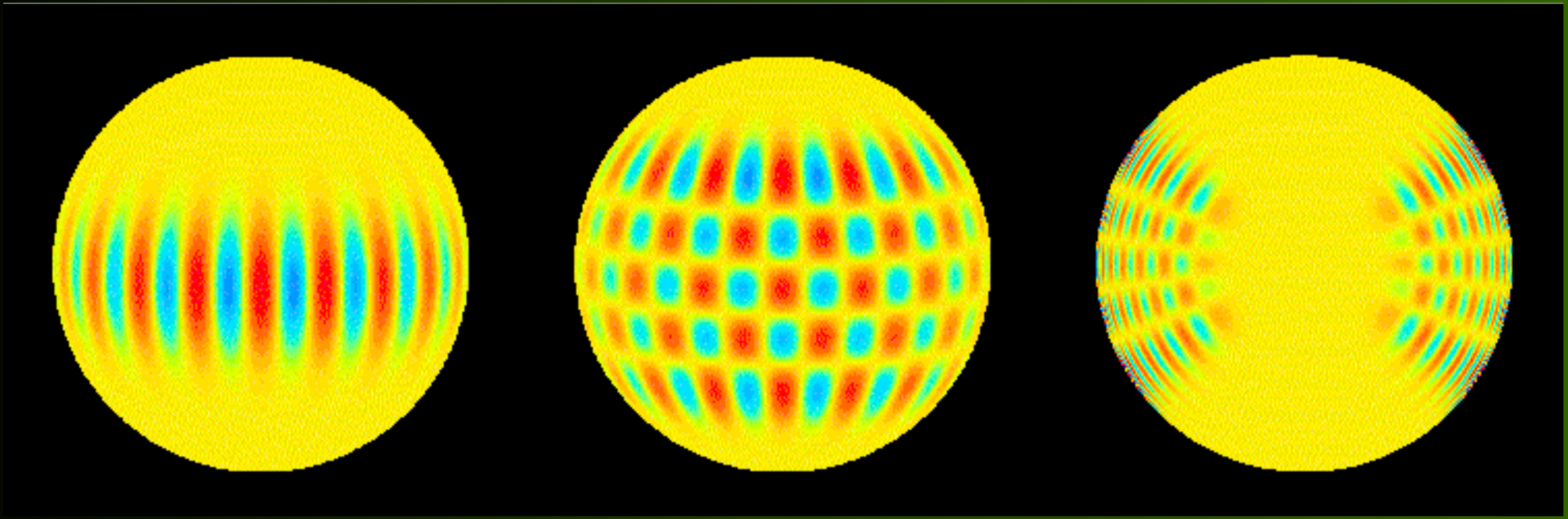


# PULSACJE GWIAZDOWE

**semestr zimowy 2019/2020**

**Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz**

# OPIS ZABURZEŃ

Dany układ możemy opisać na dwa sposoby:

1. podając jego stan w danym punkcie przestrzeni,
2. opisując zachowanie się danego elementu masy.

Są to odpowiednio opisy Eulera i Lagrange'a .

**Opisom tym odpowiadają różne pochodne czasowe:**

**$\partial/\partial t$ – pochodna Eulera, widziana przez stacjonarnego obserwatora**

**$d/dt$ – pochodna Lagrange'a (Stoksa, materiałowa), śledzimy ruch**

**Zachodzi między nimi następujący związek:**

$$d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{v}\cdot\nabla$$

**gdzie** $\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$

**Zaburzenie Eulera - zaburzenie w ustalonym miejscu**

$$f'(\mathbf{r},t) = f(\mathbf{r},t) - f_0(\mathbf{r})$$

**Zaburzenie Lagrange'a - zaburzenie w danym elemencie**

$$\delta f(\mathbf{r}_0,t) = f(\mathbf{r},t) - f_0(\mathbf{r}_0)$$

# Związek miedzy zmiennymi Eulera i Lagrange'a

$$\delta f = f' + [\ f_0(\mathbf{r}) - f_0(\mathbf{r}_0)\ ]$$

$$\Downarrow$$

$$\delta f = f' + \boldsymbol{\xi} \cdot \nabla f_0(\mathbf{r})$$

**gdzie** $\boldsymbol{\xi} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}_0$

**podstawowe zasady komutacji:**

1. **’ komutuje z ∂ /∂t oraz ∇**

2. **δ komutuje z d/dt**

**Związek między prędkością v, a przesunięciem $\xi$ w przypadku opisu Lagrange'a i Eulera**

Jeśli stan niezaburzony jest statyczny ($v_0=0$), to otrzymamy

$$\delta v = v' = \partial\xi/\partial t = d\xi/dt$$

samą prędkość przepływu traktujemy jako wielkość I-go rzędu

**Dowolne przesunięcie elementu masy**

$$\xi = \sum_{nlm} \xi_{\mathrm{nlm}}$$

**W teorii liniowej zakładamy, że mody nie oddziałują ze sobą i każdy mod możemy badać osobno.**

**Analiza modów normalnych.**

**Przesunięcie elementu masy dla pojedynczego modu w układzie współrotującym (przybliżenie zerowej rotacji !)**

$$\xi_{nlm} = \xi_r \mathbf{e_r} + \xi_h$$

$$\xi_r = r\, y_{nlm}(r)\, Y_\ell^m(\theta, \varphi)\, \exp(-i\omega_{n\ell m} t)$$

$$\xi_h = z_{nlm}(r) \nabla_H Y_\ell^m(\theta, \varphi)\, \exp(-i\omega_{n\ell m} t)$$

$y_{nlm}(r)$, $z_{nlm}(r)$ – funkcje własne

**Przesunięcie elementu masy dla pojedynczego modu w układzie współrotującym**

$$\xi_{nlm} = r\,[\,y_{nlm}(r)\,Y_{\ell}^{m}(\theta,\varphi)\,e_r + z_{nlm}(r)\,\nabla_H Y_{\ell}^{m}(\theta,\varphi)\,]\,\exp(-i\omega_{n\ell m}t)$$

**n odpowiada liczbie węzłów spełniających równanie**

$$y_{nlm}(r_i)=0,\quad i=1,2,\ldots,n \quad \text{dla } r\neq 0$$

## Składowe przesunięcia Lagrange'a

$$\xi_r = \delta r$$

$$\xi_\theta = r\delta\theta$$

$$\xi_\varphi = r \sin\theta\delta\varphi$$

## W układzie współrotującym

$$\delta r''(r'',\theta'',\phi'',t) = r'' y_{n\ell m}(r'') Y_\ell^m(\theta'',\phi'') \mathrm{exp}(\mathrm{i}\omega_{n\ell m} t),$$

$$\delta\theta''(r'',\theta'',\phi'',t) = z_{n\ell m}(r'') \frac{\partial}{\partial\theta''} Y_\ell^m(\theta'',\phi'') \mathrm{exp}(\mathrm{i}\omega_{n\ell m} t),$$

$$\delta\phi''(r'',\theta'',\phi'',t) = \frac{z_{n\ell m}(r'')}{\sin^2\theta''} \frac{\partial}{\partial\phi''} Y_\ell^m(\theta'',\phi'') \mathrm{exp}(\mathrm{i}\omega_{n\ell m} t),$$

## W układzie nieruchomym

$$\delta r'(r',\theta',\phi',t) = r' y_{n\ell m}(r') Y_\ell^m(\theta',\phi'-\Omega t)\exp(\mathrm{i}\omega_{n\ell m}t),$$

$$\delta\theta'(r',\theta',\phi',t) = z_{n\ell m}(r')\frac{\partial}{\partial\theta'} Y_\ell^m(\theta',\phi'-\Omega t)\exp(\mathrm{i}\omega_{n\ell m}t),$$

$$\delta\phi'(r',\theta',\phi',t) = \frac{z_{n\ell m}(r')}{\sin^2\theta'}\frac{\partial}{\partial\phi'} Y_\ell^m(\theta',\phi'-\Omega t)\exp(\mathrm{i}\omega_{n\ell m}t).$$

# W układzie obserwatora

$$\delta\theta = \frac{\partial\theta}{\partial\theta'}\delta\theta' + \frac{\partial\theta}{\partial\phi'}\delta\phi',$$

$$\delta\phi = \frac{\partial\phi}{\partial\theta'}\delta\theta' + \frac{\partial\phi}{\partial\phi'}\delta\phi',$$

$$\frac{\partial}{\partial\theta'} = \frac{\partial\theta}{\partial\theta'}\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\partial\phi}{\partial\theta'}\frac{\partial}{\partial\phi},$$

$$\frac{\partial}{\partial\phi'} = \frac{\partial\theta}{\partial\phi'}\frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\partial\phi}{\partial\phi'}\frac{\partial}{\partial\phi},$$

$$\sin\theta' = N(\theta,\phi)\sin\theta.$$

# W układzie obserwatora

$$\delta r(r,\theta,\phi,t) = r y_{n\ell m}(r) \sum_{k=-\ell}^{\ell} d_{\ell mk}(i) Y_\ell^k(\theta,\phi) \exp(\mathrm{i}(\omega_{n\ell m} - m\Omega)t),$$

$$\delta\theta(r,\theta,\phi,t) = z_{n\ell m}(r)\left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial\theta'}\right)^2 \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\partial\theta}{\partial\theta'}\frac{\partial\phi}{\partial\theta'}\frac{\partial}{\partial\phi}\right] \sum_{k=-\ell}^{\ell} d_{\ell mk}(i) Y_\ell^k(\theta,\phi) \exp(\mathrm{i}(\omega_{n\ell m} - m\Omega)t)$$

$$+ \frac{z_{n\ell m}(r)}{\sin^2\theta\ N^2(\theta,\phi)}\left[\left(\frac{\partial\theta}{\partial\phi'}\right)^2 \frac{\partial}{\partial\theta} + \frac{\partial\theta}{\partial\phi'}\frac{\partial\phi}{\partial\phi'}\frac{\partial}{\partial\phi}\right] \sum_{k=-\ell}^{\ell} d_{\ell mk}(i) Y_\ell^k(\theta,\phi) \exp(\mathrm{i}(\omega_{n\ell m} - m\Omega)t),$$

$$\delta\phi(r,\theta,\phi,t) = z_{n\ell m}(r)\left[\frac{\partial\theta}{\partial\theta'}\frac{\partial\phi}{\partial\theta'}\frac{\partial}{\partial\theta} + \left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta'}\right)^2 \frac{\partial}{\partial\phi}\right] \sum_{k=-\ell}^{\ell} d_{\ell mk}(i) Y_\ell^k(\theta,\phi) \exp(\mathrm{i}(\omega_{n\ell m} - m\Omega)t)$$

$$+ \frac{z_{n\ell m}(r)}{\sin^2\theta\ N^2(\theta,\phi)}\left[\frac{\partial\theta}{\partial\phi'}\frac{\partial\phi}{\partial\phi'}\frac{\partial}{\partial\theta} + \left(\frac{\partial\phi}{\partial\phi'}\right)^2 \frac{\partial}{\partial\phi}\right] \sum_{k=-\ell}^{\ell} d_{\ell mk}(i) Y_\ell^k(\theta,\phi) \exp(\mathrm{i}(\omega_{n\ell m} - m\Omega)t).$$

**Ponieważ grupa obrotów wokół kątów Eulera jest ortonormalna zachodzą następujące relacje:**

$$\left(\frac{\partial\theta}{\partial\theta'}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2\theta\ N^2(\theta,\phi)}\left(\frac{\partial\theta}{\partial\phi'}\right)^2 = 1,$$

$$\left(\frac{\partial\phi}{\partial\theta'}\right)^2 + \frac{1}{\sin^2\theta\ N^2(\theta,\phi)}\left(\frac{\partial\phi}{\partial\phi'}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2\theta},$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial\theta'}\frac{\partial\phi}{\partial\theta'} + \frac{1}{\sin^2\theta\ N^2(\theta,\phi)}\frac{\partial\theta}{\partial\phi'}\frac{\partial\phi}{\partial\phi'} = 0.$$

# W układzie obserwatora

$$\delta r(r,\theta,\phi,t) = r y_{n\ell m}(r) \sum_{k=-\ell}^{\ell} d_{\ell m k}(i) Y_\ell^k(\theta,\phi) \exp(\mathrm{i}(\omega_{n\ell m} - m\Omega)t),$$

$$\delta\theta(r,\theta,\phi,t) = z_{n\ell m}(r) \sum_{k=-\ell}^{\ell} d_{\ell m k}(i) \frac{\partial Y_\ell^k(\theta,\phi)}{\partial\theta} \exp(\mathrm{i}(\omega_{n\ell m} - m\Omega)t),$$

$$\delta\phi(r,\theta,\phi,t) = \frac{z_{n\ell m}(r)}{\sin^2\theta} \sum_{k=-\ell}^{\ell} d_{\ell m k}(i) \frac{\partial Y_\ell^k(\theta,\phi)}{\partial\phi} \exp(\mathrm{i}(\omega_{n\ell m} - m\Omega)t).$$

W przypadku radialnych pulsacji adiabatycznych zlinearyzowane równania możemy zapisać jako $L_{ad}[\xi]=\omega^2\xi$, co wraz z warunkami brzegowymi stanowi zagadnienie typu Sturma-Liouville'a.

$L$ - operator liniowy, w którym funkcje skalarne, występujące jako współczynniki, są niezależne od $t$, $\theta$ i $\varphi$.

Czasami zapisujemy $L_{ad}[\xi]=0$

## W zagadnieniu typu S-L spełnione są twierdzenia:

1. Istnieje nieskończona liczba wartości własnych $\omega_n^2$.

2. $\omega_n^2$ są rzeczywiste i można je uporządkować następująco:
$\omega_0^2 < \omega_1^2 < \ldots$, gdzie $\omega_n^2 \to \infty$ dla $n \to \infty$.

3. Funkcja własna $y_0$ związana z najniższą częstotliwością , $\omega_0^2$, nie posiada węzłów w przedziale $0<r<R$ (mod fundamentalny). Dla $n>0$ funkcja własna $y_n$ ma n węzłów (n-ty overton).

4. Znormalizowane funkcje własne $y_n$ tworzą układ zupełny i spełniają relacje ortonormalności.

**W przypadku pulsacji nieradialnych nie mamy już zagadnienia typu Sturma-Liouvilla.**

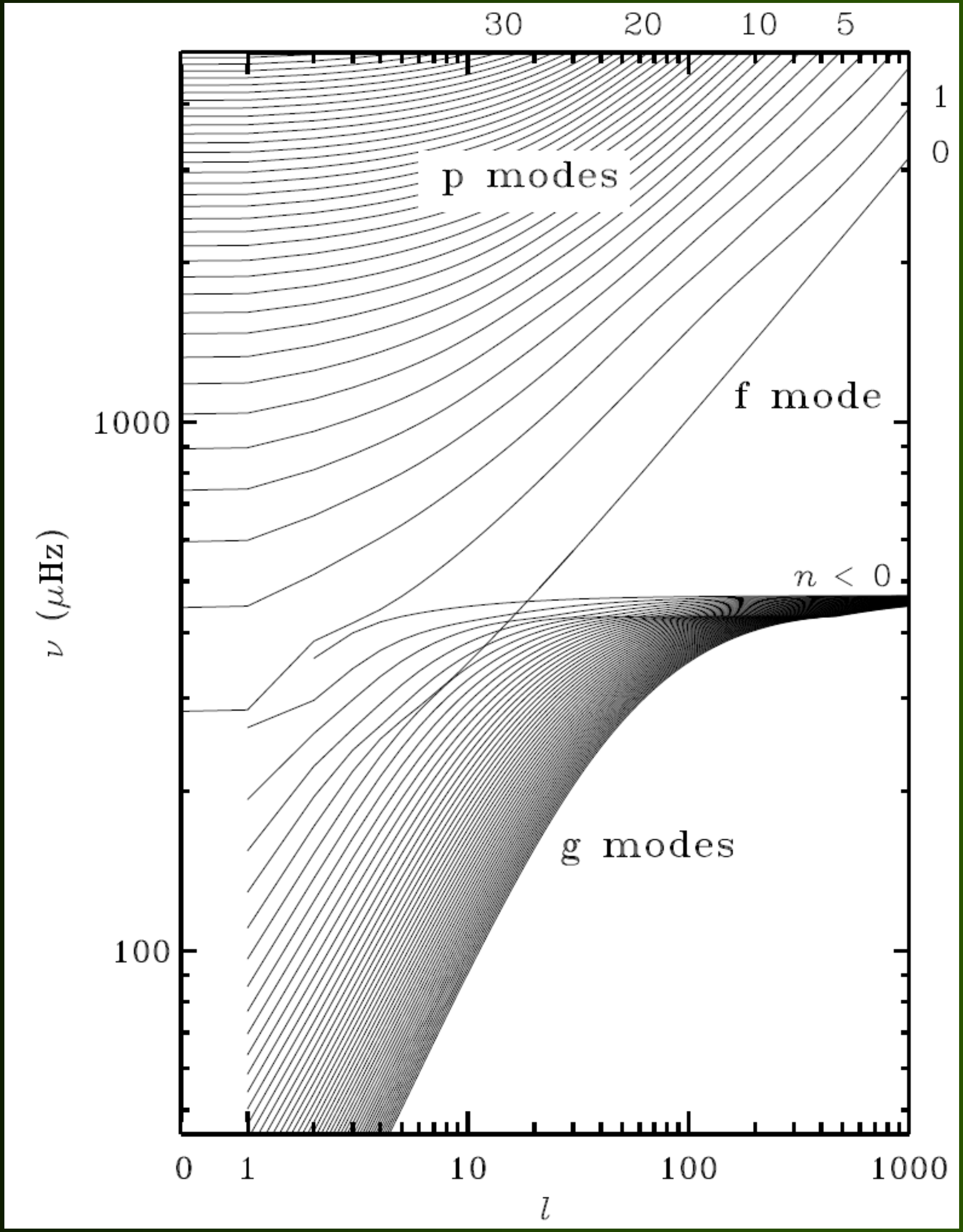
**Równianie $L[\xi_r]=0$ staje się biliniowe w $\omega_n^2$ i $\omega_n^{-2}$ i w granicach $\omega_n^2 \rightarrow \infty$ lub $\omega_n^2 \rightarrow 0$ dąży do równanie typu S-L.**

**W przypadku modów nieradialnych mamy dwa rozwiązania:**

$\omega_1^2 < \omega_2^2 < \omega_3^2 < \ldots$ **mody ciśnieniowe**

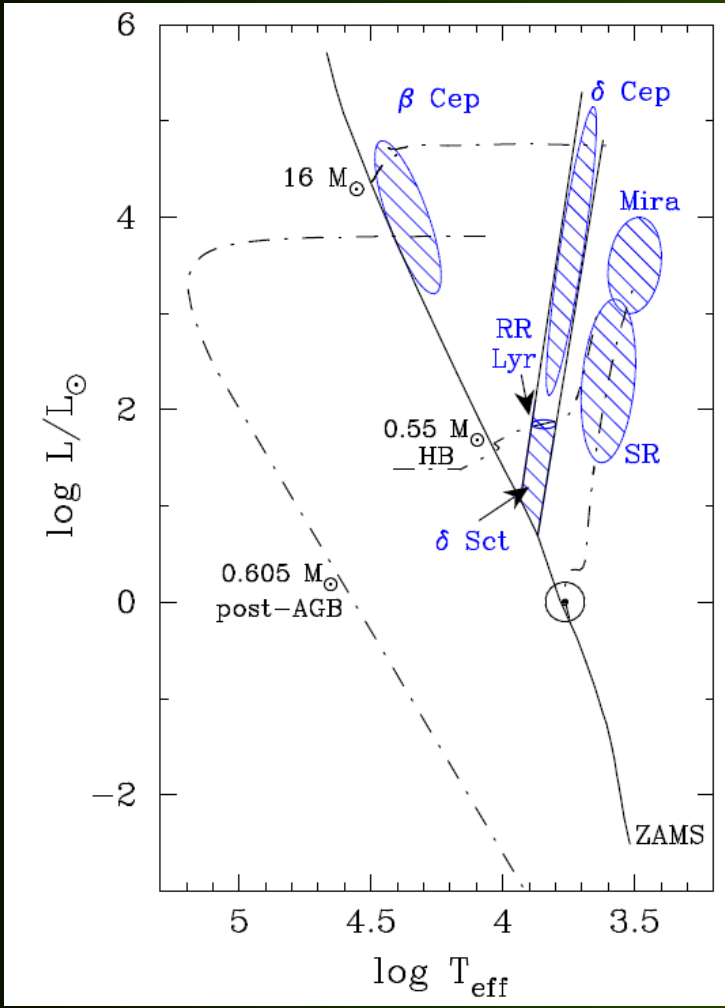
$0 < 1/\omega_1^2 < 1/\omega_2^2 < 1/\omega_3^2 < \ldots$ **mody grawitacyjne**

# ν vs. ℓ dla modelu Słońca

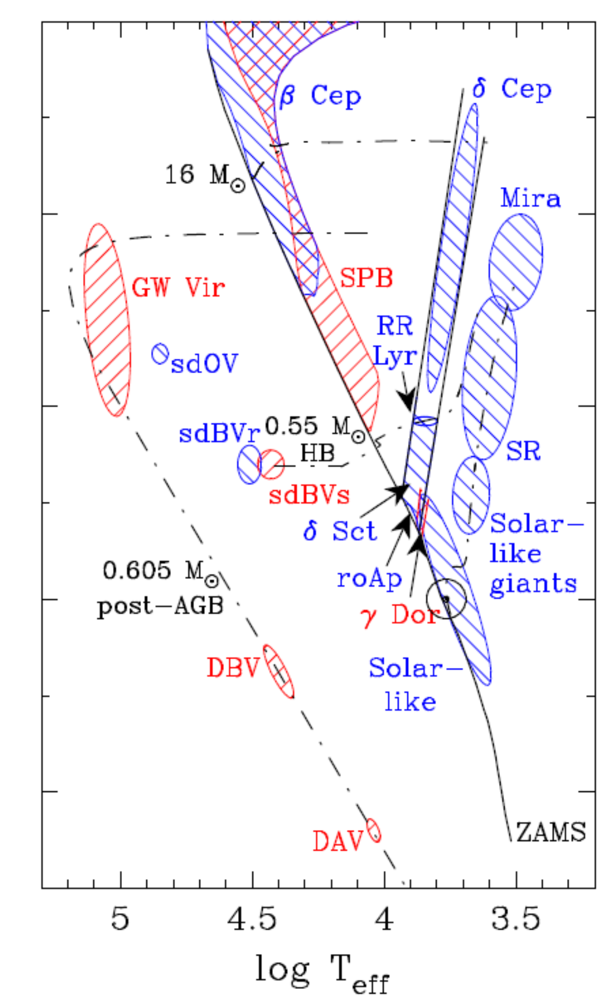



J. Christensen-Dalsgaard

# Obszary niestabilności pulsacyjnej na diagramie Hertzsprunga-Russella




Około 50 lat temu



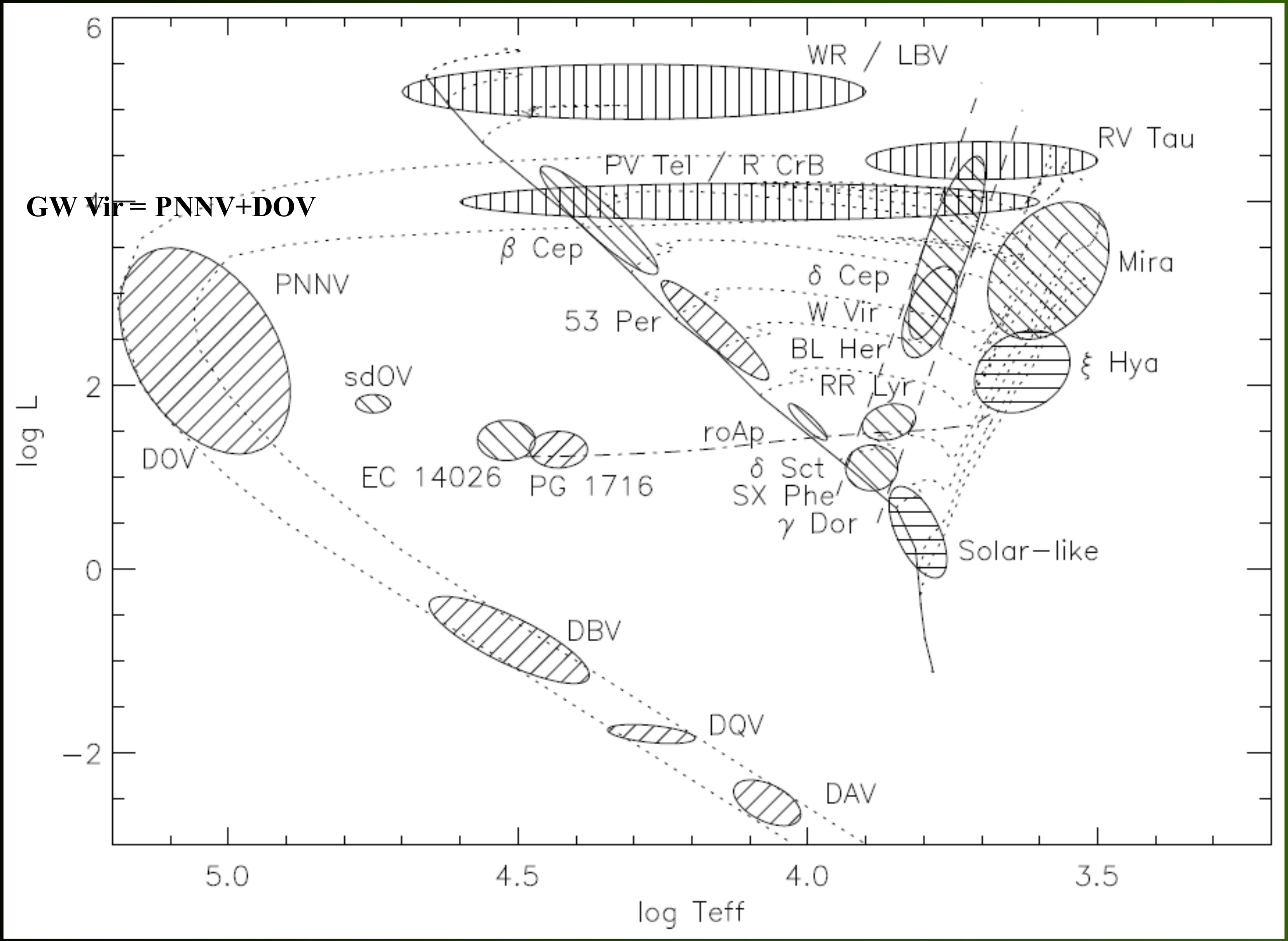

Obecnie

Handler 2012

| Name | Approx. Periods | Discovery/Definition |
|---|---|---|
| Mira variables | 100 - 1000 d | Fabricius (1596) |
| Semiregular (SR) variables | 20 - 2000 d | Herschel (1782) |
| $\delta$ Cephei stars | 1 - 100 d | 1784, Pigott, Goodricke (1786) |
| RR Lyrae stars | 0.3 - 3 d | Fleming (1899) |
| $\delta$ Scuti stars | 0.3 - 6 h | Campbell & Wright (1900) |
| $\beta$ Cephei stars | 2 - 7 h | Frost (1902) |
| ZZ Ceti stars (DAV) | 2 - 20 min | 1964, Landolt (1968) |
| GW Virginis stars (DOV) | 5 - 25 min | McGraw et al. (1979) |
| Rapidly oscillating Ap (roAp) stars | 5 - 25 min | 1978, Kurtz (1982) |
| V777 Herculis stars (DBV) | 5 - 20 min | Winget et al. (1982) |
| Slowly Pulsating B (SPB) stars | 0.5 - 3 d | Waelkens & Rufener (1985) |
| Solar-like oscillators | 3 - 15 min | Kjeldsen et al. (1995) |
| V361 Hydrae stars (sdBVr) | 2 - 10 min | 1994, Kilkenny et al. (1997) |
| $\gamma$ Doradus stars | 0.3 - 1.5 d | 1995, Kaye et al. (1999) |
| Solar-like giant oscillators | 1 - 18 hr | Frandsen et al. (2002) |
| V1093 Herculis stars (sdBVs) | 1 - 2 hr | Green et al. (2003) |
| Pulsating subdwarf O star (sdOV) | 1 - 2 min | Woudt et al. (2006) |

**Handler 2013**

# BARDZIEJ KOMPLETNY OBRAZ ...




C. S. Jeffery

# TYPY GWIAZD PULSUJĄCYCH

| TYP | $M/M_\odot$ | $\log T_{eff}$ | P | Mody |
|---|---|---|---|---|
| Cepheids | 4-14 | 3.7-3.9 | 1-80 d | rad, nierad? |
| RR Lyr | 0.5-0.7 | 3.8-3.9 | 0.1-1.2 d | rad, nierad? |
| Miry | 2-3? | 3.3-3.5 | 80-1500 d | radialne |
| δ Sct, SX Phe | 1.5-2.8 | 3.8-3.9 | 0.01-0.3 d | p, g, niskie n |
| γ Dor | ~1.5 | 3.8-3.85 | 0.3-1.5 d | g, n>>1 |
| roAp | 1.8-2 | ~3.9 | 6-15 min | p, n>>1 |
| SPB | 3-7 | 4.1-4.3 | 0.5-4 d | g, n>>1 |
| β Cep | 8-16 | 4.35-4.5 | 0.07-0.3 d | p, g |
| solar type | ~1 | 3.7-3.8 | 5-16 min | p, n>>1 |
| ZZ Cet (DAV) | 0.4-0.8 | 4.05-4.1 | 1-15 min | g |
| V777 Her (DBV) | ~0.6 | 4.33-4.4 | 1-15 min | g, n>>1 |
| GW Vir(DOV+PNNV) | 0.6 | 4.8-5.2 | 5-33 min | g, n>>1 |
| V361 Hya (sdB) | <0.5 | 4.45-4.6 | 80-600 s | p, low n |
| V1093 Her (sdB) | <0.5 | 4.4-4.48 | 45min- 2h | g, n>>1 |
| sdOv | 0.5 | 4.6 – 5.0 | 60-160 s | g, n>>1 |

Hybrid pulsators, np. β Cep/SPB, δ Sct/γ Dor, V361 Hya/V1093 Her

**GENERAL CATALOGUE OF VARIABLE STARS**
**http://www.sai.msu.su/gcvs/index.htm**

**Przykładowe oznaczenia typów:**

**ACYG, BCEP, DCEP, DSCT, M,**

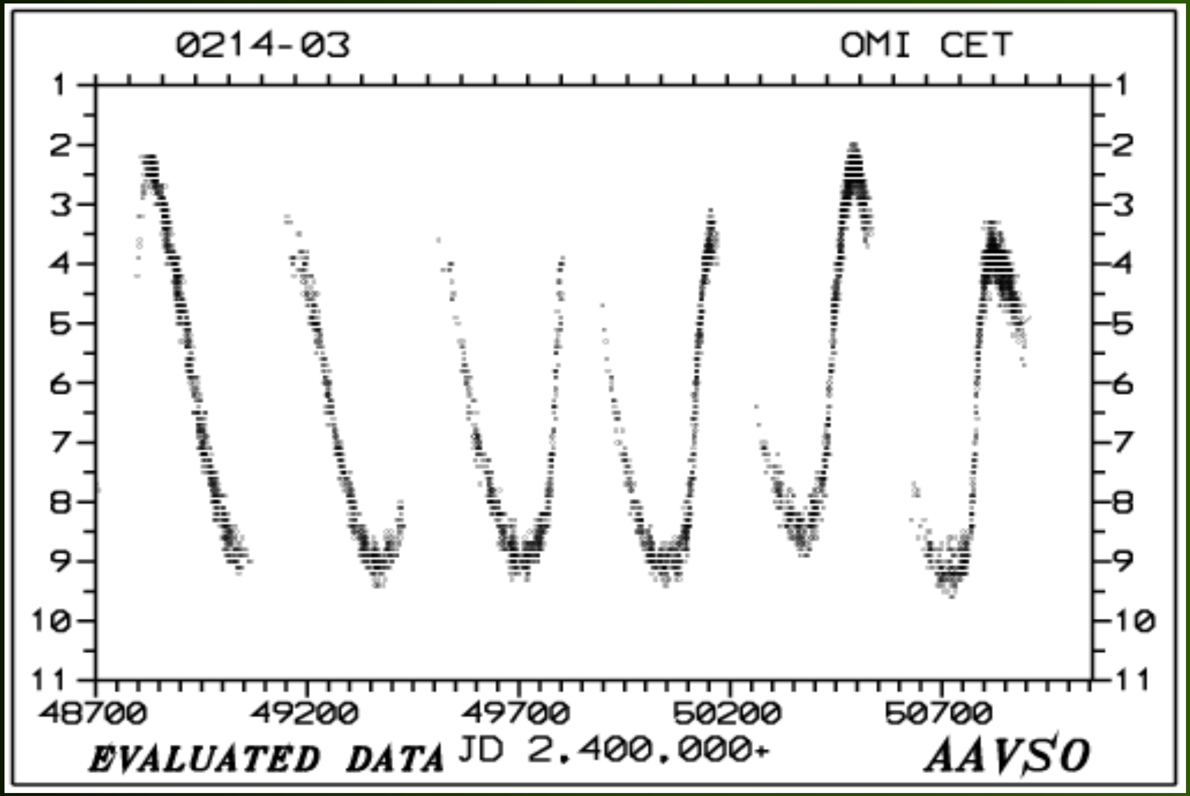
**RR, RRAB, RV, SR, SXPHE, ZZ**

**Nazewnictwo gwiazd zmiennych – Friedrich Argelander**

# Przykładowe krzywe blasku

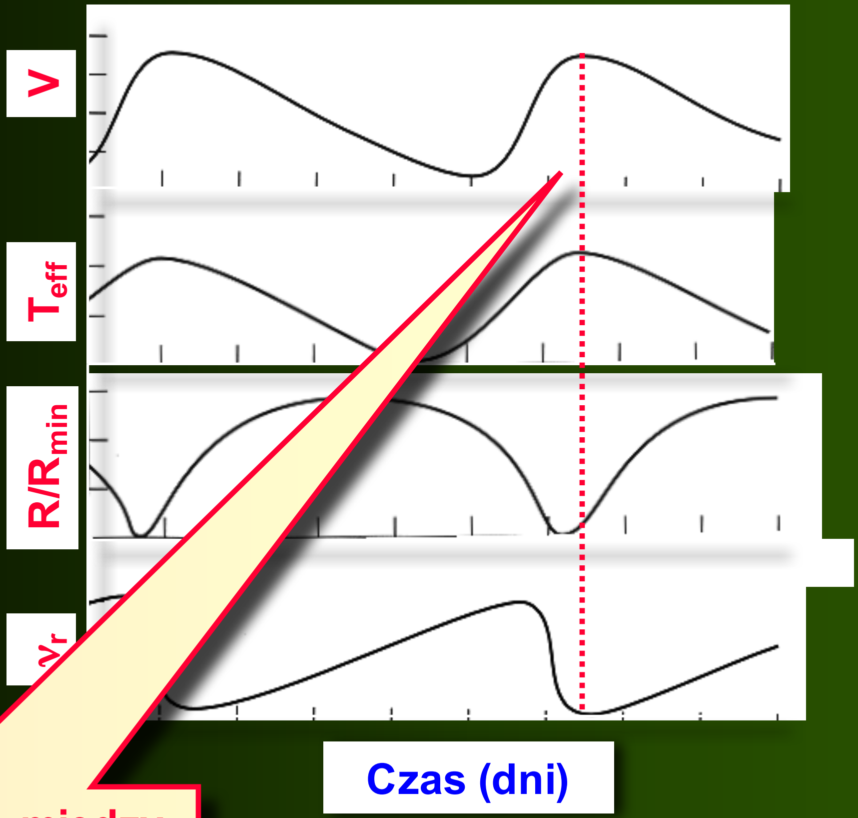
**Mira (o Cet ) - pierwsza gwiazda pulsująca odkryta w 1596 przez Davida Fabriciusa.**

**Mira zmienia jasność obserwowaną od +3.5 do +9 mag z okresem 332 dni.**



# Cefeidy klasyczne

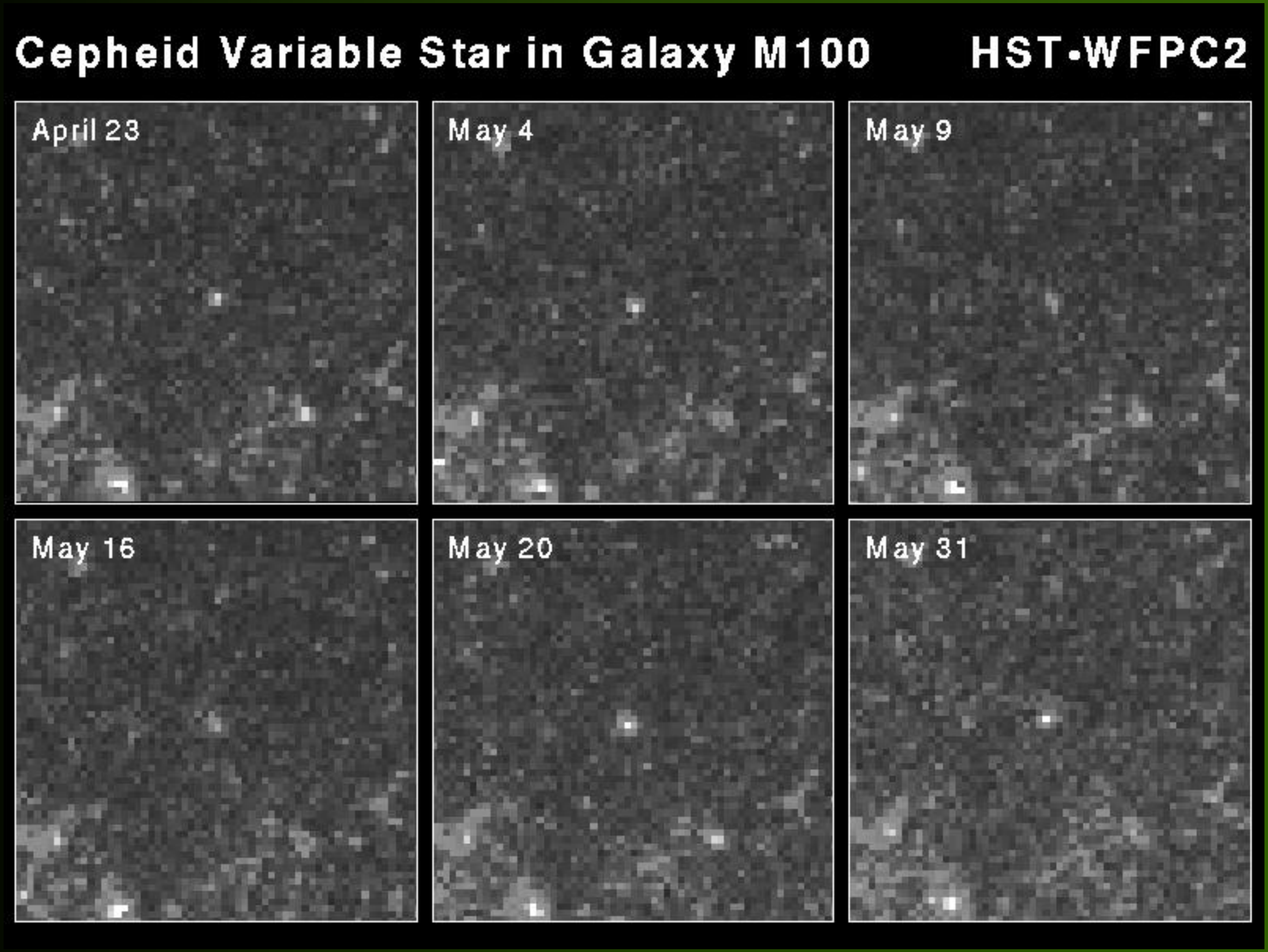
## δ Cephei odkryta przez Johna Goodricka w 1784, P=5.4 d




Przesunięcie fazowe między maksimum jasności a minimum promienia !

0.1-0.2 P

1914 – Harlow Shapley
pulsacje radialne


Cepheid Variable Star in Galaxy M100
HST•WFPC2
April 23
May 4
May 9
May 16
May 20
May 31

# gwiazdy RV Tauri
# obiekty post-AGB (nadolbrzymy) o małych masach

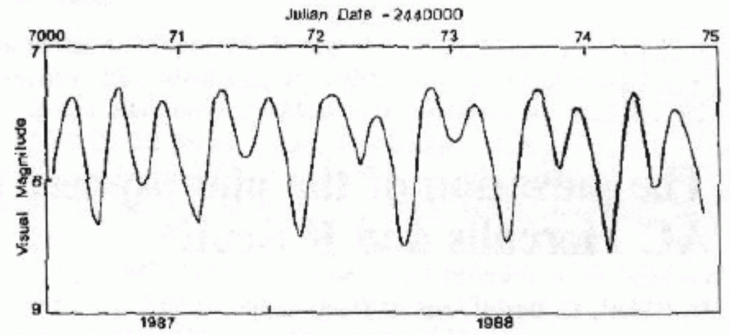



Figure 2.17: The lightcurve of the RV Tauri star AC Her.

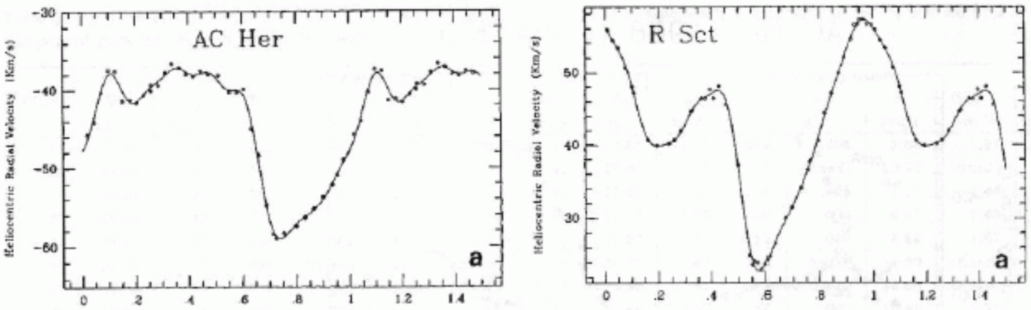


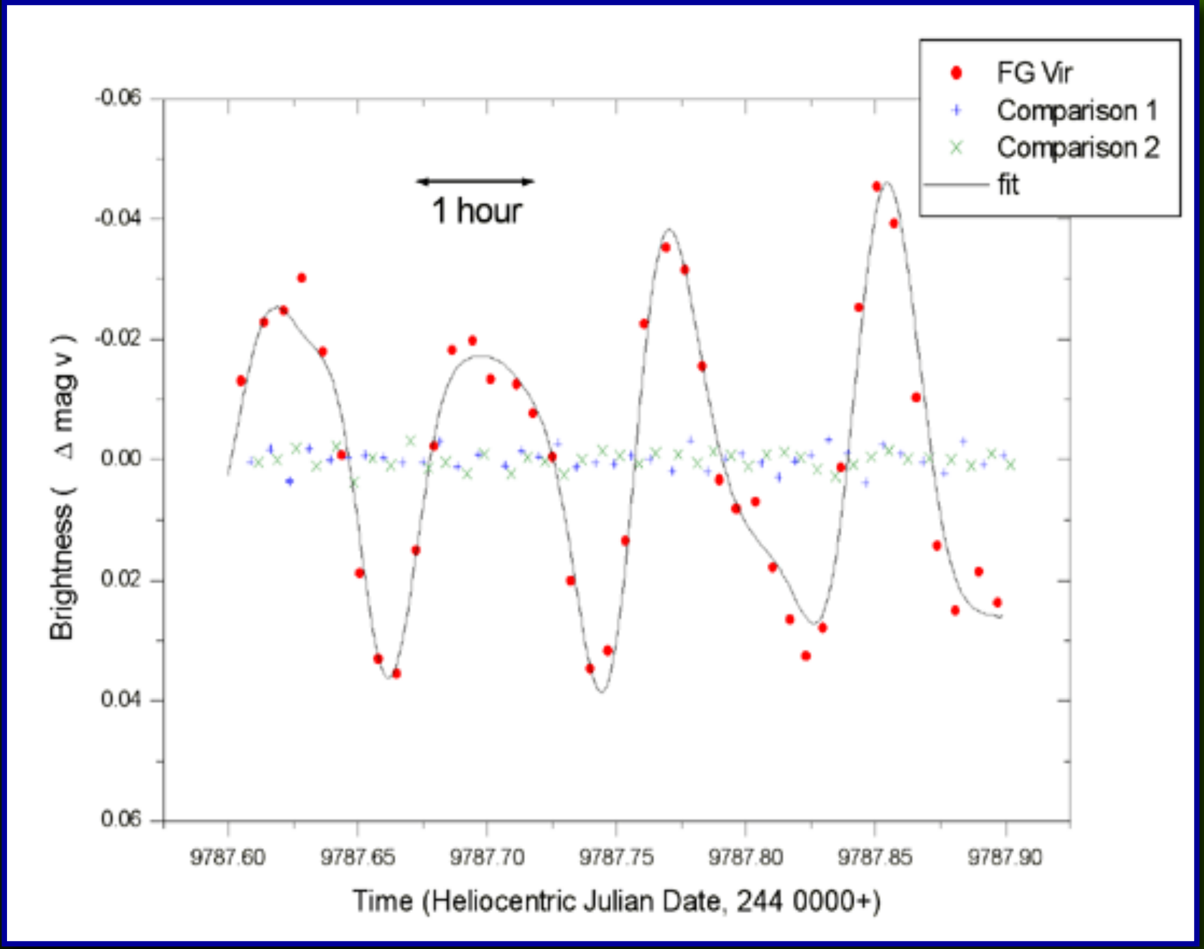

Figure 2.18: The radial-velocity curves of the RV Tauri stars AC Her and R Scuti.

**Występowanie na przemian płytszych i głębszych minimów**

- **RVa** - nie wykazują zmian średniej jasności
- **RVb** - wykazują okresowe zmiany średniej jasności

# δ Scuti

## Campbell & Writh 1900
## Fath, Colacevich 1935

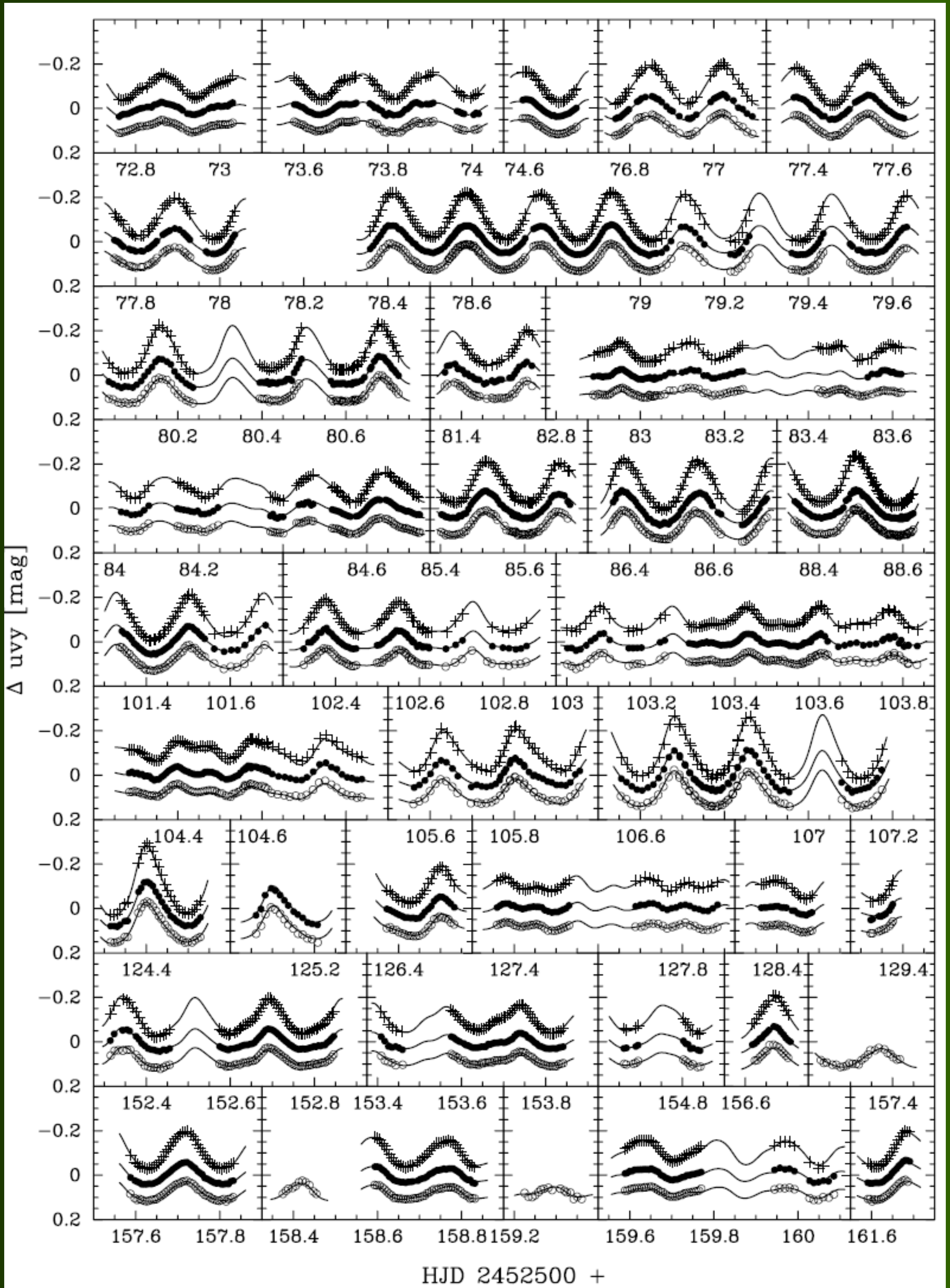


# β Cephei

# Frost 1902

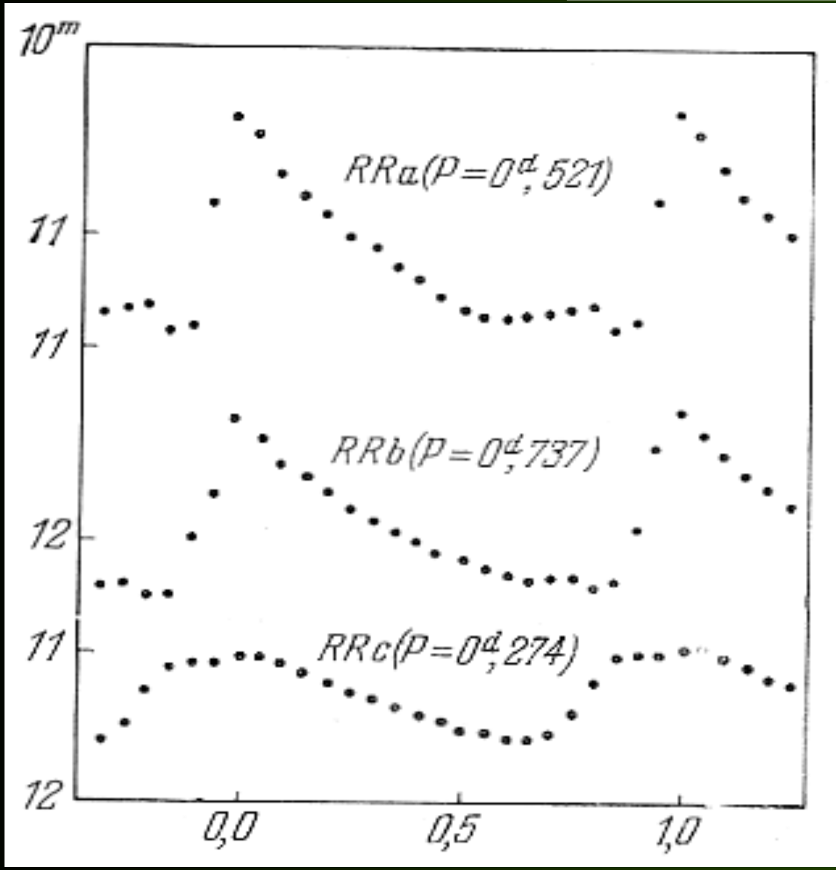
**Krzywe blasku ν Eridani**

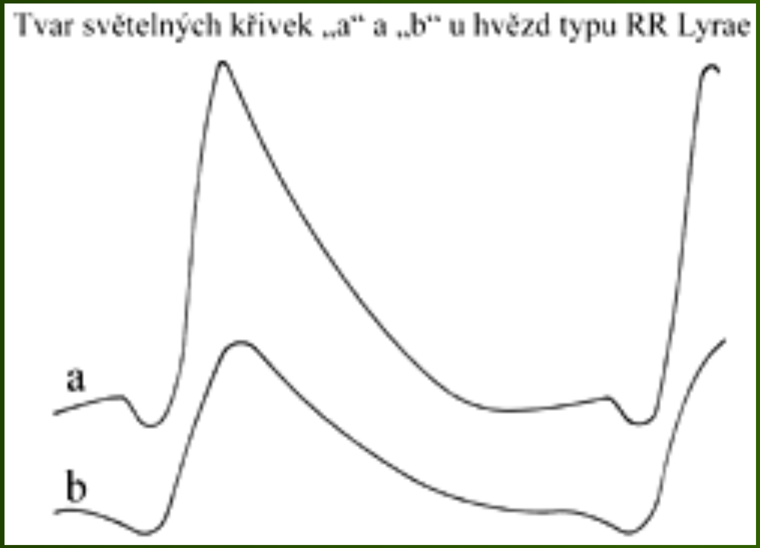
**w pasmach Strömgrena uvy**

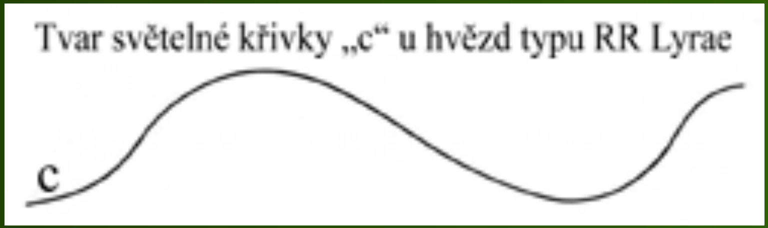


# RR Lyrae

## Fleming 1899




**a,b,c – klasy Baileya**
**(podział ze względu na amplitudę, kształt krzywej blasku i okres pulsacji)**
**a: $\Delta m_V$=1.3, b: $\Delta m_V$=0.9, c: $\Delta m_V$=0.5**

# RR Lyrae

RRa i RRb – pulsują w radialnym modzie fundamentalnym i mają asymetryczną krzywą blasku

RRc – pulsują w pierwszym owertonie i mają sinusoidalną krzywą blasku

RRd – dwumodalne, pulsują jednocześnie w modzie fundamentalnym i pierwszym owertonie

RRe (?) – pulsują w drugim owertonie

Dane z misji Kepler: wielomodalne gwiazd RR Lyr

# RR Lyrae

**Inna klasyfikacja dotyczy gromad macierzystych:**

**gromada typu Oosterhoff I - zawiera głównie RRab**
**M3, M5**

**gromada typu Oosterhoff II – N(Rab)≈N(RRc)**
**ω Cen, M15**

**Gromady typu Oosterhoff II mają mniej metali**

# RR Lyrae

**Efekt Błażki (1924) - okresowe zmiany amplitudy i fazy krzywej blasku**

**P=0.54 d**

**$P_{mod}$=41 d**

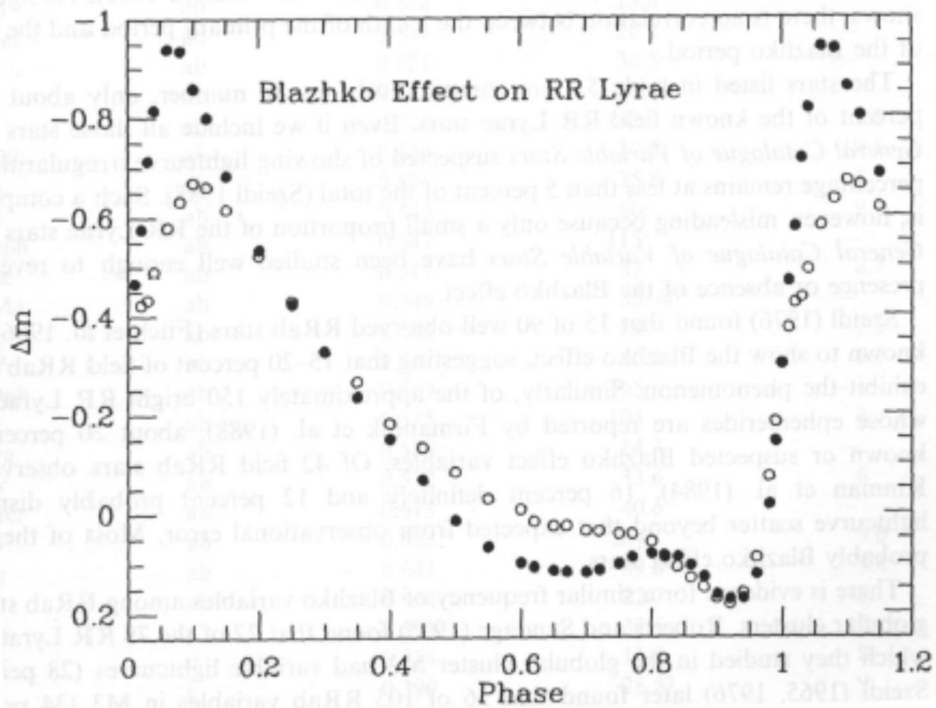
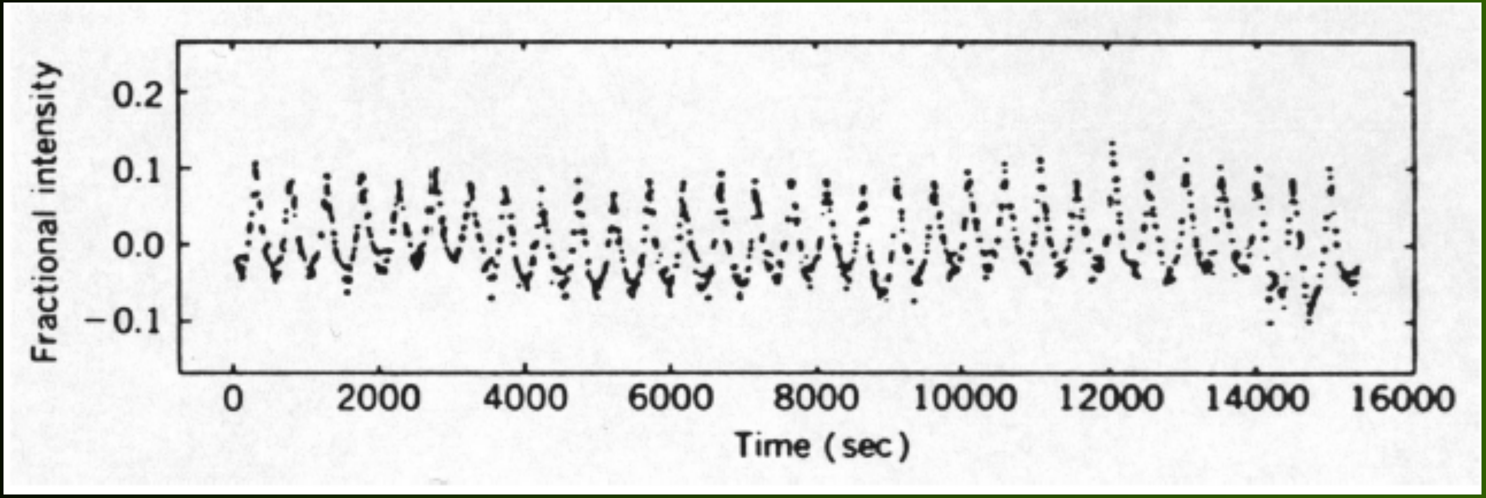
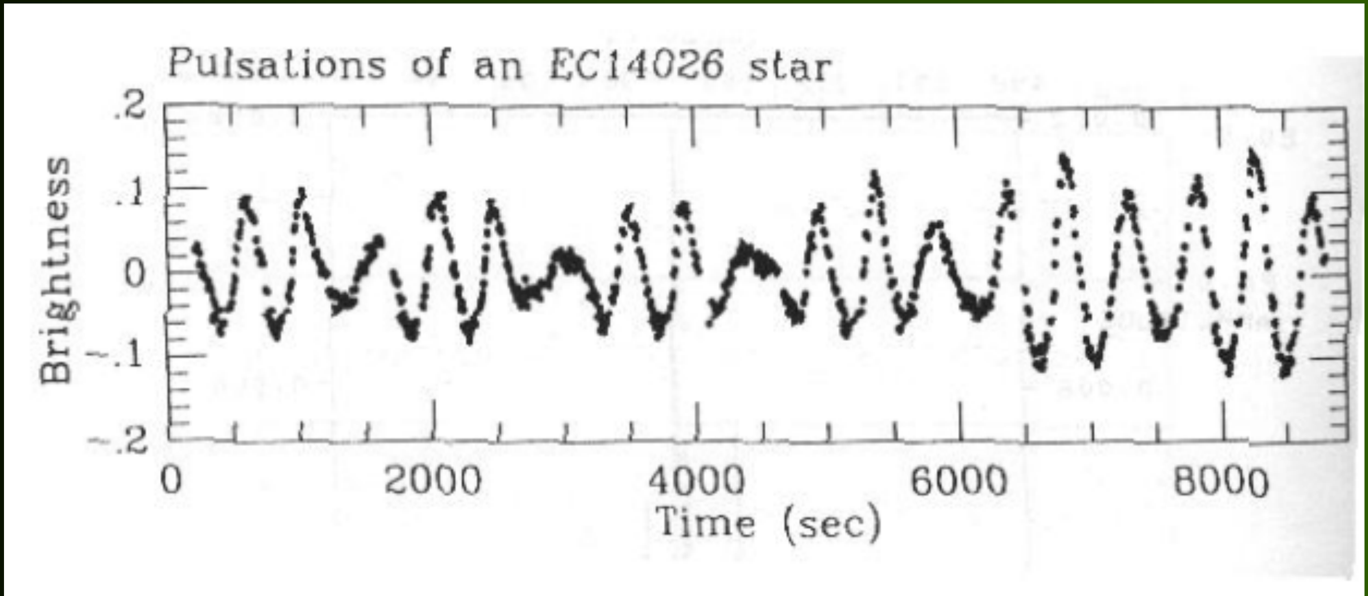


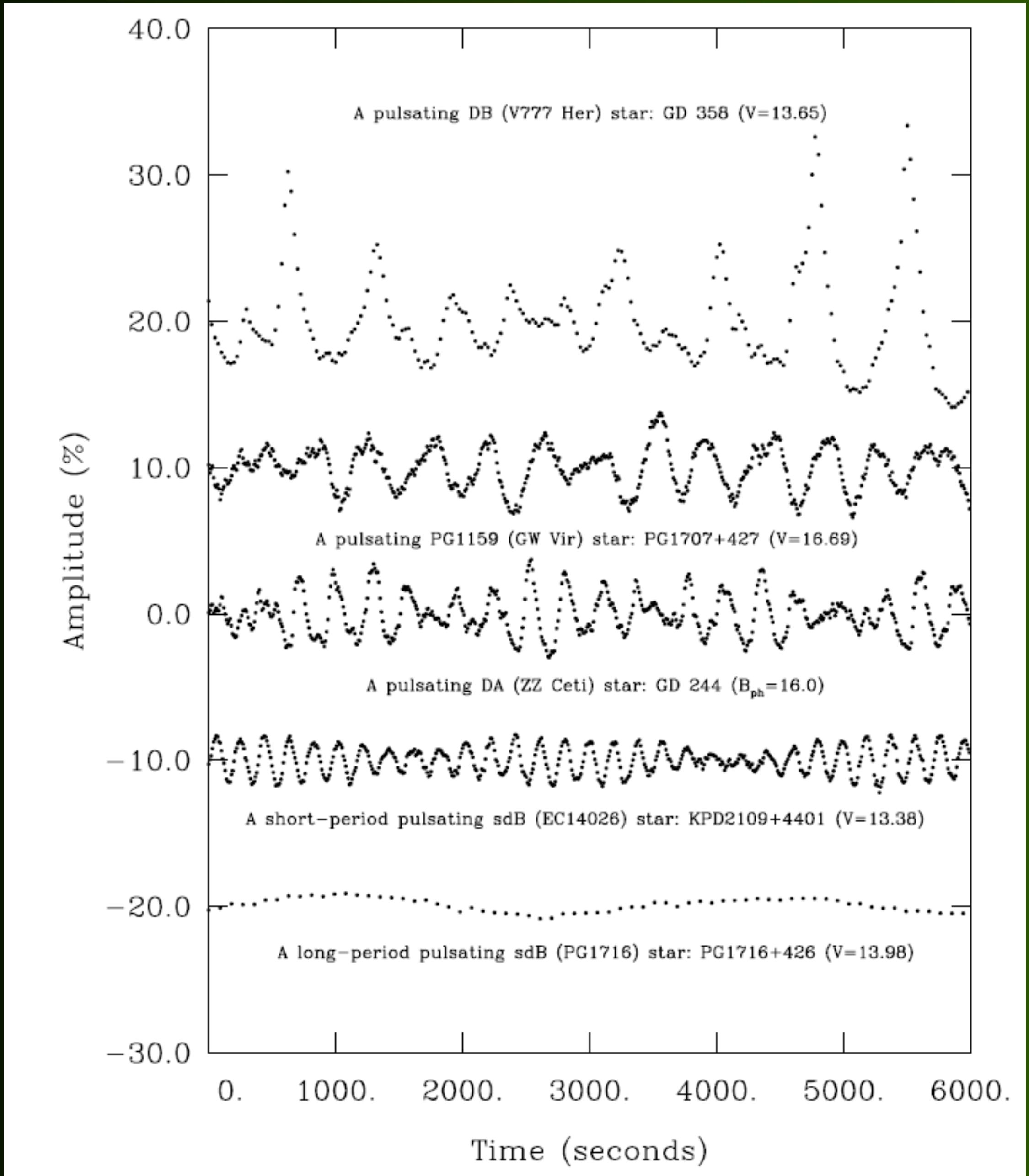

Figure 2.16: The Blazhko effect in RR Lyrae: the amplitude of the light variations is modulated with a period of 40.8 days. The lightcurves presented by open, respectively filled dots were measured some 20 days apart.

# V777 Her (DBV), PG1351+489



# V361 Hya (sdBv), EC 14026






G. Fontaine, P. Brassard
2008, PASP 120, 1043

**Henrietta Swan Leavitt (1868 –1921)**
**Obserwując w 1908 Cefeidy w MC odkryła zależność okres-jasność, zależność P-L (period -luminosity).**

$$log_{10}\left(\frac{< L >}{L_{\odot}}\right) = 1.15\ log_{10}\overset{d}{\prod} + 2.47$$

$$M_{<V>} = -2.80\ log_{10}\overset{d}{\prod} - 1.43$$

**+**

$$m_V - M_V = 5\ log_{10}r - 5$$

**=**

**odległość**

# zależność P-L z 1912

Jasność w max i min blasku

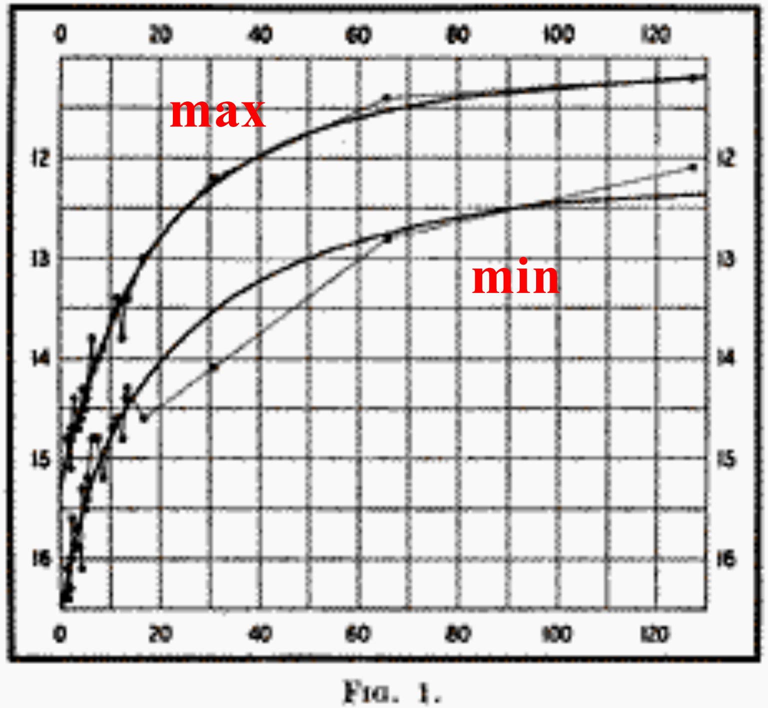



Fig. 1.

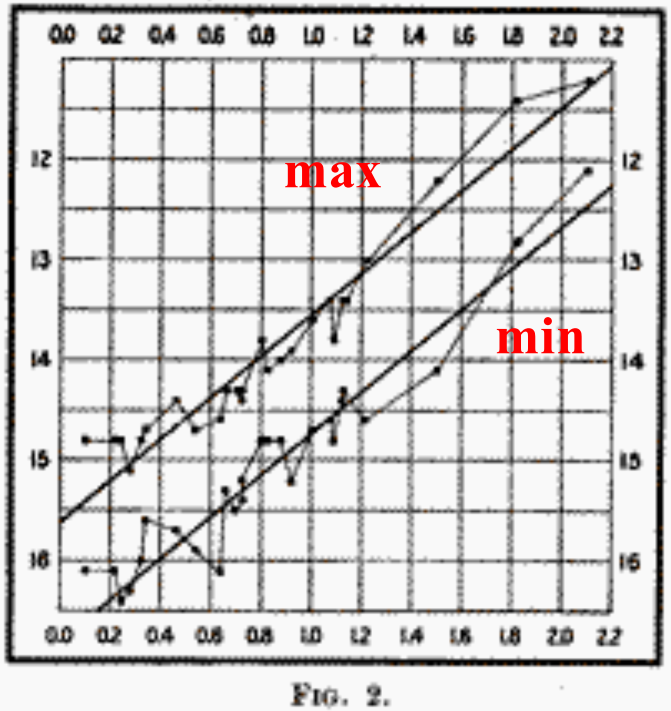



Fig. 2.

P [d]

Log P

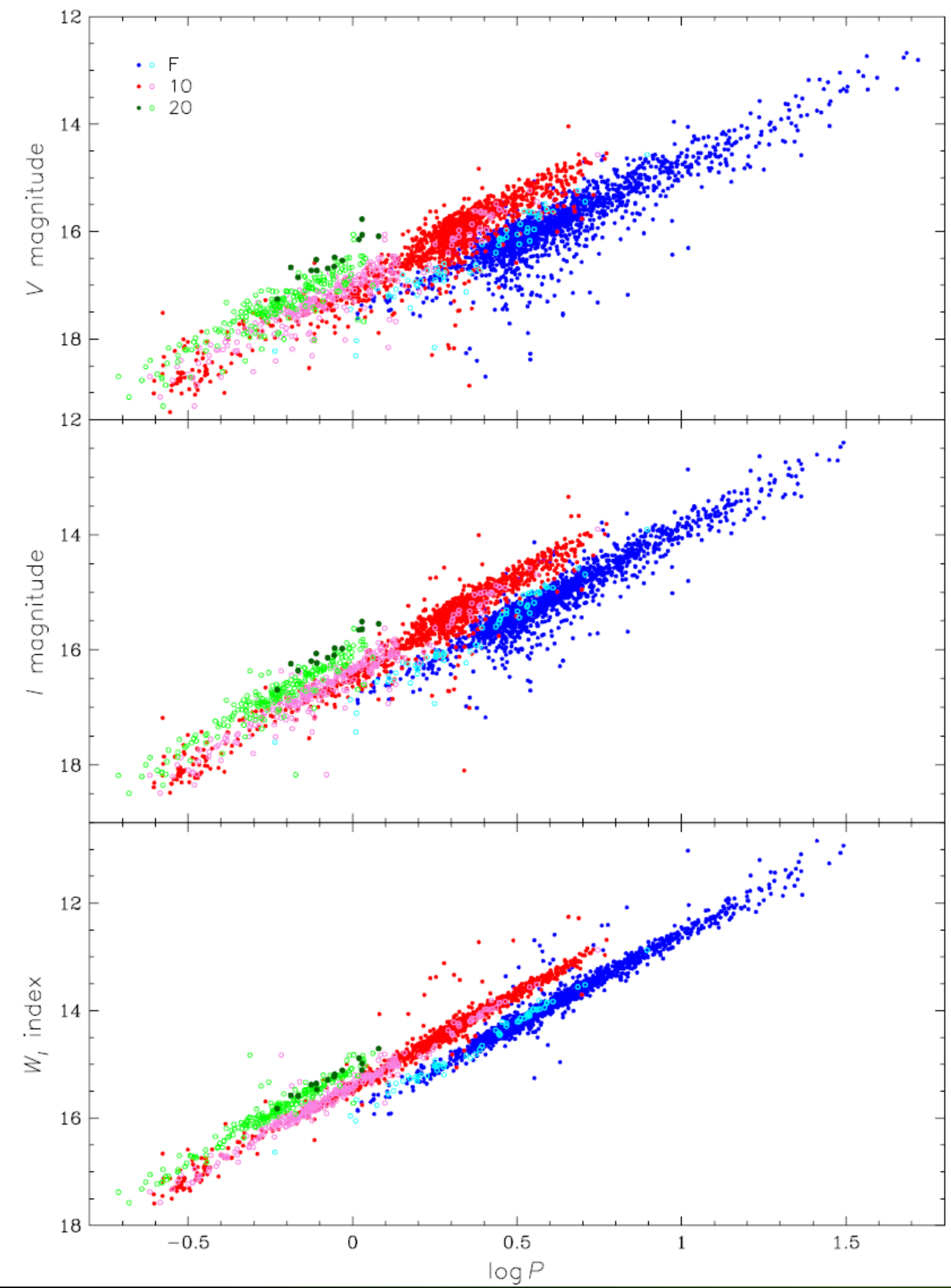
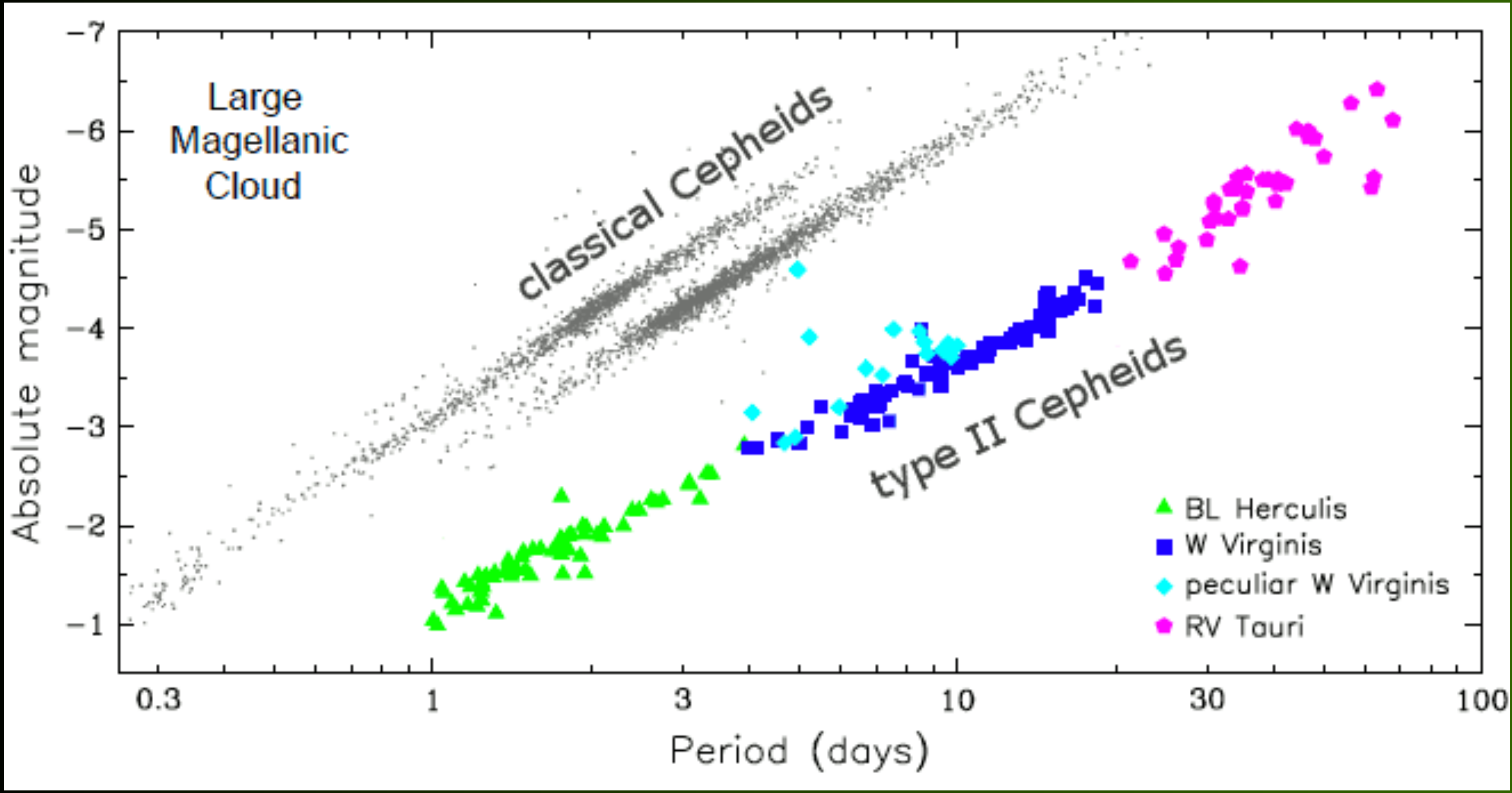



**Diagram okres–jasność dla Cefeid klasycznych w LMC**

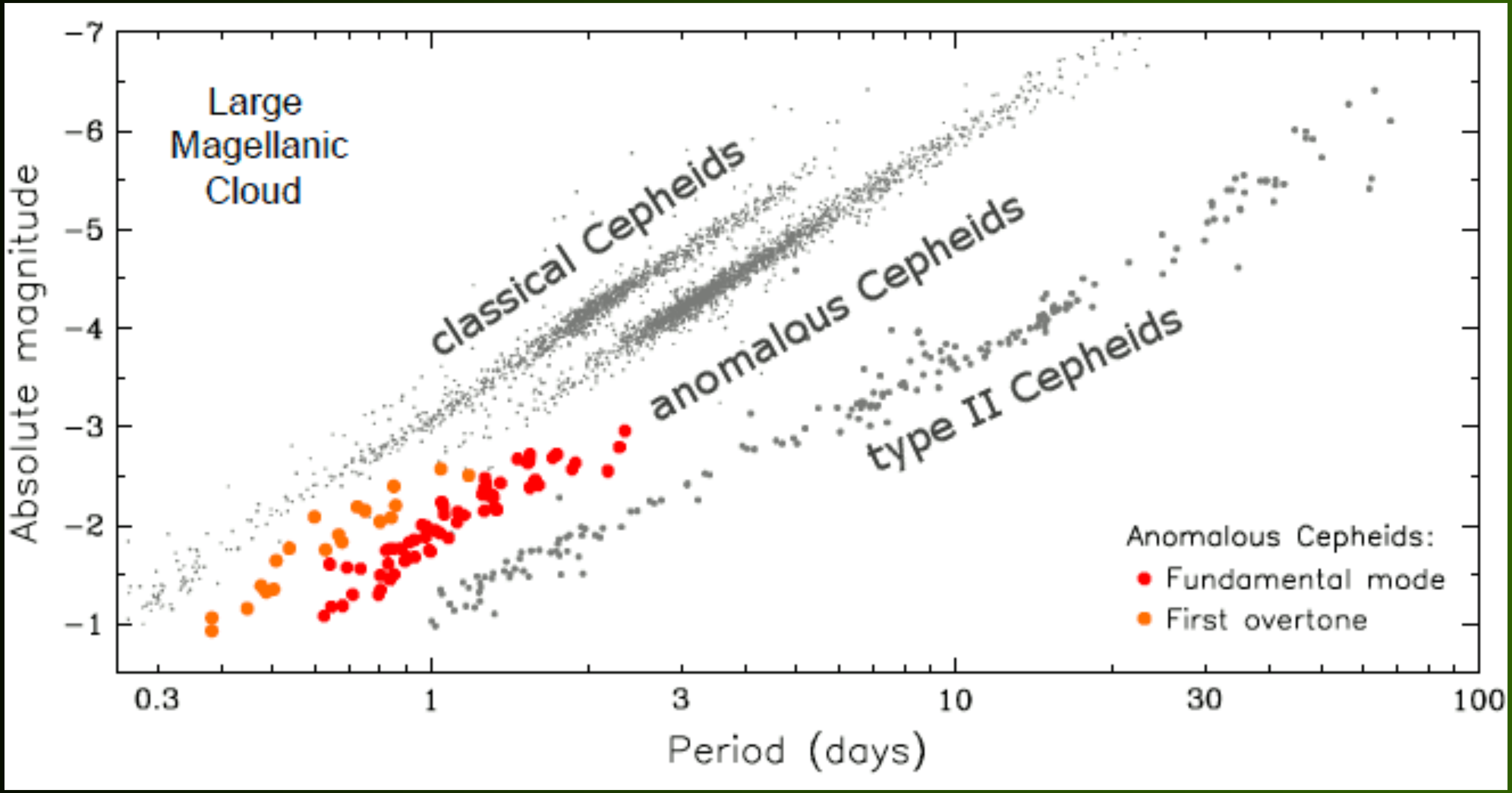
**Dane OGLE, Soszyński et al. 2008**

**$W_I$ - wskaźnik barwy wolny od poczerwienienia**

$$W_I = I - 1.55(V - I)$$




**Soszyński i in. 2008-2013**




Soszyński i in. 2008

Klasyczne cefeidy – gwiazdy Populacji I o masach 4-15 $M_\odot$ o okresach pulsacji rzędu dni – miesięcy, palące hel w jądrze.

Cefeidy II typu:

Podklasa BL Herculis - gwiazdy o okresach pulsacji od 1 do 4 dni

Podklasa W Virginis – gwiazdy o okresach pulsacji 10–20 dni

Podklasa RV Tauri - gwiazdy o okresach dłuższych od 20 dni, wykazujące w zmianach blasku głębsze i płytsze minima

BL Her -- obiekty palące hel w jądrze, przesuwające się od gałęzi horyzontalnej w kierunku AGB

W Vir – gwiazdy palące wodór lub hel w warstwie na niebieskiej pętli

RV Tau -- obiekty post-AGB

Anomalne cefeidy - gwiazdy o masach 1-2 $M_\odot$ ubogie w metale

# STAŁA PULSACJI, Q

$P\sqrt{\rho} = const = Q$

1. Wychodzimy od równanie ruchu

2. Zaburzamy

3. Linearyzujemy

**Wynik:**

$$P\sqrt{\rho} = [\, 3\pi / G(3\gamma - 4)\, ]^{1/2} = Q$$

czyli $P \sim 1/\sqrt{\rho}$

$\gamma > 4/3$ - gwiazda oscyluje

$\gamma < 4/3$ – gwiazda zapada się

model δ Cep: $M=7\,M_\odot$, $R=80\,R_\odot$, $\rho \sim 2*10^{-5}$ g/cm$^3$, $P=11$ d

$Q=P\sqrt{\rho} = 0.049$

Nadolbrzymy $\rho=5*10^{-8}$ g/cm$^3$ $\rightarrow$ $P=220$ d

Białe karły $\rho=10^6$ g/cm$^3$ $\rightarrow$ $P=4$ s

**Jeśli stałą pulsacji zdefiniujemy**

$$P\sqrt{\rho/\rho_{\odot}} = Q$$

**to Q ma wymiar czasu**

**Gaz doskonały, jednoatomowy $\gamma$ =5/3**

$$P = 0.12 * (\rho/\rho_{\odot})^{-1/2} \ [d]$$

**Częściowo zjonizowane pierwiastki ciężkie $\gamma$ =13/9**

$$P = 0.20 * (\rho/\rho_{\odot})^{-1/2} \ [d]$$

**zazwyczaj $0.03 < Q < 0.08$ [d]**

**Z równości:**

$P\sqrt{\rho/\rho_{\odot}} = Q$

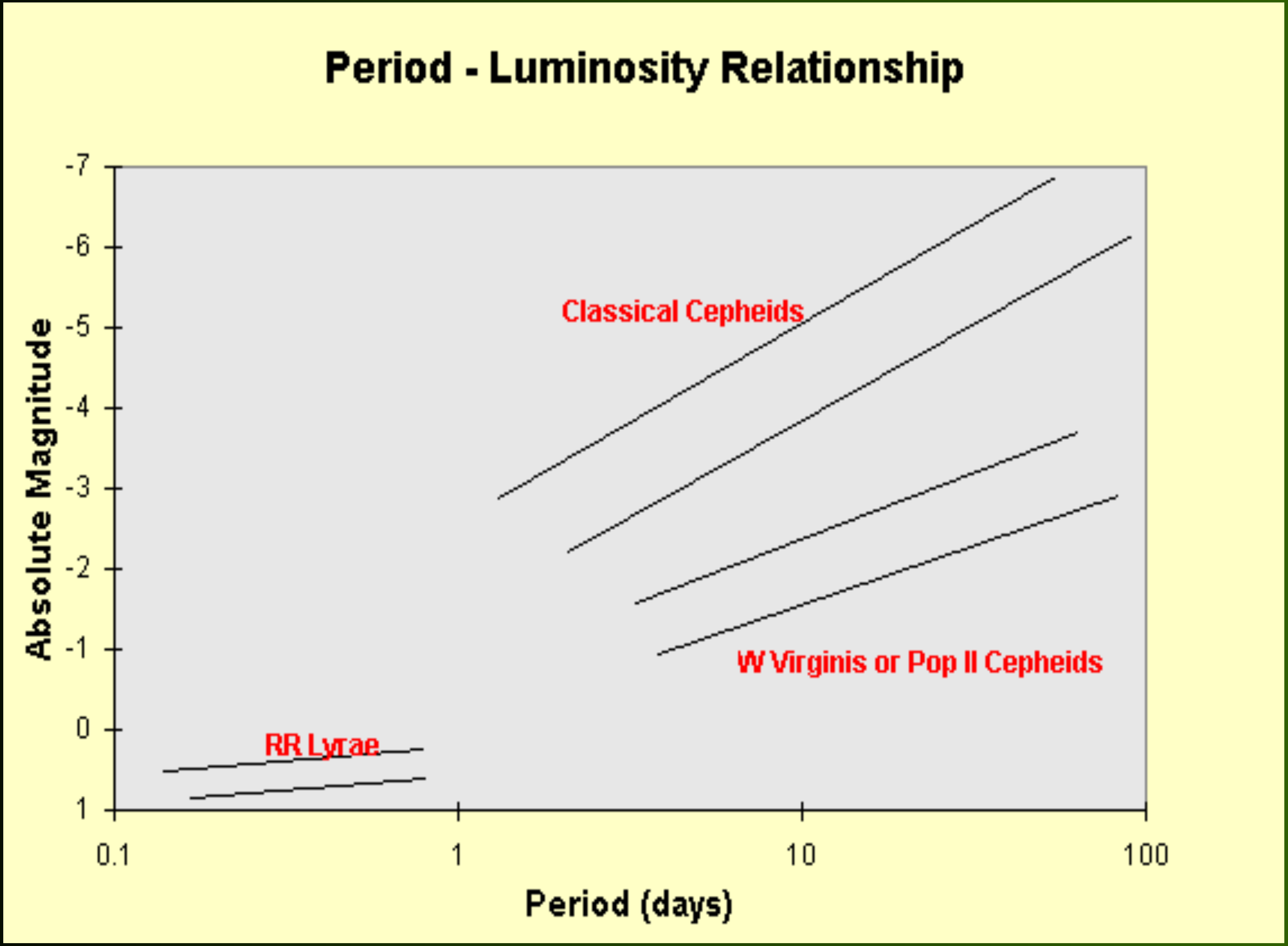
**wynika zależność okres - jasność - barwa:**

$$M_{bol} - M_{bol\odot} = -3.33 \log P + 3.33 \log Q - 10 \log T_{eff}/T_{eff\odot} + 5 \log g/g_{\odot}$$

**lub**

$$M_{bol} - M_{bol\odot} = -3.33 \log P + 3.33 \log Q - 10 \log T_{eff}/T_{eff\odot} - 1.67 \log M/M_{\odot}$$

**Zależność ta ma sens statystyczny i może być wyznaczona dla każdej grupy gwiazd pulsujących o zbliżonych cechach fizycznych.**



Period - Luminosity Relationship
Absolute Magnitude
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
Classical Cepheids
W Virginis or Pop II Cepheids
RR Lyrae
0.1
1
10
100
Period (days)

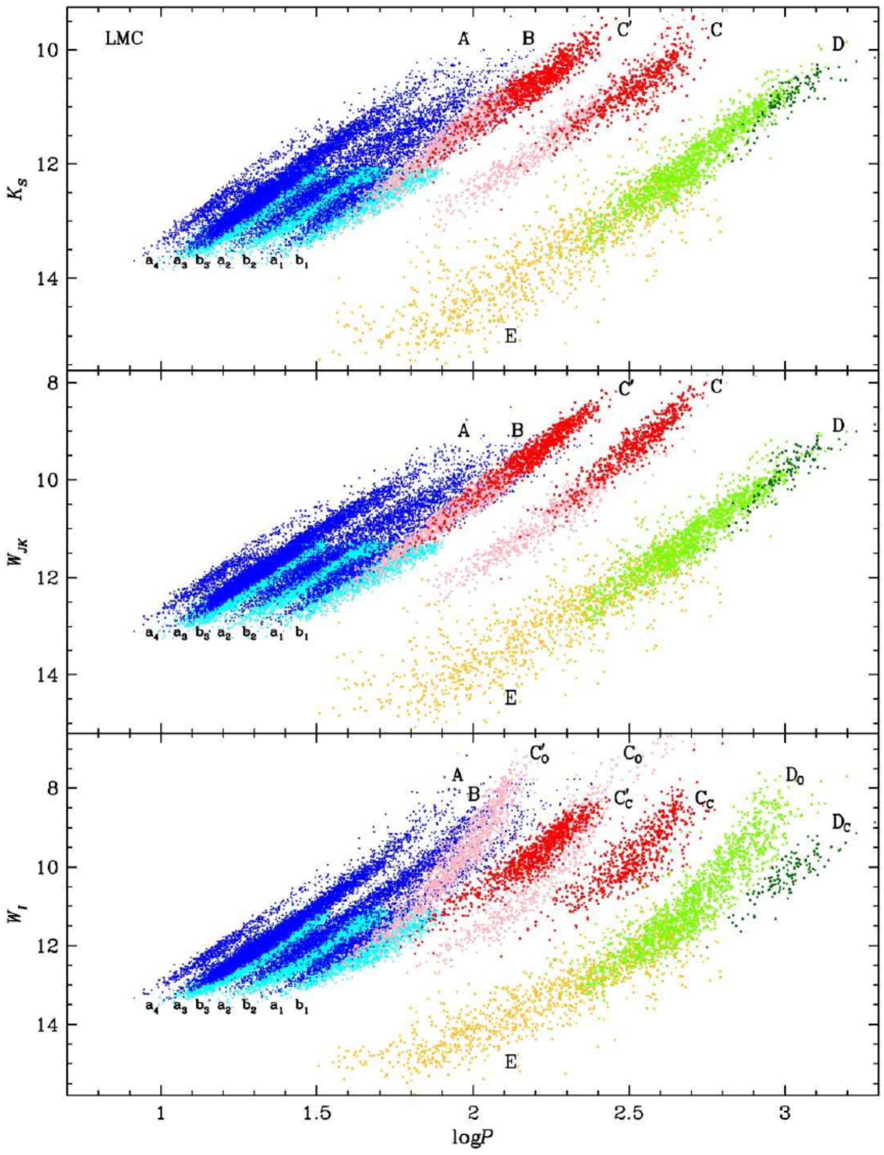



Fig. 1. Period–luminosity diagrams of variable red giants in the LMC. OSARG variables are shown as blue points (RGB as light blue, AGB as dark blue). Miras and SRVs are marked with pink (O-rich) and red (C-rich) points. Light and dark green points refer to O-rich and C-rich LSP variables, respectively. Yellow points indicate ellipsoidal red giants.

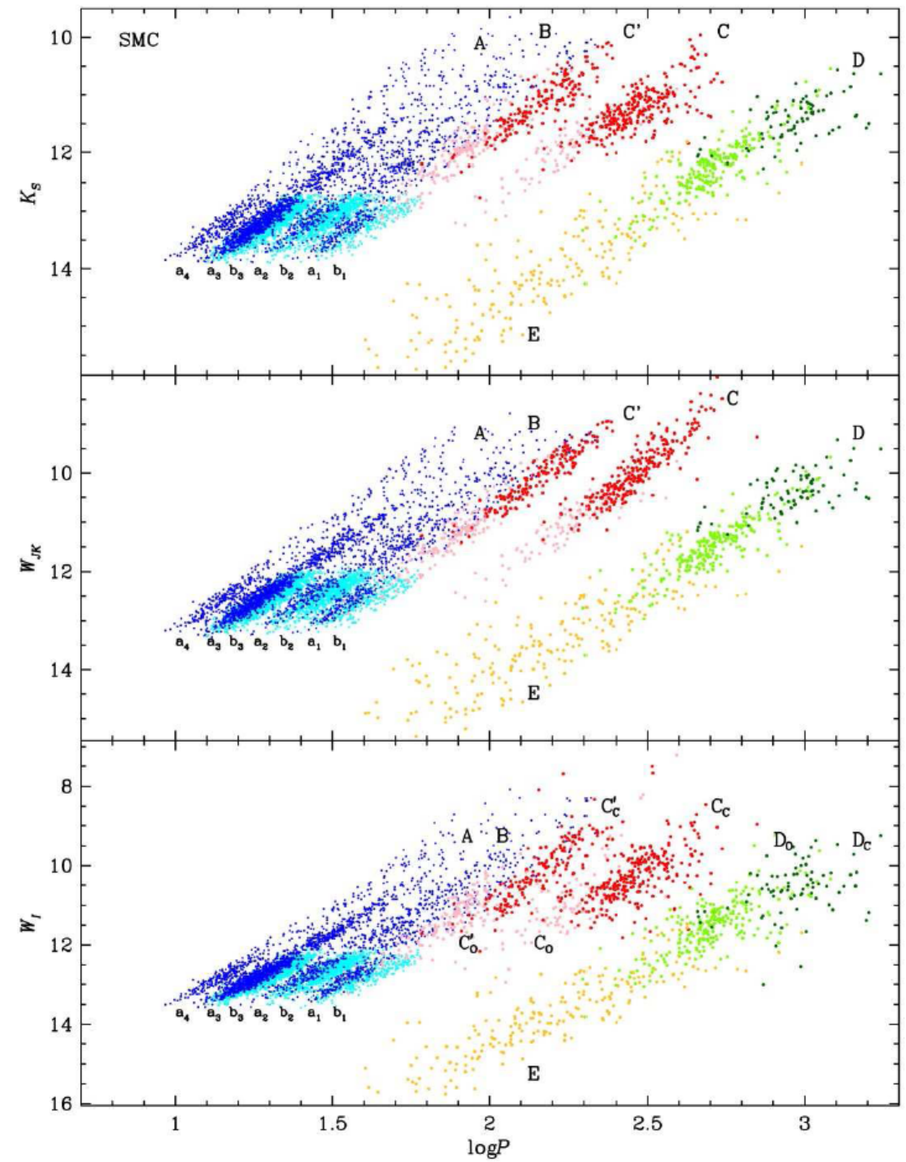



Fig. 3. Period–luminosity diagrams of variable red giants in the SMC. The colors represent the same types of stars as in Fig. 1.

**Dane OGLE, Soszyński et al. 2007**