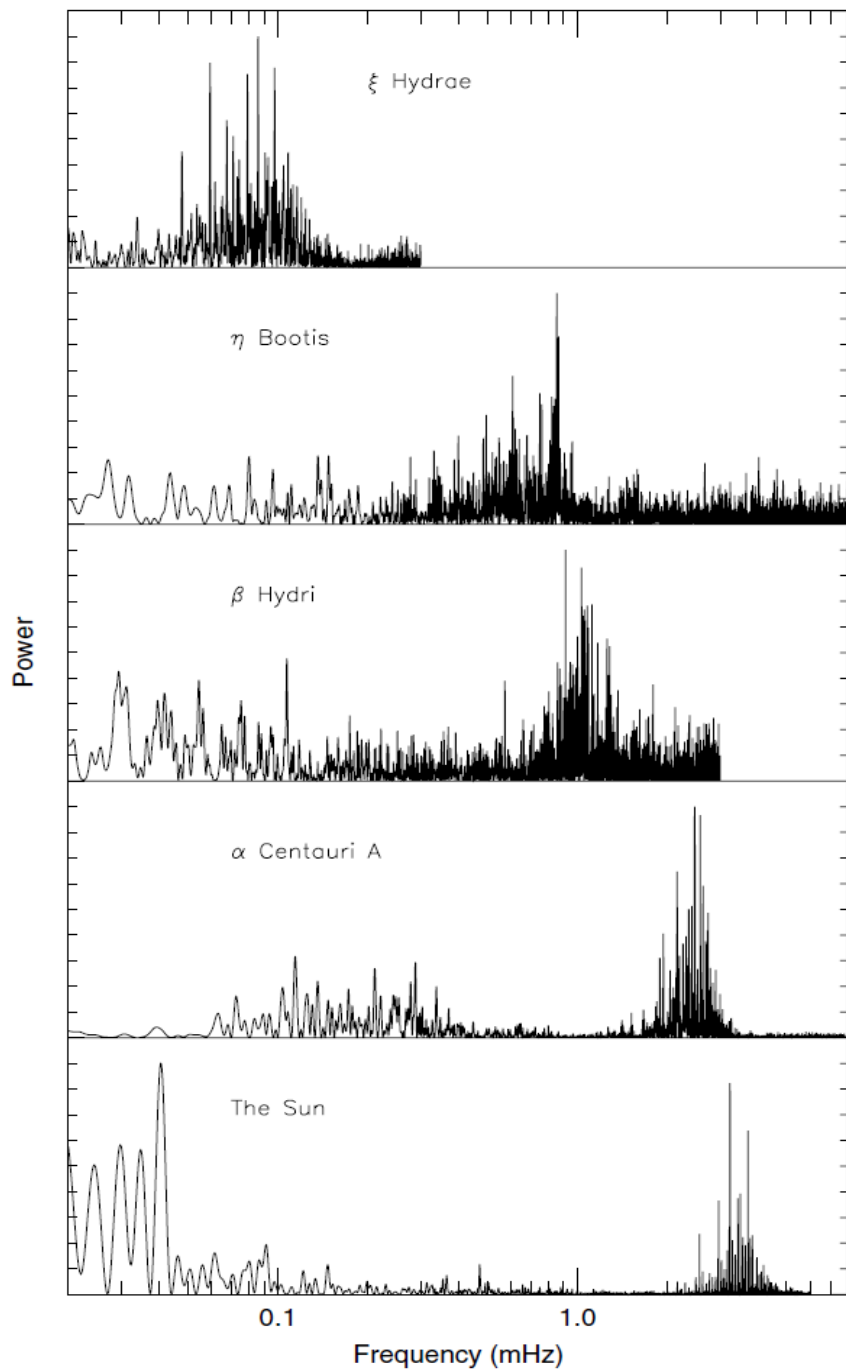
- amplitudy zmian jasności: $\sim 2 \mu\text{mag}$
- amplitudy zmian prędkości radialnej pojedynczego modu oscylacji: $\sim 20 \text{ cm/s}$
- okresy oscylacji: 3-15 min
- średni czas życia: dni, tygodnie (godziny- miesiące)
- liczba modów: rzędu 10^6 - 10^7
- z tego ponad 250 000 zostało zidentyfikowanych
- maksymalny amplituda globalna $\sim 1 \text{ km/s}$

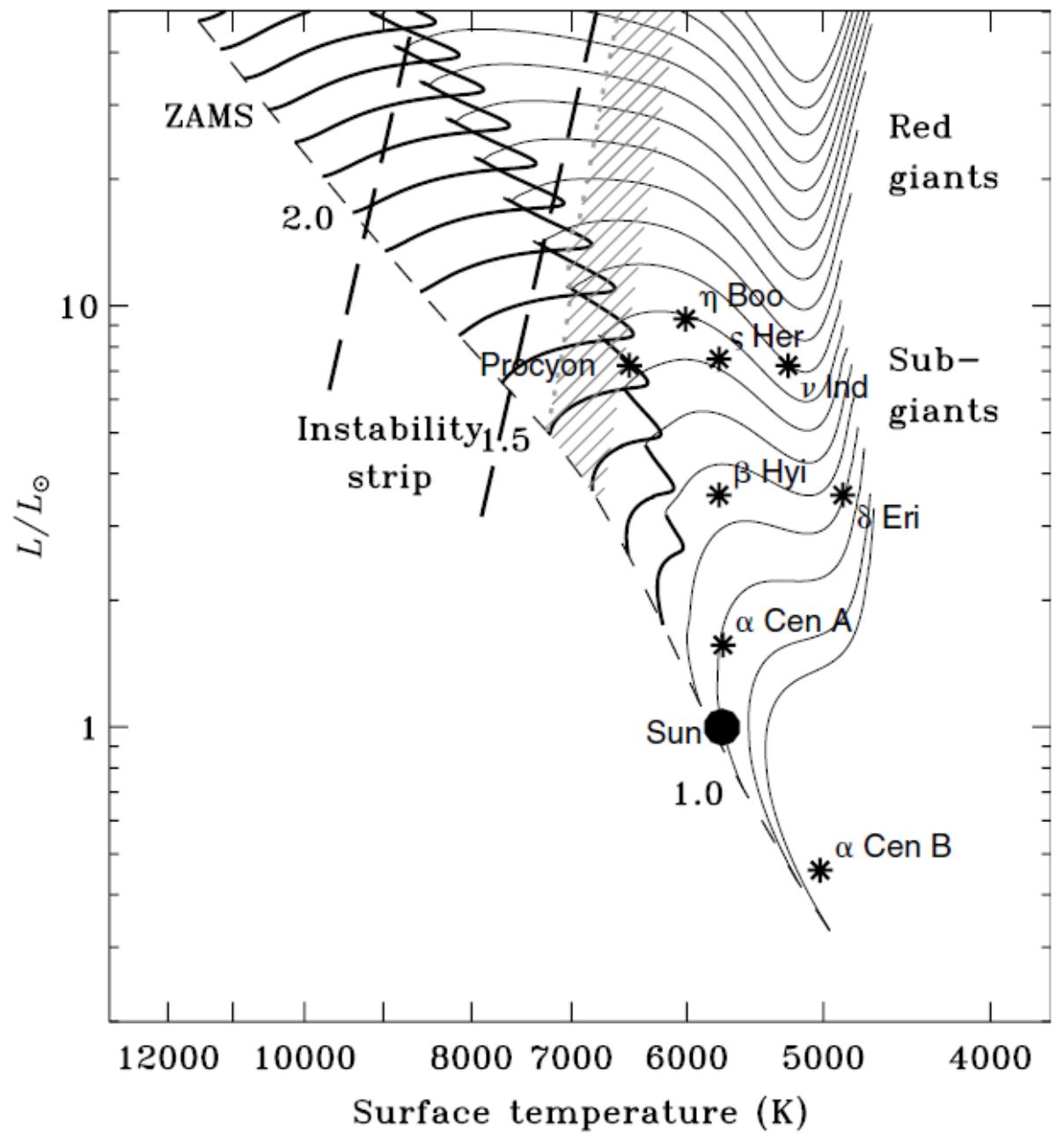
Powiększenie małego kawałka widma oscylacji **Słońca**.
Liczby przy pikach oznaczają wartości (n, ℓ) .
 $\Delta\nu$ - duże odstęp, $\delta\nu$ - małe odstęp.



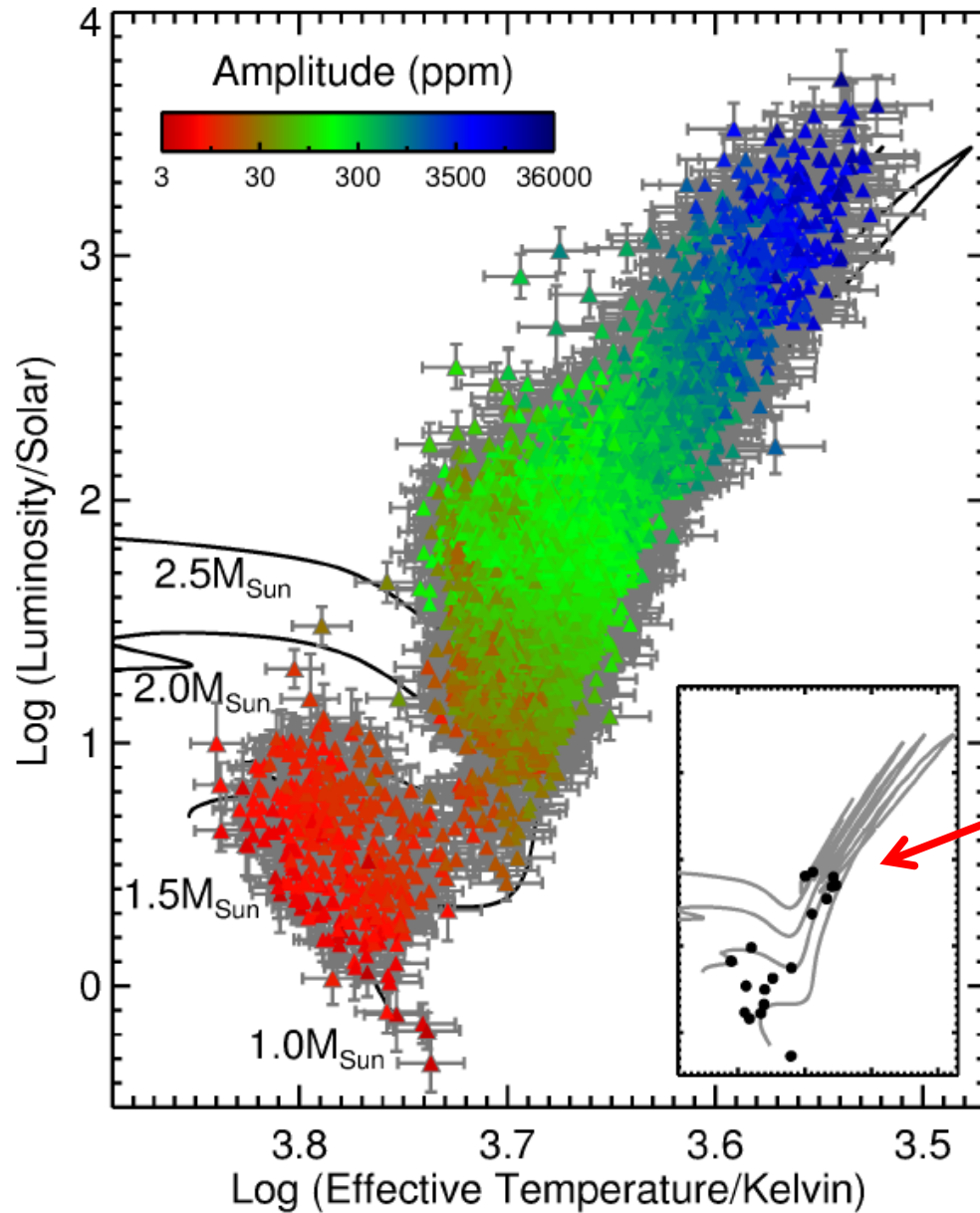
Pomiary wielkości $\Delta\nu$ i $\delta\nu$ dają informację odpowiednio o średniej gęstości i składzie chemicznym jądra.

„solar-like oscillations” - oscylacje wzbudzone
stochastycznie przez turbulentną konwekcję





Gwiazdy z wykrytymi oscylacjami typu słonecznego wykrytymi przez Keplera



~2008
przed CoRoT