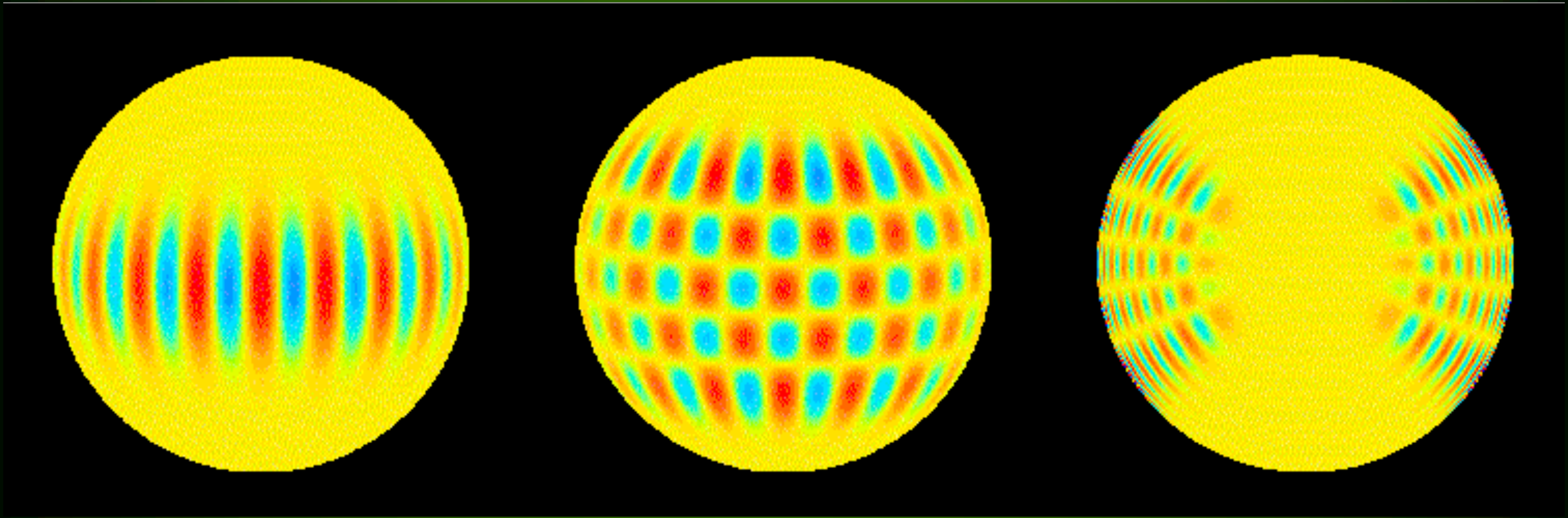


PULSACJE GWIAZDOWE

semestr zimowy 2019/2020

Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz

MODELOWANIE ZMIAN PROFILI LINII WIDMOWYCH GWIAZD PULSUJĄCYCH

W przeciwieństwie do widma ciągłego modelowanie profili linii widmowych wymaga uwzględnienia efektu Dopplera.

Przesunięcia dopplerowskie powodują okresowe zniekształcenia profili linii widmowych.

Jeśli dana linia widmowa jest czuła na temperaturę i ciśnienie, to zmiany tych parametrów również będą miały wpływ na zmiany linii widmowych.

$$\left(\frac{\delta F}{F}\right)_{\lambda} = \alpha_T \frac{\delta T}{T} + \alpha_g \frac{\delta g}{g} + \alpha_c \delta\lambda_c,$$

$$\alpha_c = \left(\frac{\partial \log F_\lambda}{\partial \lambda_c}\right)_{T_{\mathrm{eff}},g}.$$

Wskutek efektu Dopplera związanego z pulsacją i rotacją natężenia będą systematyczne przesunięte w długości fali o wielkość

$$\Delta\lambda=\lambda_{ob}v_{rad}/c$$

λ_{ob} – długość fali w układzie obserwatora

Dla gwiazd spełniających warunek $\Omega/\omega \ll 1$ możemy przyjąć przybliżenie zerowej rotacji.

Zakładamy, że funkcje własne są takie same jak dla gwiazdy nierotującej.

Rozważamy pulsacje jednookresowe.

Pole prędkości pulsacji (wykład 11)

Prędkość radialna związana z pulsacją i rotacją w układzie obserwatora dla pulsacji jednookresowych

$$v_{rad} = v_p - v_e \sin i \sin\theta \sin\varphi$$

$$v_p = \vec{v}_{puls} \cdot (-\mathbf{e}_z) = \Re\{\mathrm{i}\omega_{n\ell m}[\cos\theta\delta r(R,\theta,\phi,t) - r\sin\theta\delta\theta(R,\theta,\phi,t)]\}$$

Strumień promieniowania w długości fali λ_{ob}

$$\mathcal{F}_{\lambda_{ob}} = \frac{1}{2\pi} \int \int \mathcal{F}^0_\lambda \, G_\lambda(r, \theta, \phi) \; d\theta \; d\phi,$$

$\lambda = \lambda_{ob}(1 + v_{rad}/c)$

gdzie

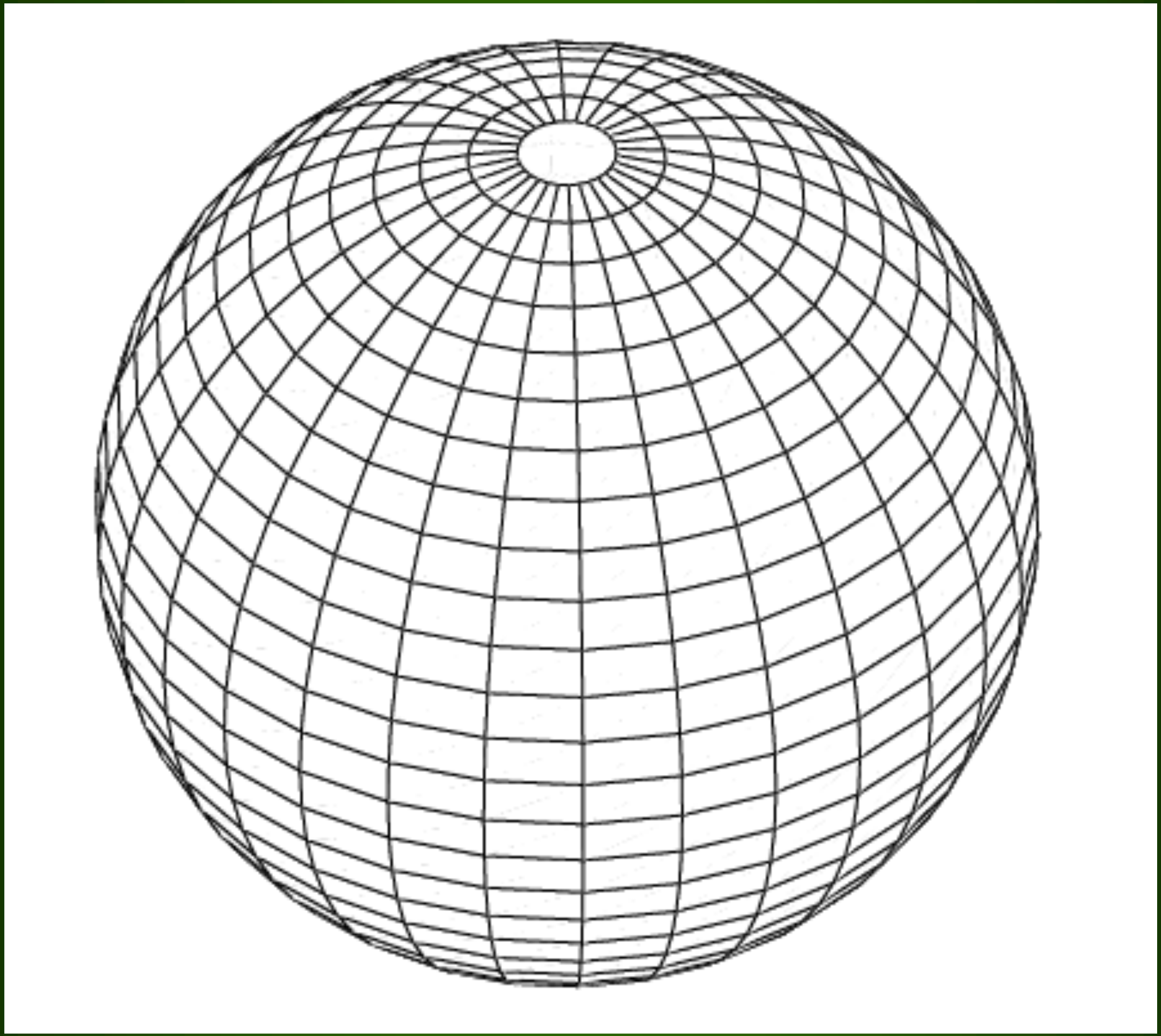
$$G_\lambda(r,\theta,\phi) = h^0_\lambda \sin\theta\cos\theta + 2h^0_\lambda \sin\theta\cos\theta \frac{\delta r}{R} + h^0_\lambda \sin^2\theta \frac{\partial \delta r/R}{\partial\theta} + \frac{\partial h^0_\lambda}{\partial\mu} \sin^2\theta\cos\theta \frac{\partial \delta r/R}{\partial\theta}$$

$$+ h^0_\lambda \frac{\delta\mathcal{F}_\lambda}{\mathcal{F}^0_\lambda} \sin\theta\cos\theta + (\delta h^2_\lambda + \delta h^3_\lambda)\sin\theta\cos\theta + h^0_\lambda(\cos^2\theta - \sin^2\theta)\delta\theta$$

$$+ h^0_\lambda \sin\theta\cos\theta \left(\frac{\partial\delta\theta}{\partial\theta} + \frac{\partial\delta\phi}{\partial\phi} \right) - \frac{\partial h^0_\lambda}{\partial\mu} \sin^2\theta\cos\theta\delta\theta. \qquad (6.6)$$

W przeciwieństwie do modelowania widma ciągłego całkowania po kącie azymutalnym, ϕ, nie można w sposób prosty wykonać analitycznie ze względu na efekt Dopplera.

Powierzchnię gwiazdy dzielimy na skończoną liczbę elementów powierzchni, z małym krokiem w θ i φ



Całki wyliczamy numerycznie:

Dysk gwiazdy dzielimy na małe elementy i wyznaczamy prędkość radialną związaną z pulsacją i rotacją, $v_{rad}(\theta,\phi)$, w każdym punkcie na dysku.

Następnie dodajemy wartości funkcji $F_\lambda^0\, G_\lambda(r,\theta,\phi)$ w długości fali $\lambda=\lambda_{ob}(1+v_{rad}/c)$.

PRZYKŁAD: ZMIANY LINII SiIII 4552.62 Å

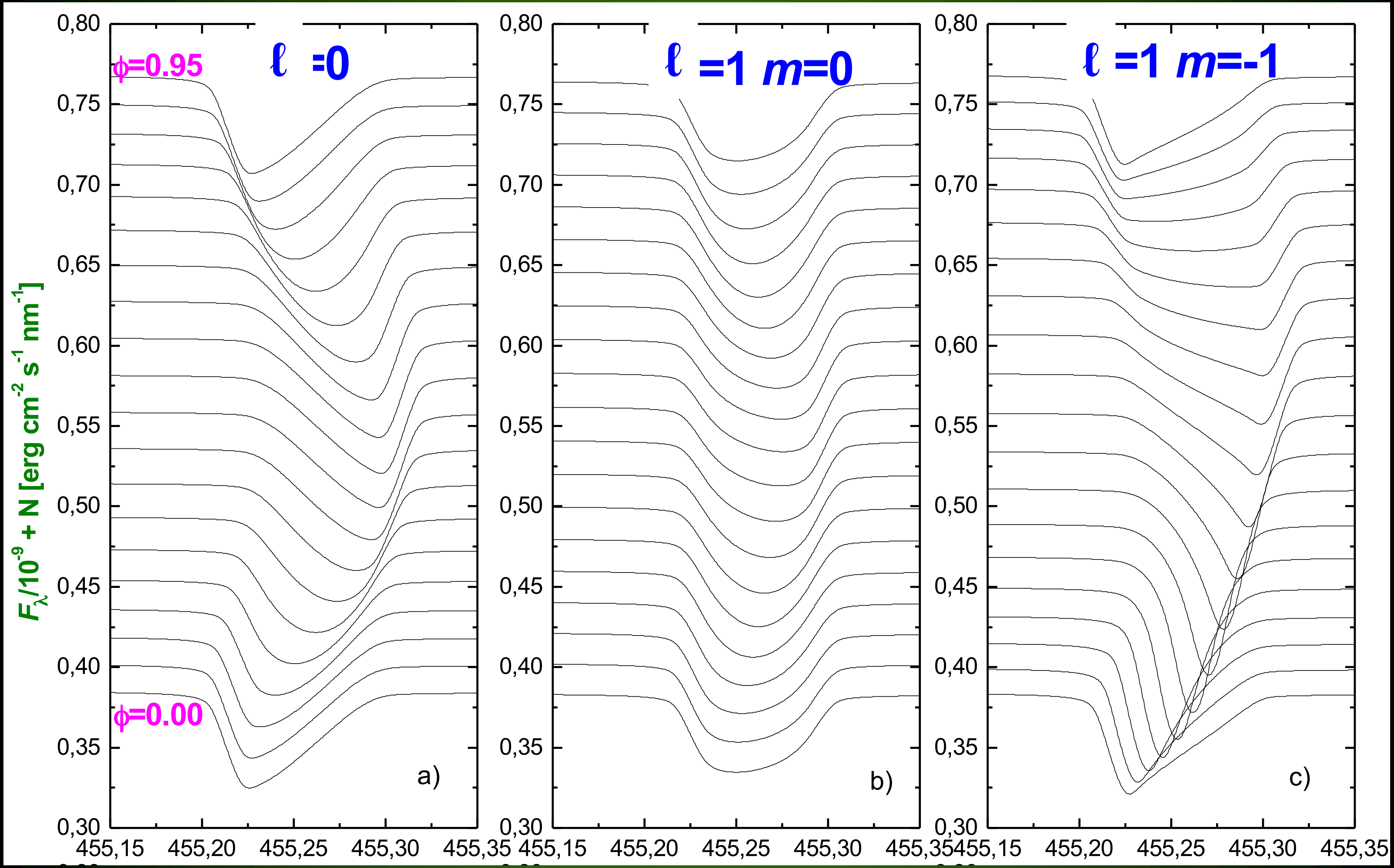
Parametry:

logT_{eff}=*4.337*, log*g*=*4.09*, [m/H]=*0.0*, ξ_t=*0* km/s

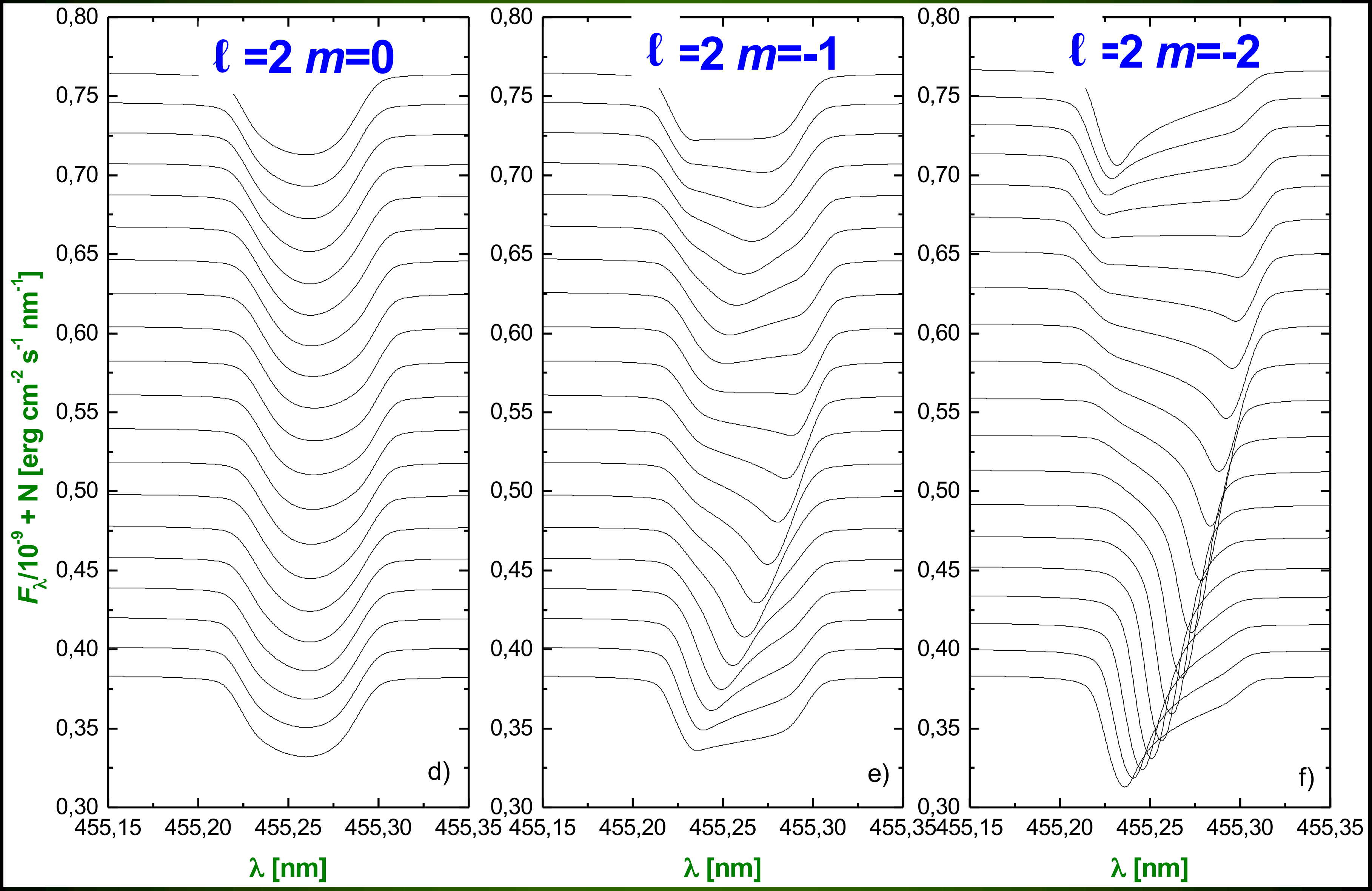
ε=*0.01*, *i*=*77*°, v_e=*25* km/s

ℓ=0,1,2 , *m*=-2,-1,0

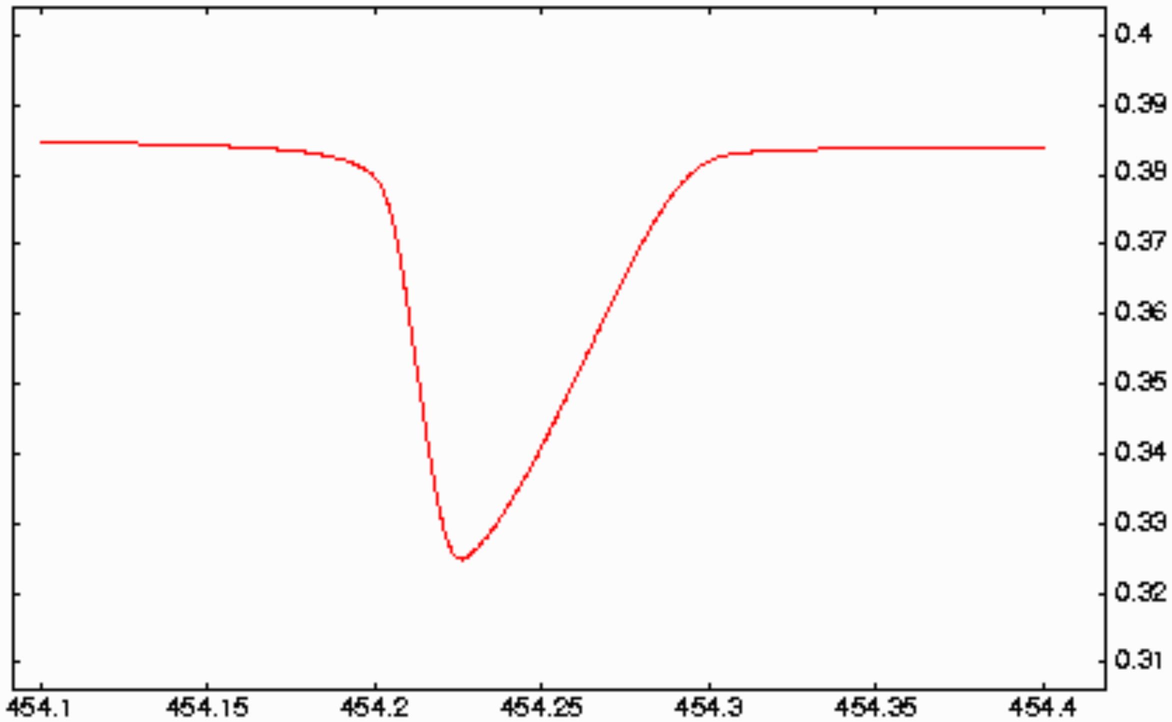
SiIII 4552.62 Å ℓ=0, 1



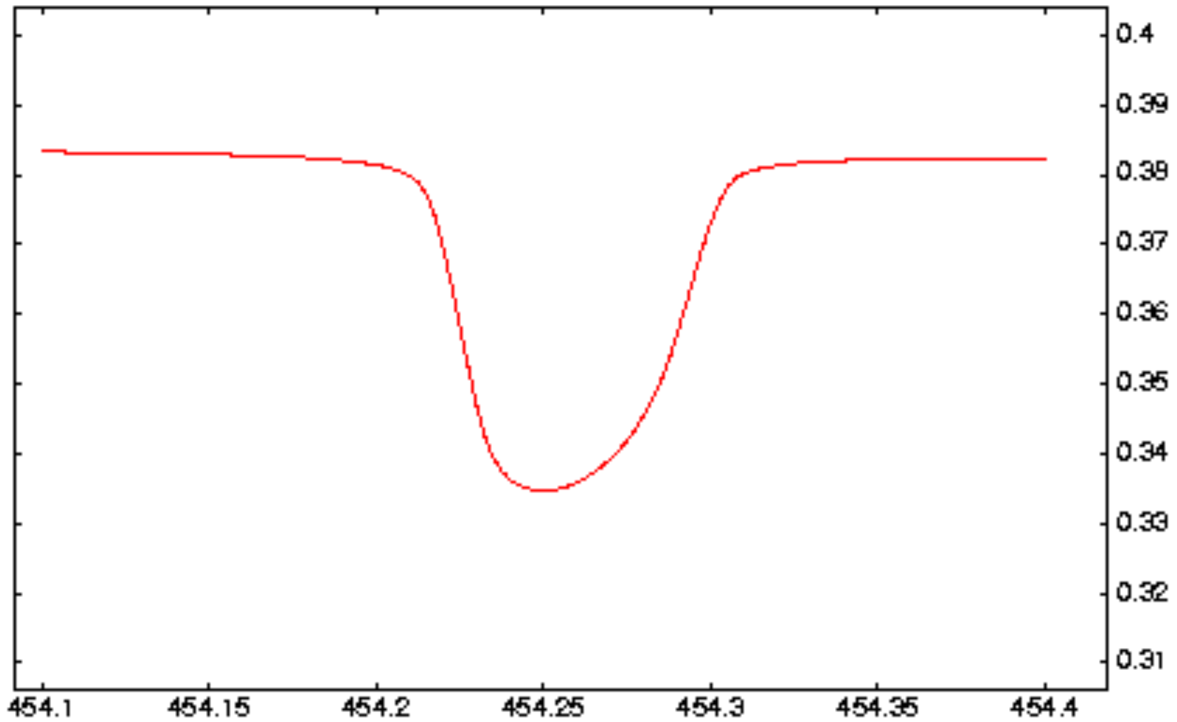
SiIII 4552.62 Å ℓ=2



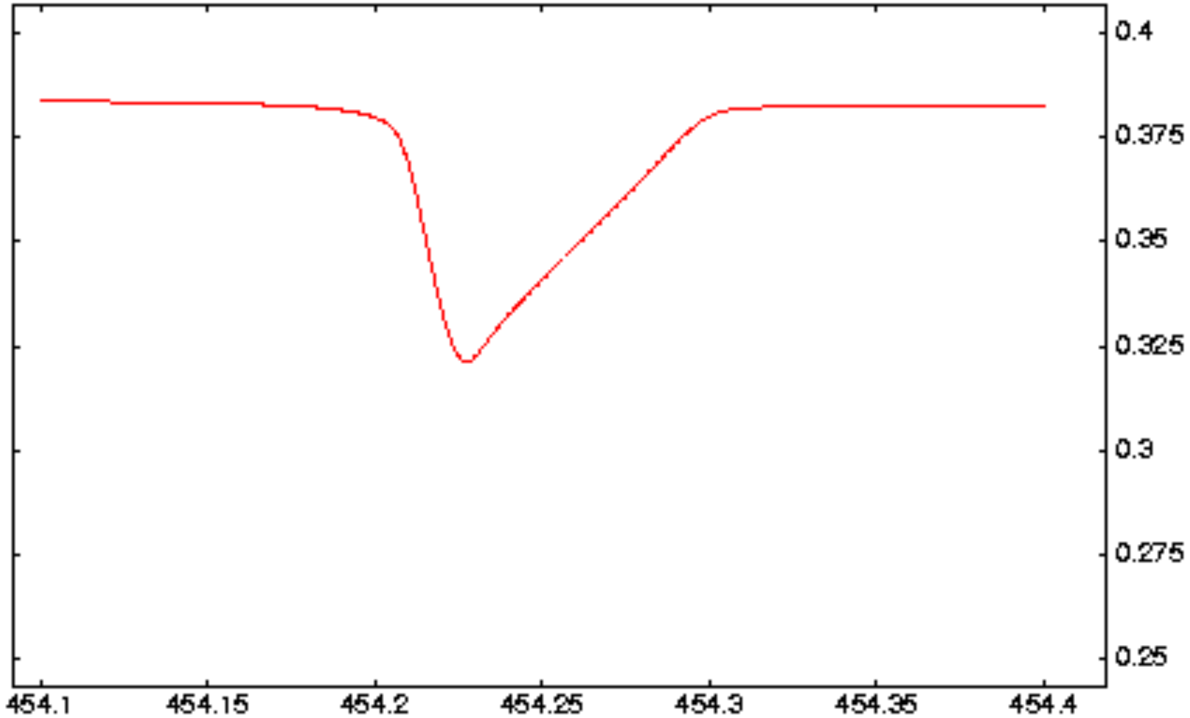
SiIII 4552.62 Å   ℓ=0



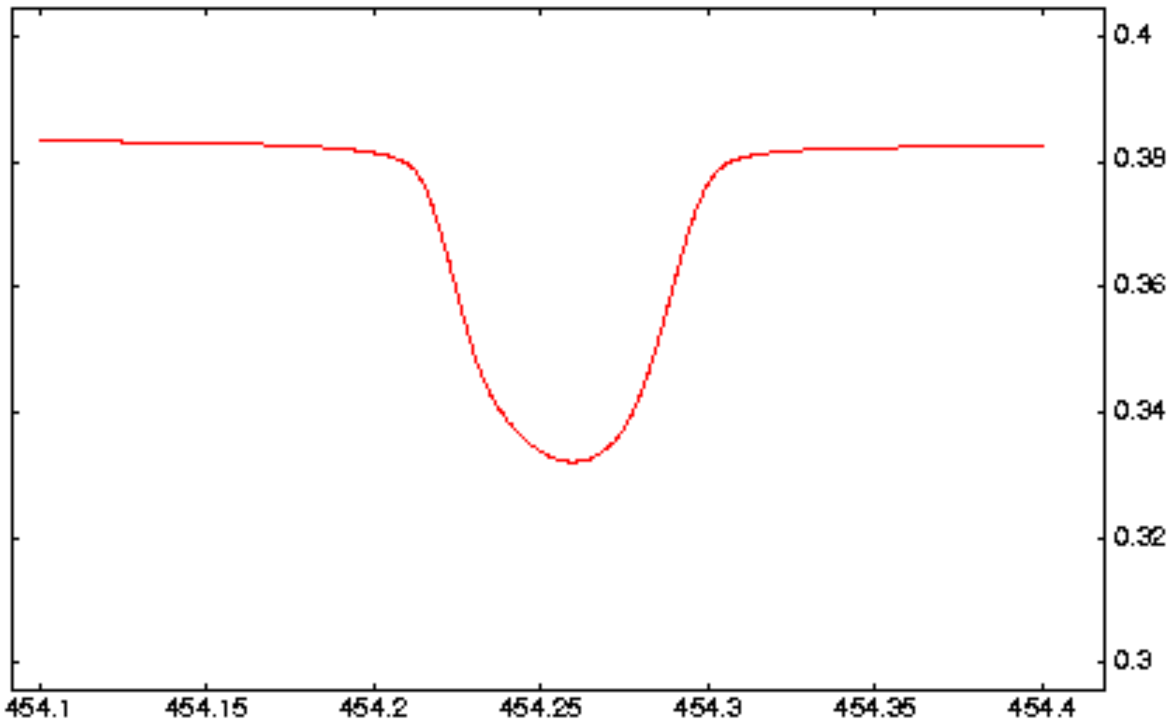
SiIII 4552.62 Å ℓ=1, m=0



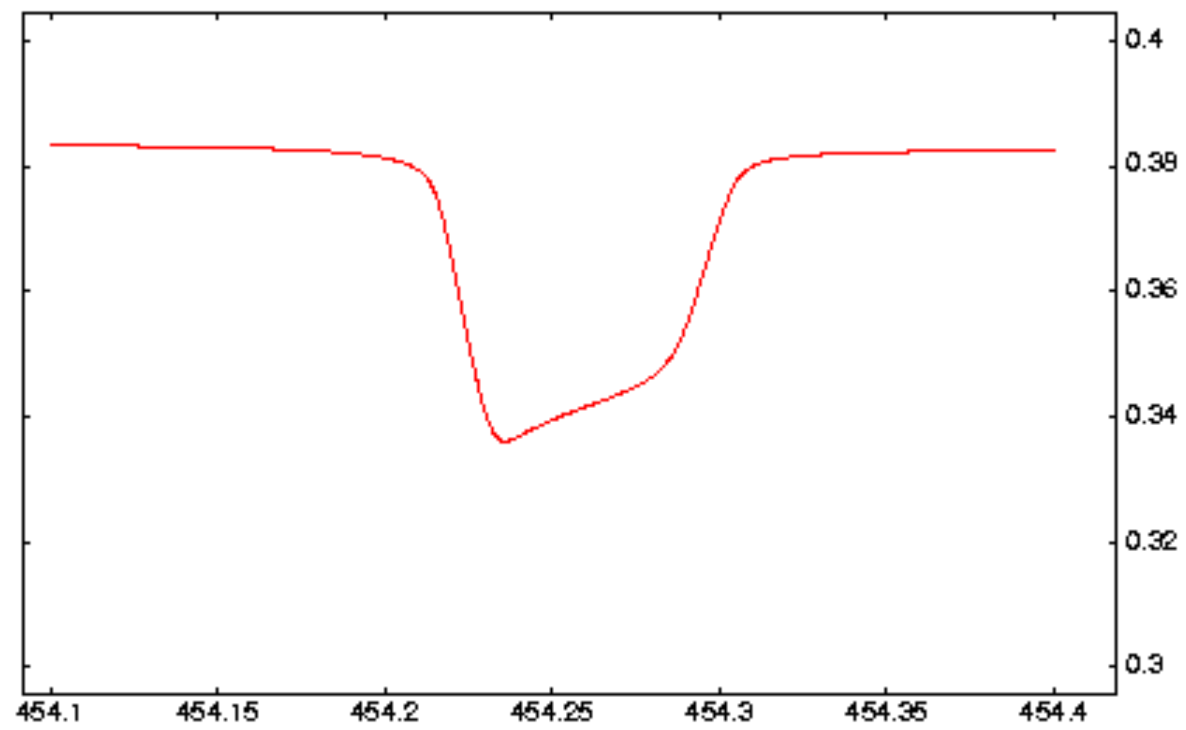
SiIII 4552.62 Å   ℓ=1,m=-1



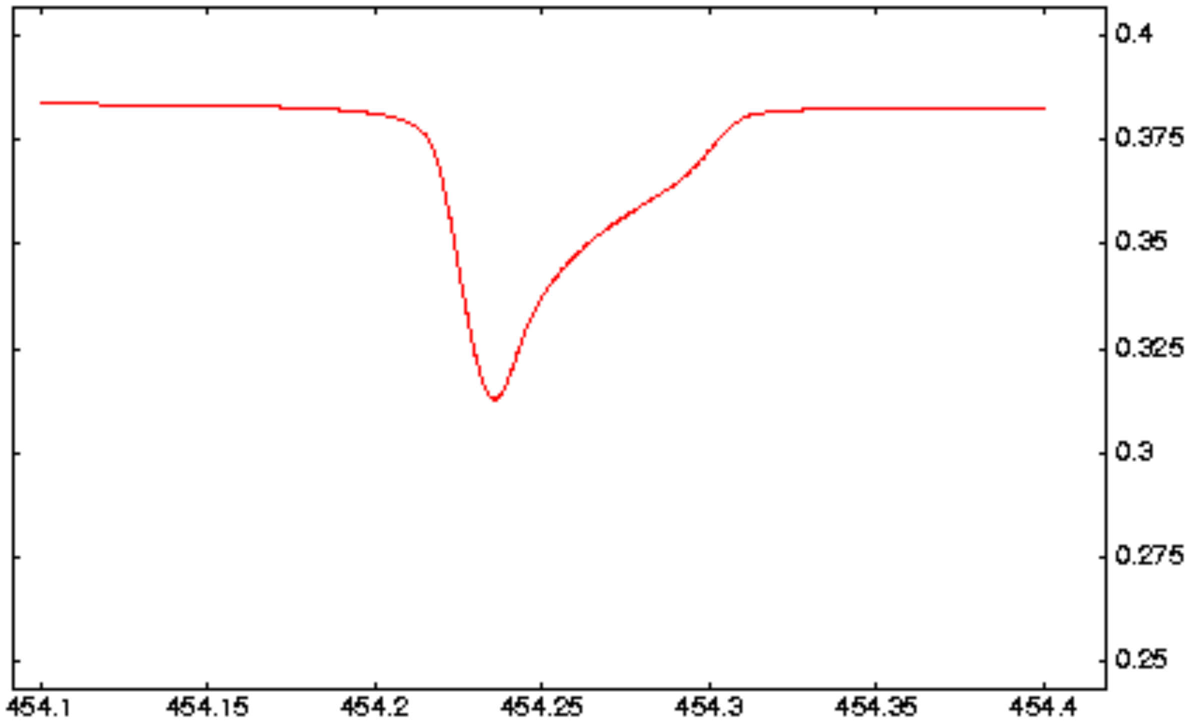
SiIII 4552.62 Å   ℓ=2, m=0



SiIII 4552.62 Å   ℓ=2, m=-1



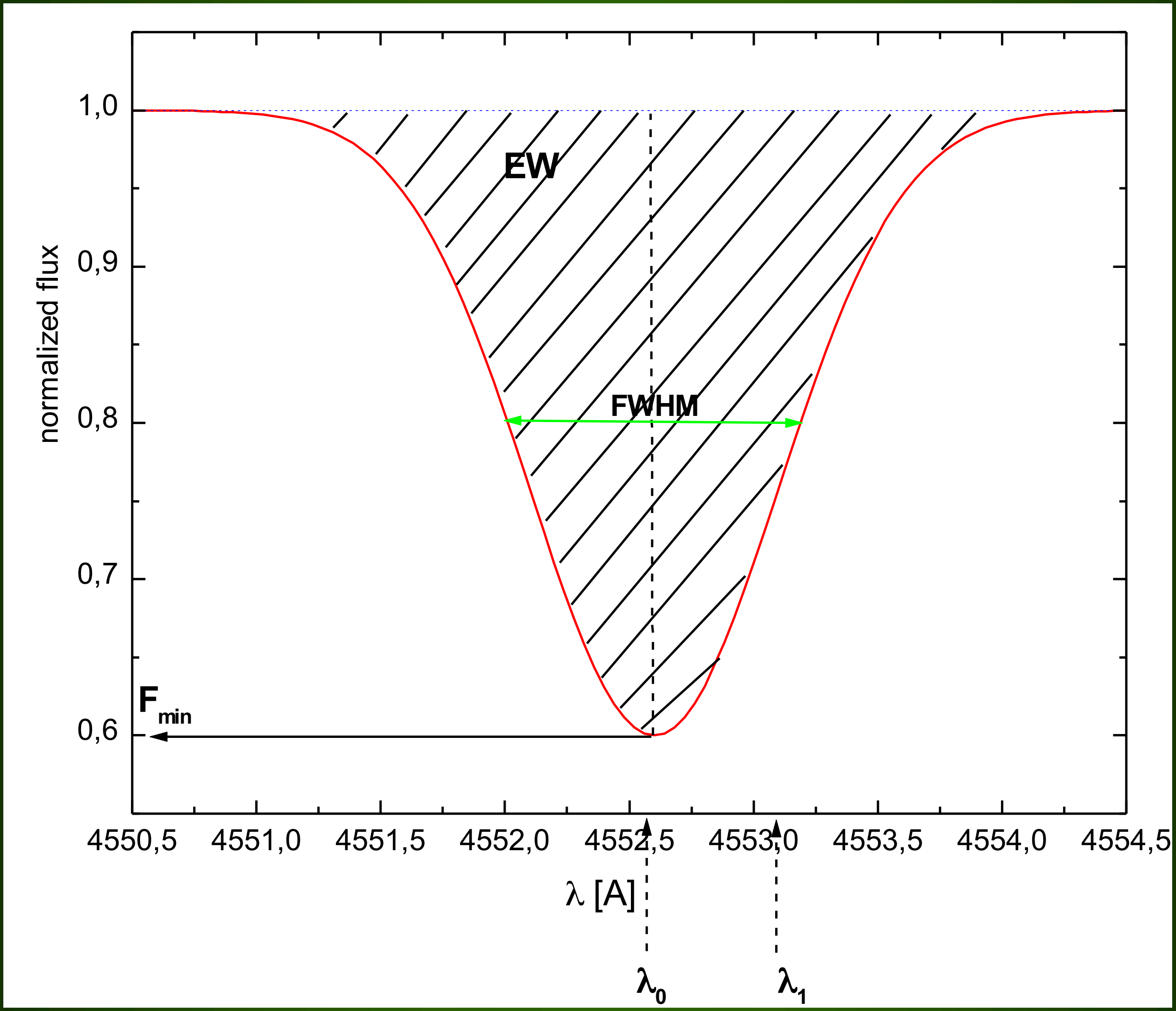
SiIII 4552.62 Å   ℓ=2, *m*=-2



Animacje zmian profili linii widmowych dla różnych wartości: (ℓ, m), V_{rot}, i,

http://staff.not.iac.es/~jht/science/

Charakterystyki zmian profili linii widmowych



Moment profilu linii n-tego rzędu –
całka z unormowanego strumienia ważonego prędkością

$$m_n \equiv \int (\upsilon-\upsilon_0)^n \,(\,1-F(\upsilon)\,)\,d\upsilon$$

υ_0 **– odpowiada** λ_0

W praktyce używa się momentów unormowanych,
tj. podzielonych przez moment zerowy.

$$M_n = m_n / m_0$$

Balona L. A. 1986, MNRAS 219, 111

m_0 – szerokość równoważna linii widmowej

M_1 – centroid profilu linii (prędkość radialna)

M_2 – szerokość linii widmowej

M_3 – skośność linii widmowej

formuły półanalityczne na pierwsze cztery moment:

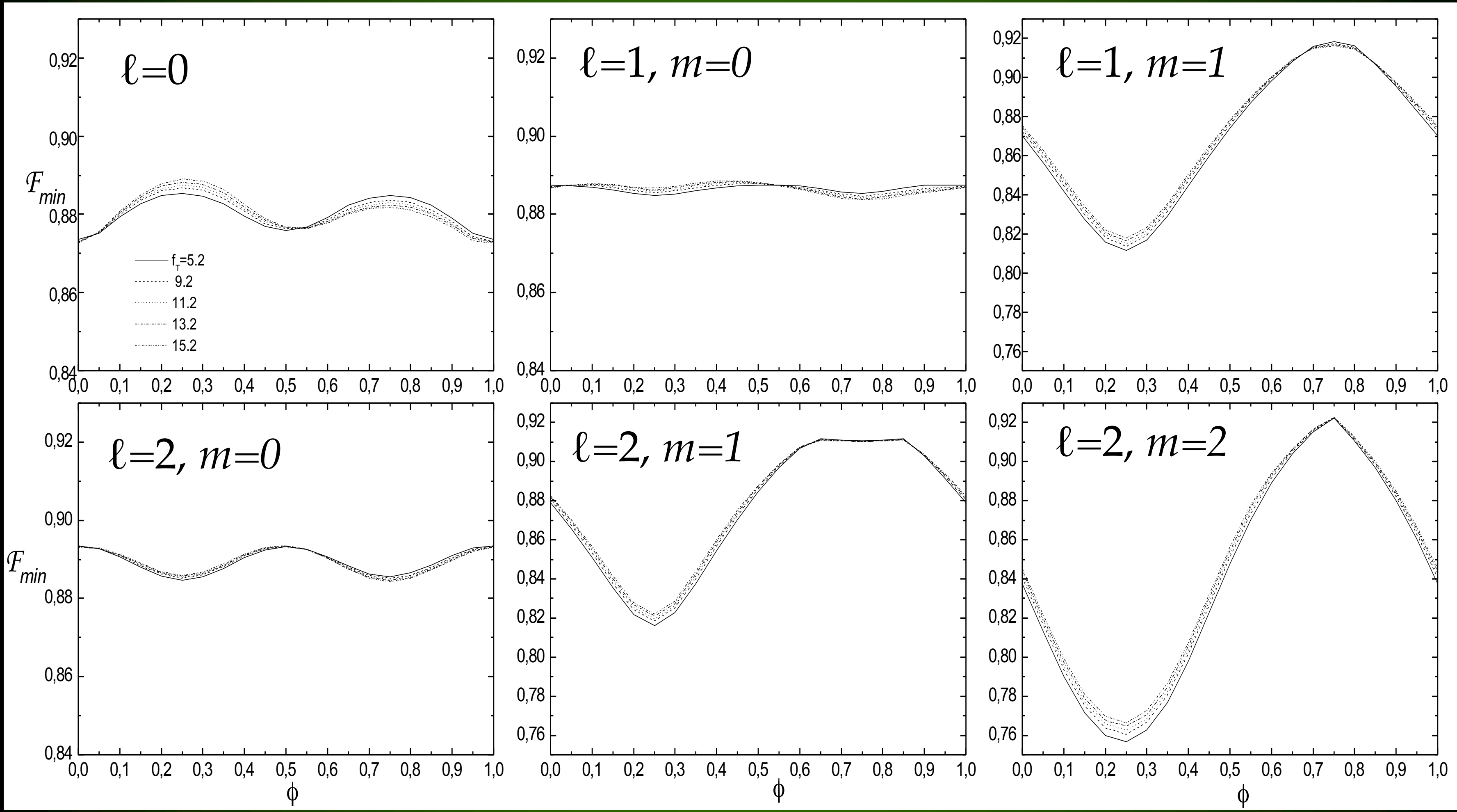
Balona L. A. 1986, MNRAS 219, 111

Pulsacyjne zmiany charakterystyk linii widmowych zależą od modu pulsacji.

SiIII 4552.62 Å

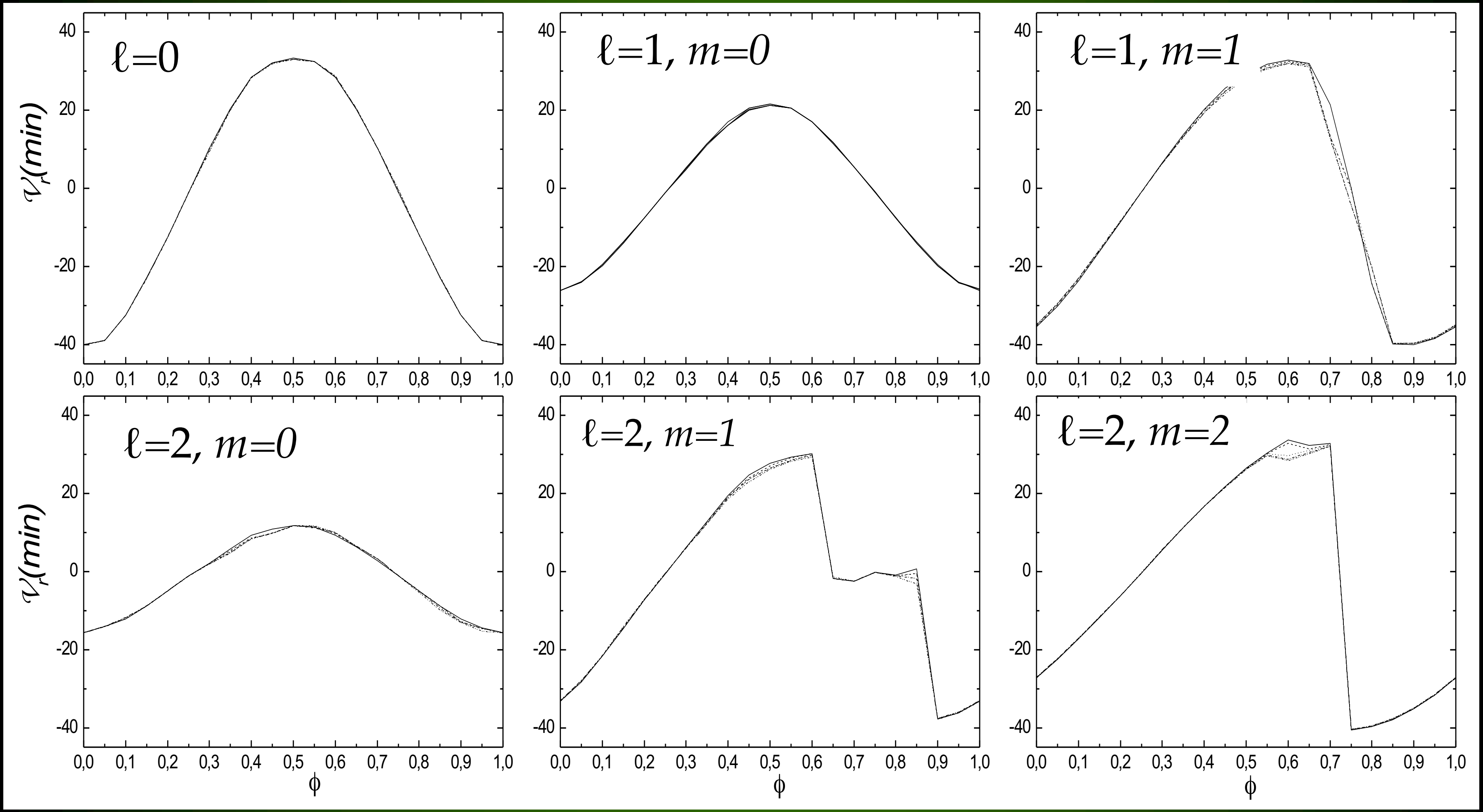
Parametry:
$\log T_{eff}=4.37$, $\log g=3.67$
$\varepsilon=0.015$, $i=60°$, $v_e=50$ km/s

Głębokość profilu, F_{min}

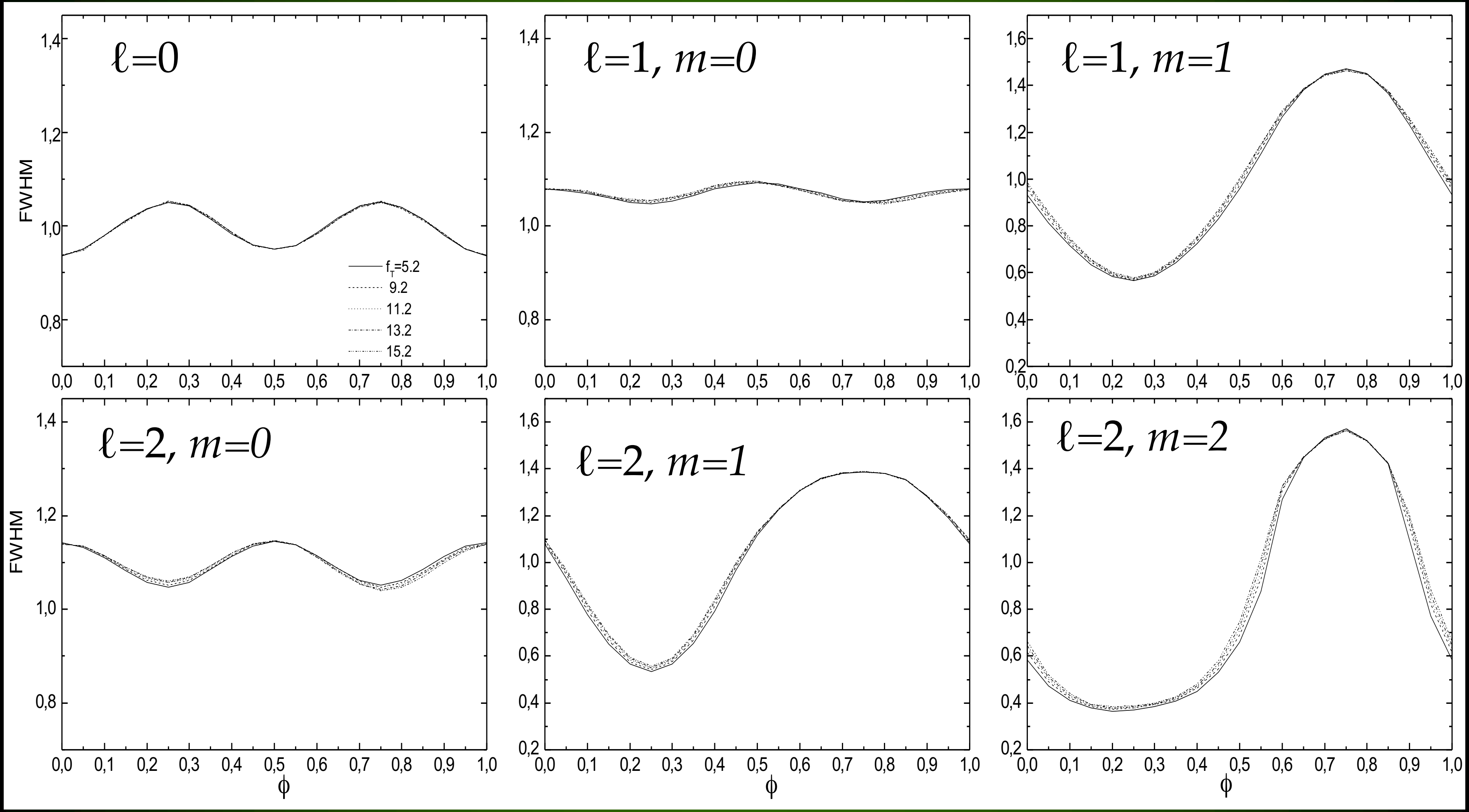


Skala osi OY dla modów strefowych jest dwa razy mniejsza

Prędkość radialna mierzona w minimum profilu, V_r(min)

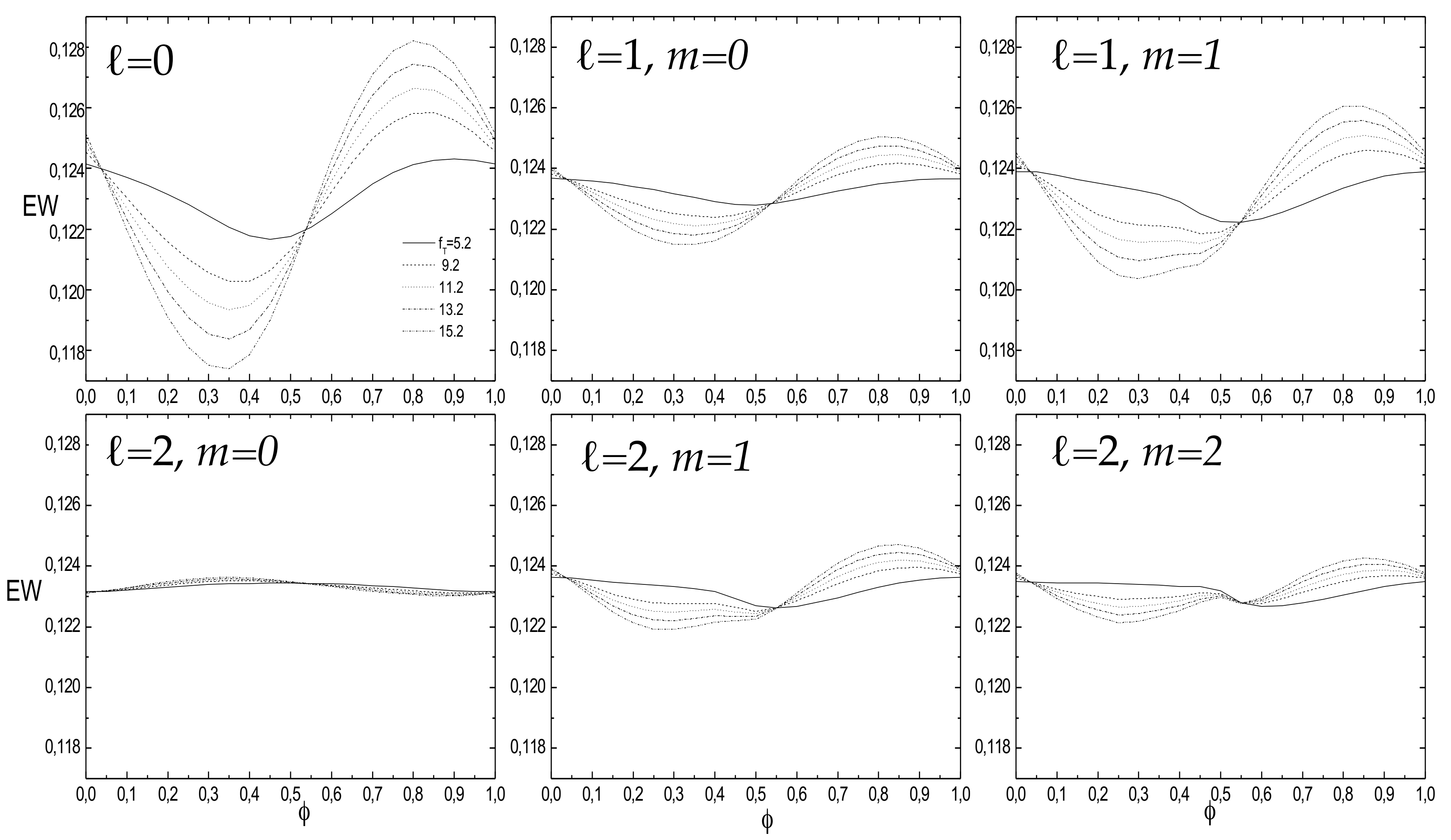


FWHM

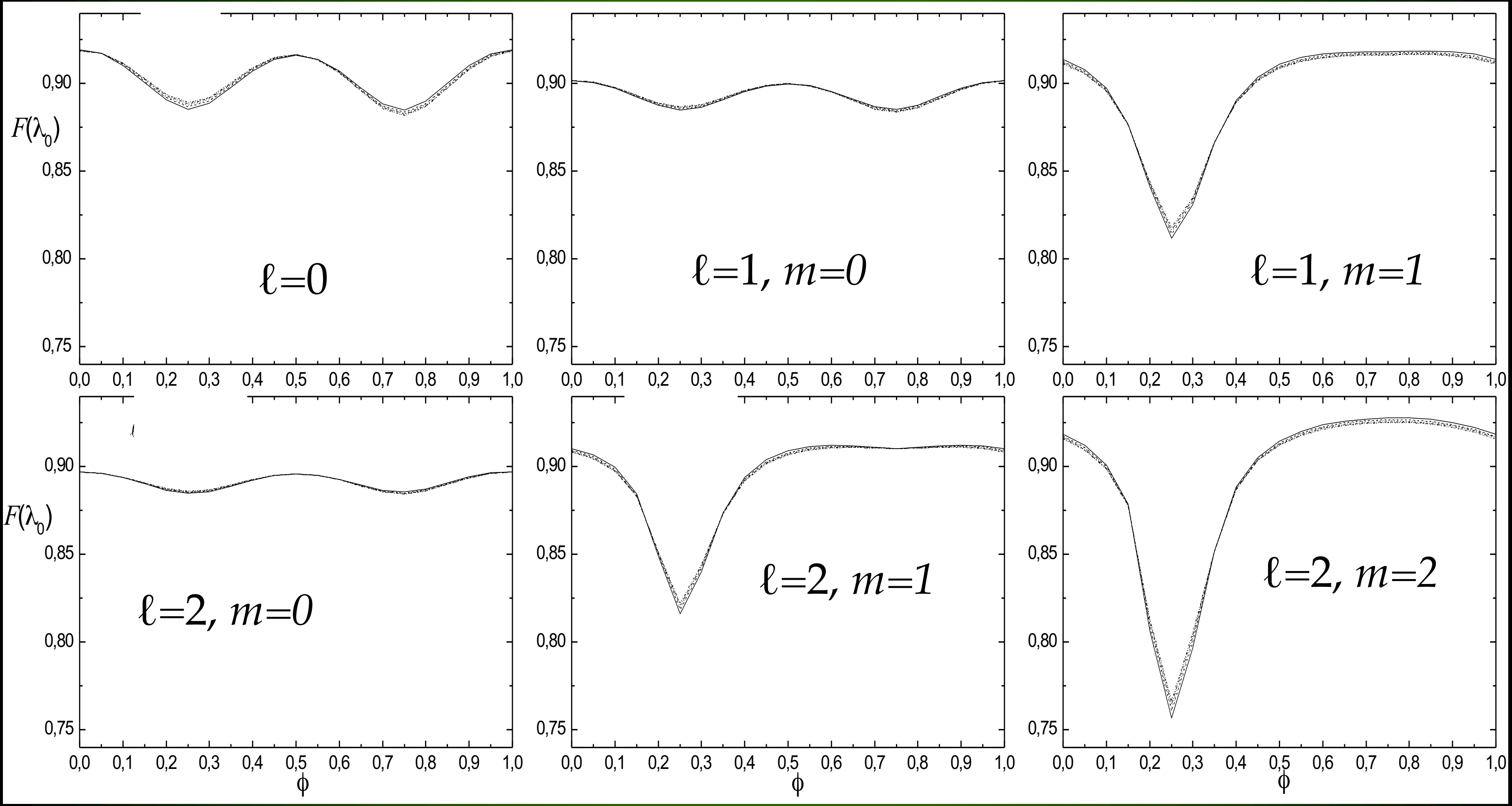


Skala osi OY dla modów strefowych jest dwa razy mniejsza

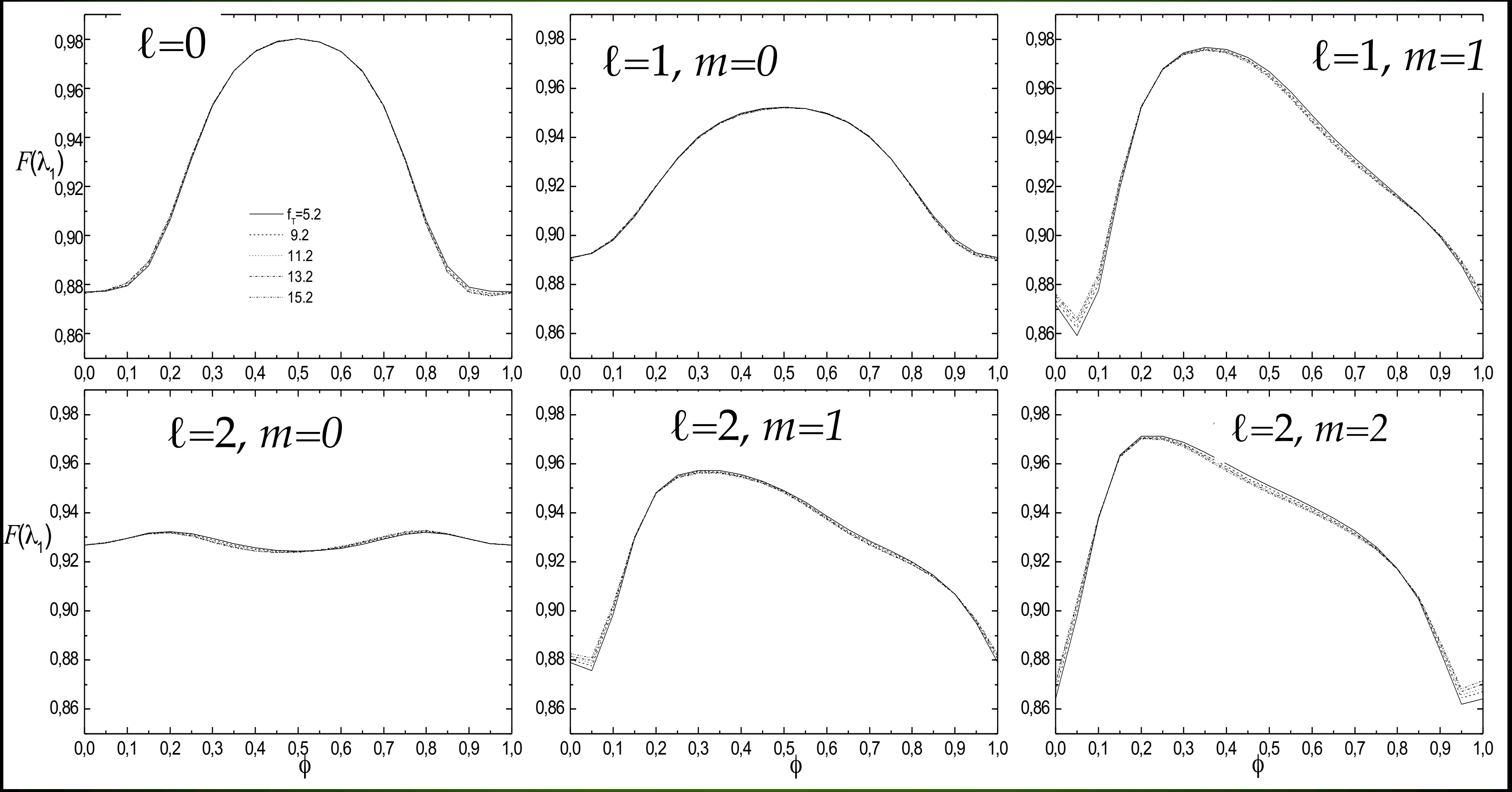
Szerokość równoważna, EW



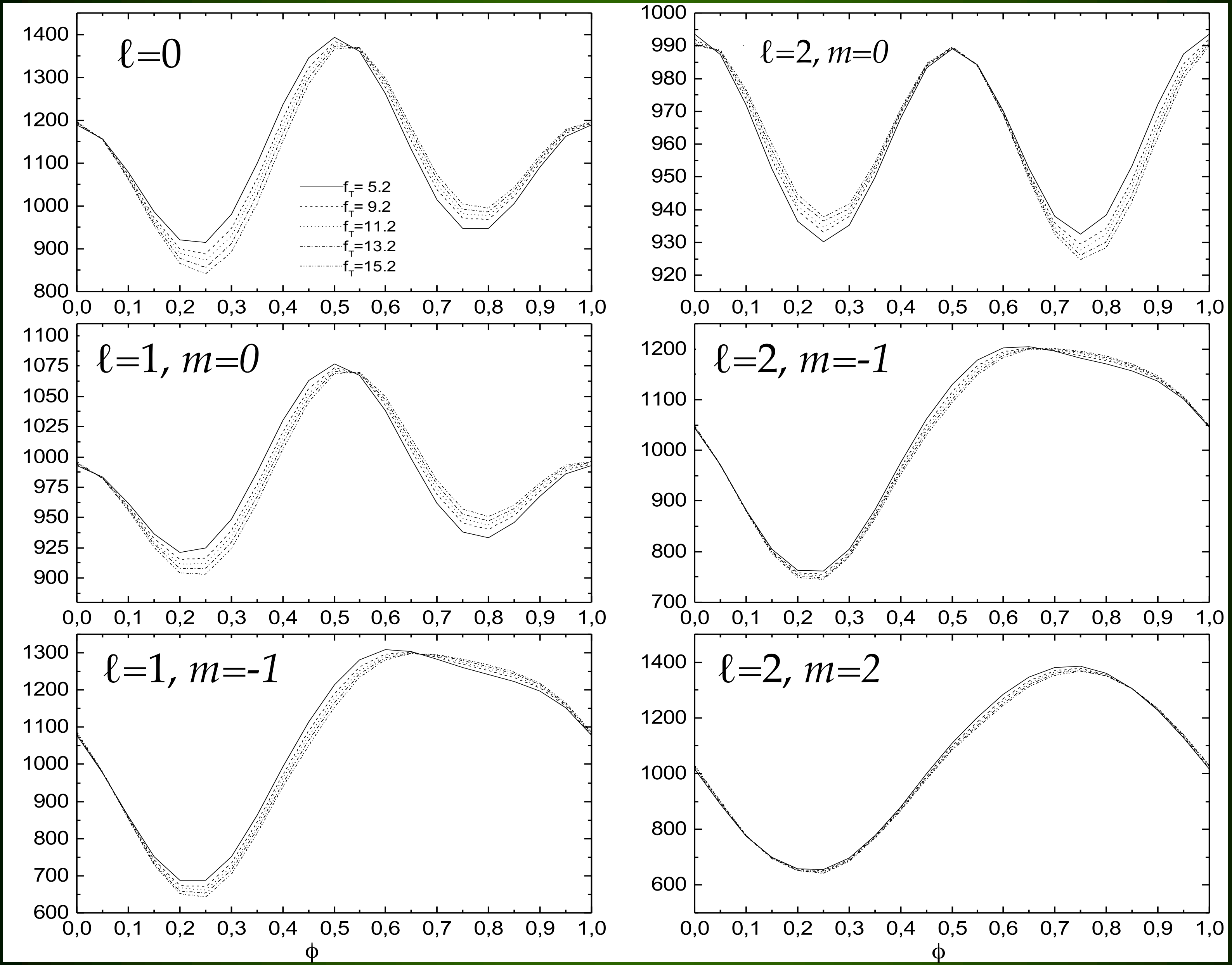
Strumień w λ_0 , F(λ_0 =4552.62 Å)



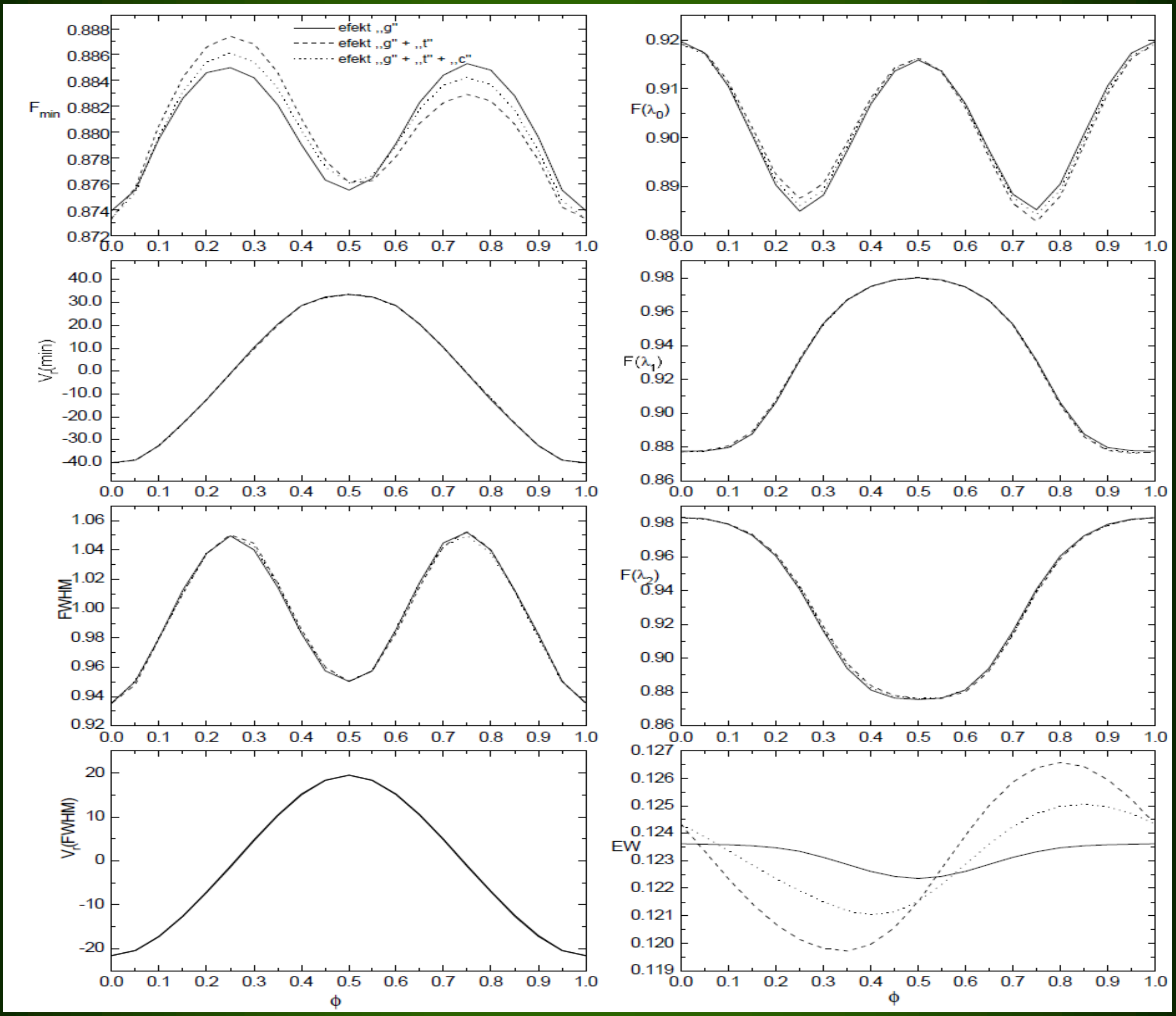
Strumień w λ_1 , $F(\lambda_1 = 4553.12$ Å)



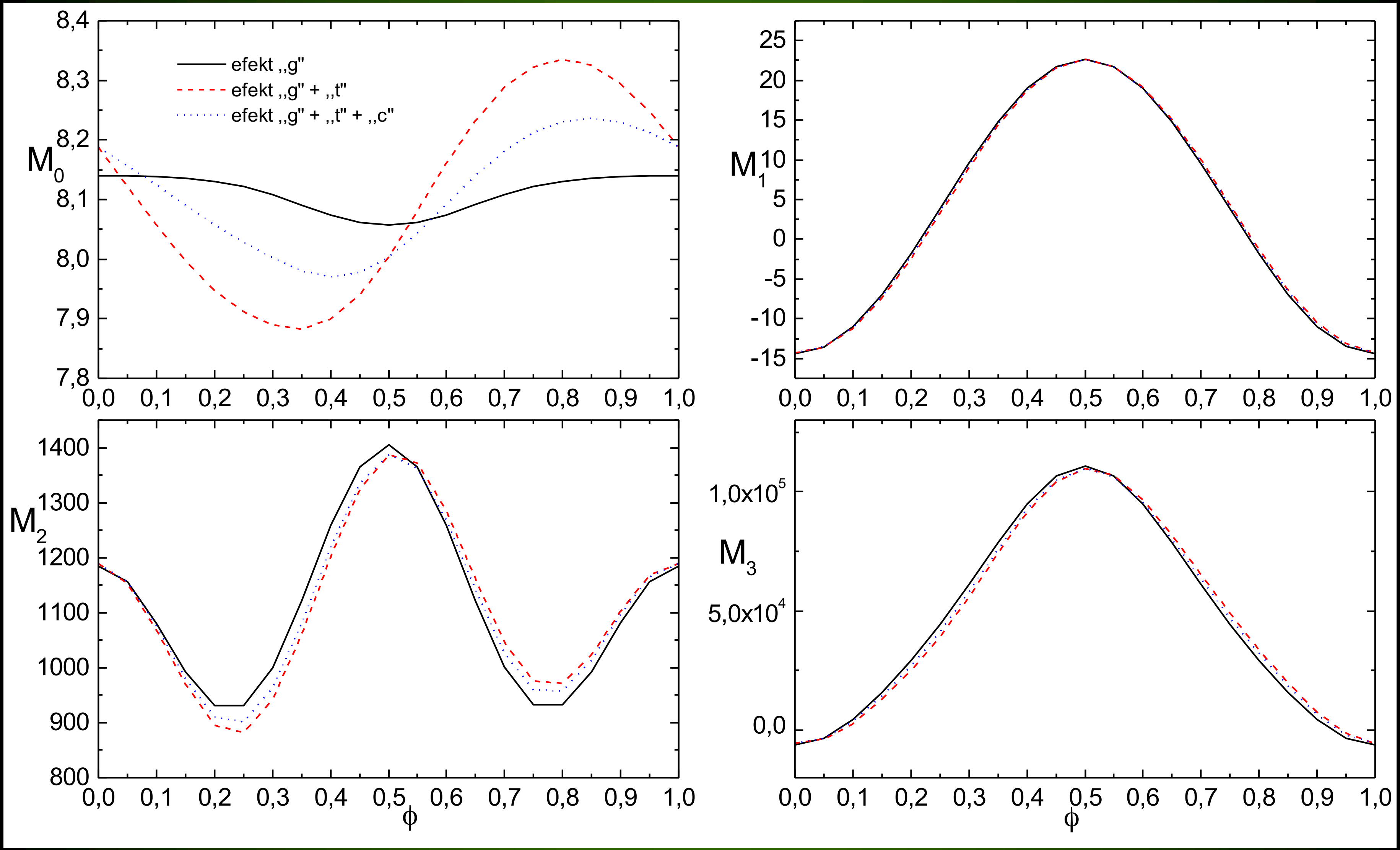
Drugi moment linii SiIII 4552.62 Å dla ℓ=0, 1 ,2 i m=0, -1, -2.



Efekty geometryczne, temperaturowe i ciśnieniowe w charakterystykach linii SiIII 4552.62 Å dla ℓ=0.



Efekty geometryczne (g), temperaturowe (t), ciśnieniowe (c) w momentach linii SiIII 4552.62 Å dla ℓ=0.



Zmiany strumienia monochromatycznego w profilu linii nie są ściśle sinusoidalne.

Dla modów strefowych w charakterystykach M_2, F_{min}, FWHM, $F(\lambda_0)$ dominuje składowa 2ω.

W ten prosty sposób od razu potrafimy odróżnić mody $m=0$ od modów $m\neq0$.

SPEKTROSKOPOWE METODY IDENTYFIKACJI MODÓW PULSACJI

- Dopasowywanie profili linii widmowych
- Metoda momentów
- Metoda mapowania dopplerowskiego
- Spektroskopowe diagramy diagnostyczne

DOPASOWYWANIE PROFILI LINII

Metoda ta polega na porównywaniu profili linii obserwowanych i teoretycznych dla różnych kombinacji parametrów: ℓ, m, ε, i, v_{rot}.

Ponadto musimy przyjąć kształt profilu własnego. Często przyjmuje się profil Gaussa o szerokości W.

Ledoux 1951, ApJ 114, 373
Osaki 1971, PASP 23, 485
Smith 1977, ApJ 215, 574
Kubiak 1978, AcA 28, 153

Przykład dopasowywania profili linii

Parametry użyte do wyliczenia syntetycznych profili linii

Quantity	Value
Mass	1.70
$\log T_{\mathrm{eff}}$	3.8366
$\log L/L_{\odot}$	1.0238
Mode	(2 -2)
ν	7.283 cycles d^{-1}
$v_e \sin i$	100 km s^{-1}
W_i	15 km s^{-1}
i	80°
V_p	5.0 km s^{-1}
ϕ_r	0.000 periods
f_R	2.699
f_I	3.100
V_f	2.65 km s^{-1}
ϕ_f	0.1331 periods

Balona L. A., 2000, ASP Conf. Ser. 210, 170

Pulsacyjne parametry otrzymane z dopasowania

(ℓ, m)	V_f	ϕ_f	V_p	ϕ_r	i	σ
(0, 0)	.0	.00	5.0	.60	90	0.01101
(1, -1)	5.0	.20	10.0	.60	30	0.00711
(1, 0)	5.0	.40	5.0	.60	50	0.01039
(1, 1)	10.0	.60	10.0	.60	30	0.01181
(2, -2)	.0	.00	5.0	.00	90	0.00479
(2, -1)	5.0	.40	5.0	.60	30	0.00580
(2, 0)	10.0	.60	10.0	.60	50	0.00819
(2, 1)	10.0	.60	5.0	.60	30	0.01048
(2, 2)	10.0	.00	5.0	.00	50	0.01310
(3, -3)	10.0	.20	5.0	.60	90	0.00569
(3, -2)	5.0	.20	5.0	.00	50	0.00402
(3, -1)	10.0	.40	5.0	.60	30	0.00446
(3, 0)	10.0	.60	5.0	.60	30	0.00793
(3, 1)	10.0	.60	5.0	.60	30	0.01010
(3, 2)	10.0	.00	5.0	.00	70	0.01279
(3, 3)	10.0	.60	5.0	.60	90	0.01329

Odchylenie standardowe

Balona L. A., 2000, ASP Conf. Ser. 210, 170

Problemy:

Duża liczba wolnych parametrów powoduje,
że nie można dostać jednoznacznego rozwiązanie.

Dodatkowym komplikacją jest wielookresowość.

METODA MOMENTÓW

W metodzie tej analizuje się pierwsze cztery momenty profilu wybranej linii widmowej jako funkcję czasu.

Balona 1986, MNRAS 219, 111
Balona 1986, MNRAS 220, 647
Balona 1987, MNRAS 224, 41
Aerts, De Pauw, Waelkens, 1992, A&A 266, 294

Momenty można wyliczyć z formuł analitycznych podanych przez Balonę dla dowolnej liczby modów.

Następnie wybieramy statystykę, która może dać informację na ile momenty wyliczone zgadzają się z obserwowanymi.

Balona pokazał analitycznie, że dla m=0 w zmianach M_2 dominuje składowa 2ω !

Metoda momentów była stosowana do gwiazd pulsujących typu β Cep, SPS, δ Sct przez C. Aerts i współpracowników.

W pierwszych pracach C. Aerts i in., wyróżnik był oparty tylko na samych amplitudach momentów.

Jest to statystycznie niepoprawne, ponieważ momenty mają wartości różnych rzędów oraz mają różne jednostki. Poza tym w ten sposób nie są uwzględniane fazy momentów.

W późniejszych pracach, w wyróżniku zostały uwzględnione amplitudy wszystkich składowych harmonicznych momentów. Ponadto amplitudy te zostały podniesiono do odpowiednich potęg, w celu wyrównania rzędów wielkości.

Ostatnia wersja wyróżnika (Briquet & Aerts 2003)

$$\Sigma = \left\{ \frac{1}{N_{\rm obs}} \sum_{k=1}^{N_{\rm obs}} \left[\left(<v>(t_k) - <v>_{\rm obs}(t_k) \right)^2 + \left| <v^2>(t_k) - <v^2>_{\rm obs}(t_k) \right| + \left(<v^3>(t_k) - <v^3>_{\rm obs}(t_k) \right)^{2/3} \right] \right\}^{1/2}$$

Z metody momentów, podobnie jak w przypadku dopasowywania profili linii, dla różnych zestawów parametrów ℓ, m, ε, *i*, v_{rot}, W, dostajemy minima o tej samej istotności. Poza przypadkami najprostszymi, jak δ Cet, nie daje jednoznacznego rozwiązania. Dodatkową jej wadą jest nie uwzględnianie błędów obserwacyjnych.

Zaleta: oszczędność czasu obliczeniowego.

Aerts 1996, A&A 314, 115 zał: v_p=10 km/s, i=40° v_Ω=6.4, σ=5 km/s

$\ell = 0, m = 0$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
0	0	0.05	9.9	-	6.4	5.0
1	1	0.13	10.0	79°	4.7	4.7
2	1	0.29	12.1	48°	0.0	3.5
1	0	0.33	8.7	41°	0.0	5.6
2	2	0.44	11.8	76°	0.0	1.7

$\ell = 1, m = 0$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
1	0	0.18	9.9	41°	5.3	5.5
2	1	0.25	14.0	49°	4.3	2.4
0	0	0.26	12.0	-	4.6	5.7
1	1	0.40	13.0	58°	3.4	5.0
2	0	0.48	8.3	4°	0.0	5.5

$\ell = 1, m = 1$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
1	1	0.11	11.0	35°	5.8	5.0
2	2	0.17	9.7	72°	3.7	4.1
0	0	0.34	6.5	-	6.1	5.9
2	1	0.39	7.8	54°	0.0	6.0
1	0	0.40	8.5	63°	5.9	5.6

$\ell = 2, m = 0$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
1	0	0.16	17.4	78°	0.0	5.9
2	0	0.20	10.1	41°	4.3	5.3
3	1	0.54	13.8	49°	2.5	2.7
3	0	0.55	12.6	66°	9.4	3.7
2	1	0.63	12.0	70°	9.0	4.0

$\ell = 2, m = 1$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
2	1	0.05	10.3	37°	5.9	4.9
1	1	0.19	10.0	54°	9.2	4.9
2	2	0.35	10.4	86°	4.5	4.5
0	0	0.47	7.8	-	5.5	6.9
1	0	0.49	9.9	58°	10.0	4.8

$\ell = 2, m = 2$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
2	2	0.10	10.1	39°	6.4	5.0
1	1	0.10	11.9	14°	6.5	5.2
3	3	0.21	9.5	68°	4.7	3.5
3	1	0.57	10.4	82°	5.4	4.8
2	1	0.58	9.4	77°	5.8	5.1

$\ell = 3, m = 0$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
1	0	0.10	20.2	87°	5.2	5.3
4	0	0.16	10.6	48°	9.0	4.0
5	0	0.20	9.9	45°	0.0	5.9
3	0	0.23	10.4	43°	0.0	5.9
2	0	0.30	12.7	58°	8.7	4.4

$\ell = 3, m = 1$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
3	1	0.16	9.4	32°	5.2	5.4
3	2	0.25	10.8	55°	4.7	5.2
2	2	0.26	19.7	29°	4.9	4.7
2	1	0.27	9.9	72°	10.1	4.9
1	1	0.31	19.8	13°	5.0	4.9

$\ell = 3, m = 2$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
2	1	0.03	10.7	10°	5.2	4.8
1	1	0.07	19.9	8°	5.2	4.8
3	2	0.19	9.8	38°	6.7	5.1
2	2	0.24	10.3	35°	9.3	5.7
3	1	0.40	9.4	14°	5.3	4.2

$\ell = 3, m = 3$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
3	3	0.08	9.8	42°	6.0	5.0
1	1	0.10	12.1	7°	4.4	5.7
4	3	0.14	9.8	46°	6.0	3.3
2	2	0.17	10.6	29°	5.5	5.6
4	4	0.36	9.2	62°	4.3	3.9

$\ell = 4, m = 0$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
5	0	0.12	10.3	46°	0.0	5.9
4	0	0.14	10.5	45°	4.7	5.4
5	1	0.15	15.2	84°	7.0	2.9
3	0	0.22	9.9	36°	0.0	5.9
2	1	0.24	16.5	88°	6.7	3.7

$\ell = 4, m = 1$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
5	1	0.17	9.2	41°	9.5	4.1
2	1	0.18	10.2	85°	10.5	5.3
4	1	0.19	10.4	44°	5.5	5.2
6	1	0.22	9.9	43°	4.9	4.9
4	2	0.26	9.9	89°	10.0	5.1

$\ell = 4, m = 2$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
4	2	0.05	9.8	28°	5.7	4.7
4	1	0.05	9.2	75°	5.2	3.7
4	3	0.05	10.3	56°	5.2	4.8
2	2	0.06	20.5	7°	10.8	4.6
3	1	0.06	9.1	6°	2.8	4.7

$\ell = 4, m = 3$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
4	3	0.07	9.8	22°	5.4	4.8
4	4	0.08	9.6	40°	4.7	5.6
4	2	0.09	9.7	75°	4.9	4.4
4	1	0.09	9.6	62°	4.7	4.5
5	2	0.11	9.7	76°	4.8	4.4

$\ell = 4, m = 4$

ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
4	4	0.17	10.0	68°	5.8	4.6
3	3	0.17	9.3	60°	11.6	5.6
3	2	0.18	9.8	10°	10.1	5.1
4	3	0.19	9.9	31°	9.9	4.7
3	1	0.29	10.2	72°	10.0	5.0

Przykład zastosowania metody momentów do 12 Lac
SiIII 4552.6 Å

γ_ℓ^m - wyróżnik, v_p- amplituda pulsacji, i – kąt inklinacji

v_Ω – prędkość rotacji na równiku, σ - szerokość profilu własnego

$\nu_1 = 5.179$ c/d, $s_f = 0.01$						
ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
2	1	0.46	32	42°	30	17
1	1	0.90	40	35°	24	18
2	2	1.82	37	69°	20	16
3	1	2.38	40	35°	30	15
3	2	3.05	47	66°	28	17

$\nu_2 = 5.067$ c/d, $s_f = 0.02$						
ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
3	0	1.20	20	20°	30	16
2	1	1.25	24	74°	28	22
2	0	1.28	30	46°	20	15
3	1	1.29	37	86°	28	15
1	0	1.71	19	65°	24	20

$\nu_3 = 5.490$ c/d, $s_f = 0.02$						
ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
2	2	0.56	21	32°	30	18
3	3	0.57	17	63°	29	12
1	1	0.57	16	17°	33	18
3	1	0.57	21	16°	20	15
3	2	0.59	20	66°	32	16

$\nu_4 = 5.335$ c/d, $s_f = 0.02$						
ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
3	1	1.63	32	33°	20	16
3	2	1.84	38	50°	16	14
3	3	1.97	39	60°	15	19
2	1	2.08	30	64°	20	15
1	1	2.18	17	61°	27	20

$\nu_5 = 10.514$ c/d, $s_f = 0.02$						
ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
2	1	0.86	19	18°	29	18
3	1	1.19	30	86°	28	15
1	1	1.35	9	90°	30	18
3	2	1.91	30	73°	25	18
3	3	2.34	18	68°	15	27

$\nu_6 = 4.241$ c/d, $s_f = 0.02$						
ℓ	$\|m\|$	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
2	1	1.40	11	5°	31	13
1	1	1.43	3	35°	25	15
2	2	1.45	9	9°	29	15
3	3	1.54	20	15°	25	18
3	1	1.74	10	85°	14	6

MAPOWANIE DOPPLEROWSKIE
DOPPLER IMAGING (DI)

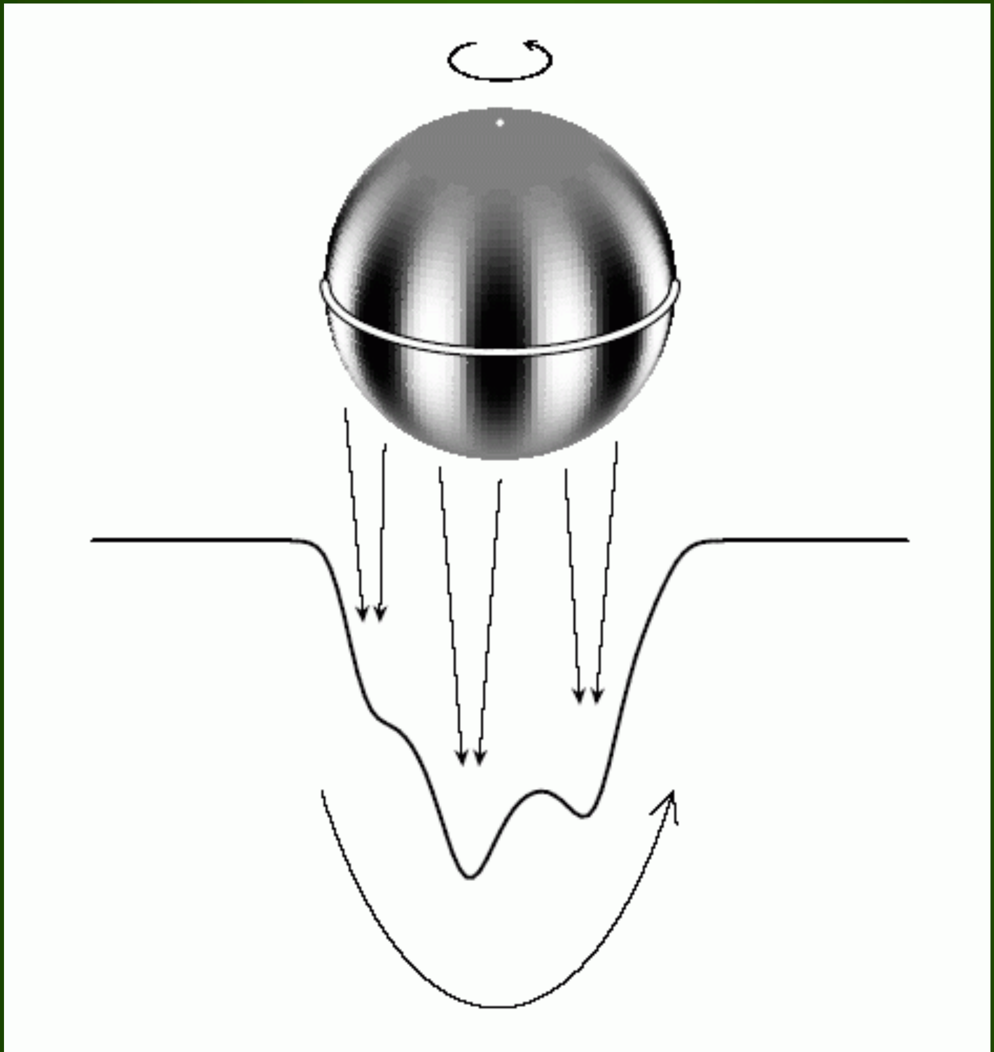
DI analizuje zmiany natężenia jako funkcję położenia w profilu linii.

Vogt, Penrod 1983, ApJ 275, 661– cechy fotosferyczne (zmiany lokalnej prędkości, jasności) są odwzorowane w profilach linii, które są poszerzone dopplerowsko przez rotację. Praca ta dotyczy gwiazdy pulsującej ζ Oph.

Vogt, Penrod, Hatzes 1987, ApJ 321, 496 – DI można stosować do gwiazd z plamami (np. RS CVn) oraz do gwiazd o niejednorodnym składzie chemicznym na powierzchni (np. Ap).

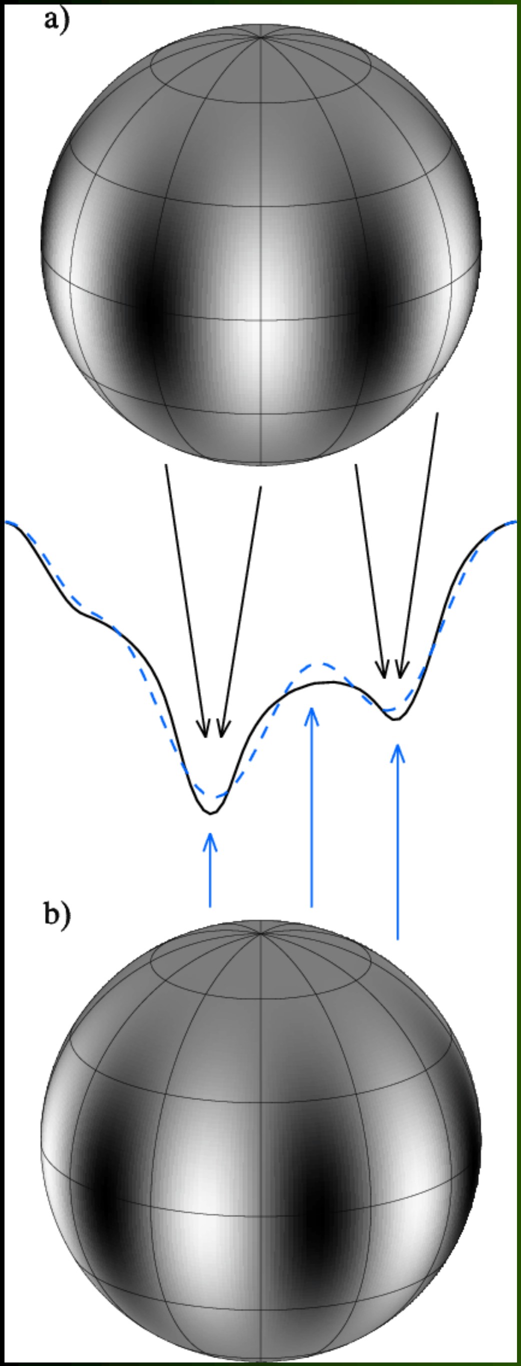
Gies & Kullavanijaya 1988, ApJ 326, 813 – dla każdej długości fali serii czasowej widm stosujemy transformatę Fouriera. Dostajemy widmo mocy dla każdego położenia w profilu linii widmowej.

„OBRAZ" DOPPLEROWSKI



Ciemne obszary oddalają się od obserwatora, jasne - przybliżają się.

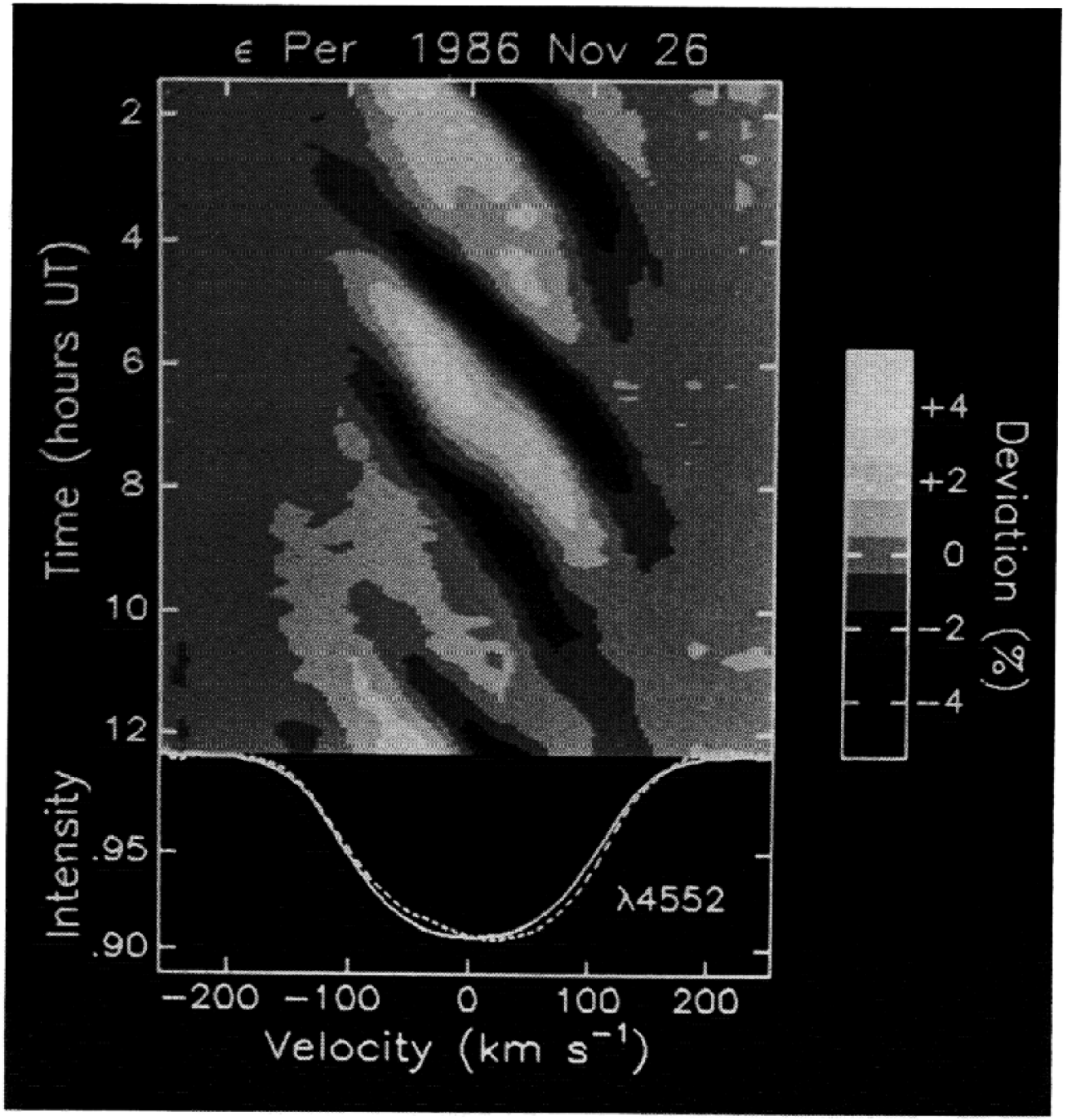
l=6, *m*=6



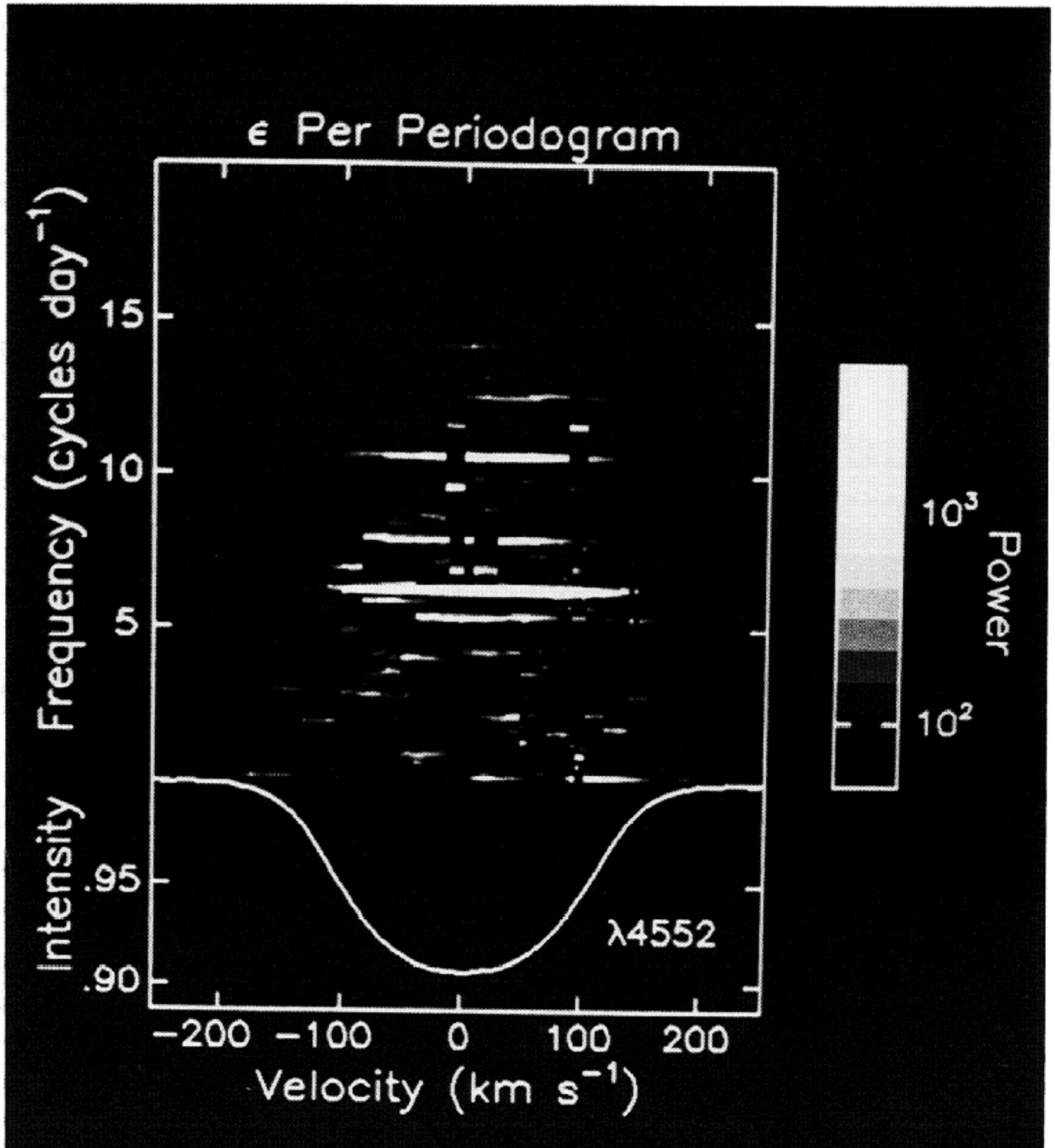
Składowa wertykalna pola prędkości (profil – linia ciągła).
Obszary ciemne oddalają się od obserwatora

Rozkład temperatury (profil – linia niebieska).
Obszary jaśniejsze wyższej temperaturze lokalnej.

Kochukhov, 2004, A&A 423, 613



Gies & Kullavanijaya 1988, ApJ 326, 813



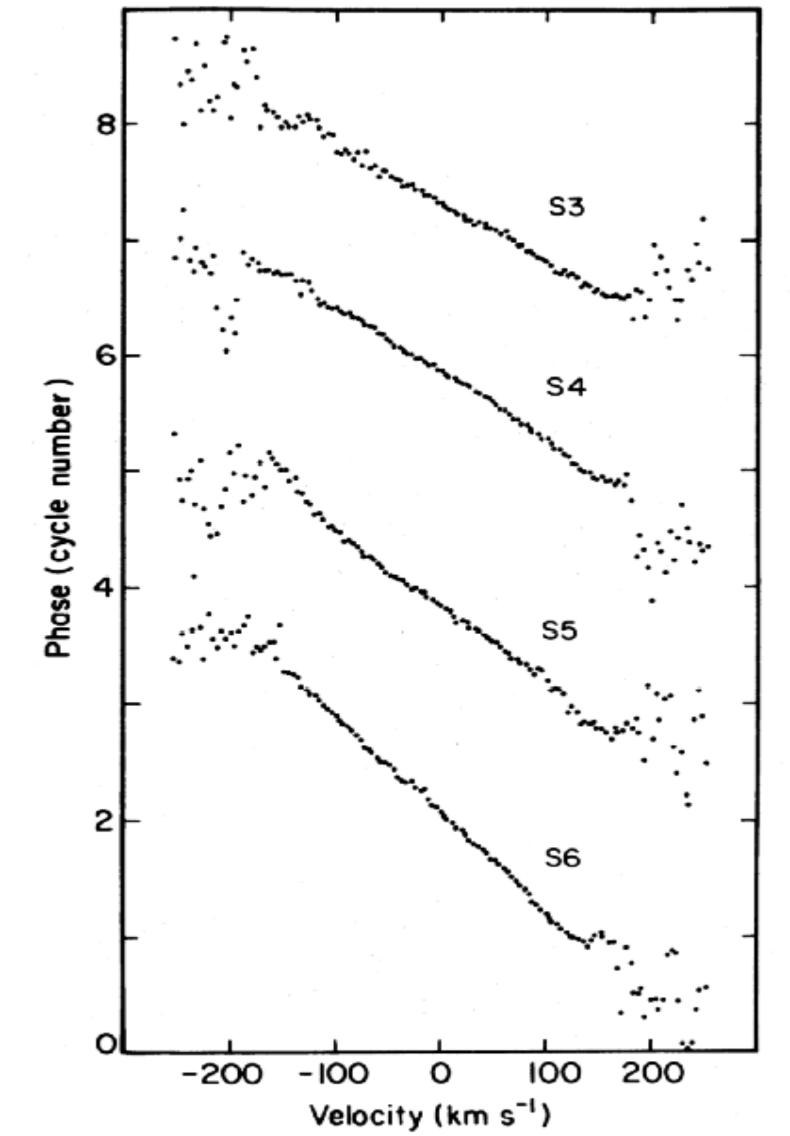
Gies & Kullavavijaya 1988, ApJ 326, 813

Według G&K 1988, m może być oszacowane ze zmiany fazy wzdłuż profilu linii:

$$m = (\Phi_{red} - \Phi_{blue})/\pi$$

G&K przyjęli założenie ℓ=m !

Zależność fazy od położenia w profilu linii dla ε Per, dla czterech częstotliwości pulsacyjnych, Gies & Kullavavijaya (1988)

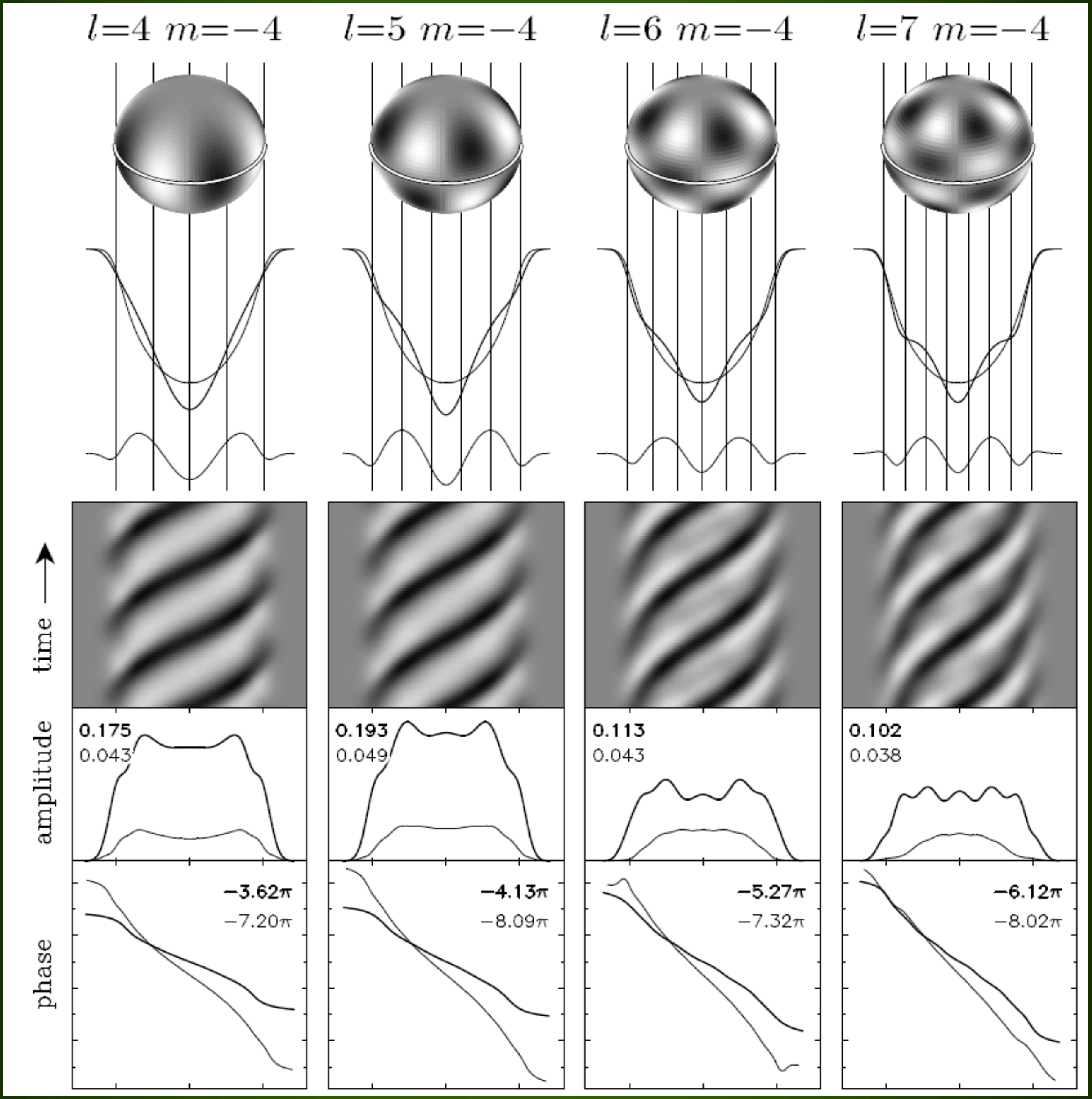


INTENSITY PERIOD SEARCH: DIAGRAMY MONOCHROMATYCZNYCH AMPLITUD I FAZ

J. Telting i C. Schrijvers rozwinęli metodę DI i zastosowali do wielu gwiazd (głównie typu β Cep) :
A&AS 121, 343 (1997), A&A 317, 723 (1997)
A&A 317, 742 (1997), A&A 342, 453 (1999)

Wprowadzili pewne udoskonalenia:

- **Mody nie muszą być sektoralne**
- **W każdej długości fali dopasowali trzy składowe**
- **Badali zmiany amplitudy i fazy wzdłuż profilu linii:**
  DIAGRAMY IPS (Intensity Period Search)



Telting & Schrijvers 1997, A&A 317, 723

Telting i Schrijvers wyliczyli teoretyczne profile linii dla bardzo dużej liczby par (ℓ, m) i z symulacji Monte Carlo znaleźli następujące zależności:

$$\ell \approx 0.10 + 1.09|\Delta\Phi_0|/\pi$$

$$|m| \approx -1.33 + 0.54|\Delta\Phi_1|/\pi$$

$\Delta\Phi_0$ - zmiana fazy między skrzydłem czerwonym i niebieskim dla składowej podstawowej

$\Delta\Phi_1$ - zmiana fazy między skrzydłem czerwonym i niebieskim dla pierwszej harmoniki

Dokładność tej metody wynosi ±1 w (ℓ, m).

Znalezione eksperymentalnie liniowe zależności zostały wytłumaczone przez Hao 1998,ApJ 300, 440.

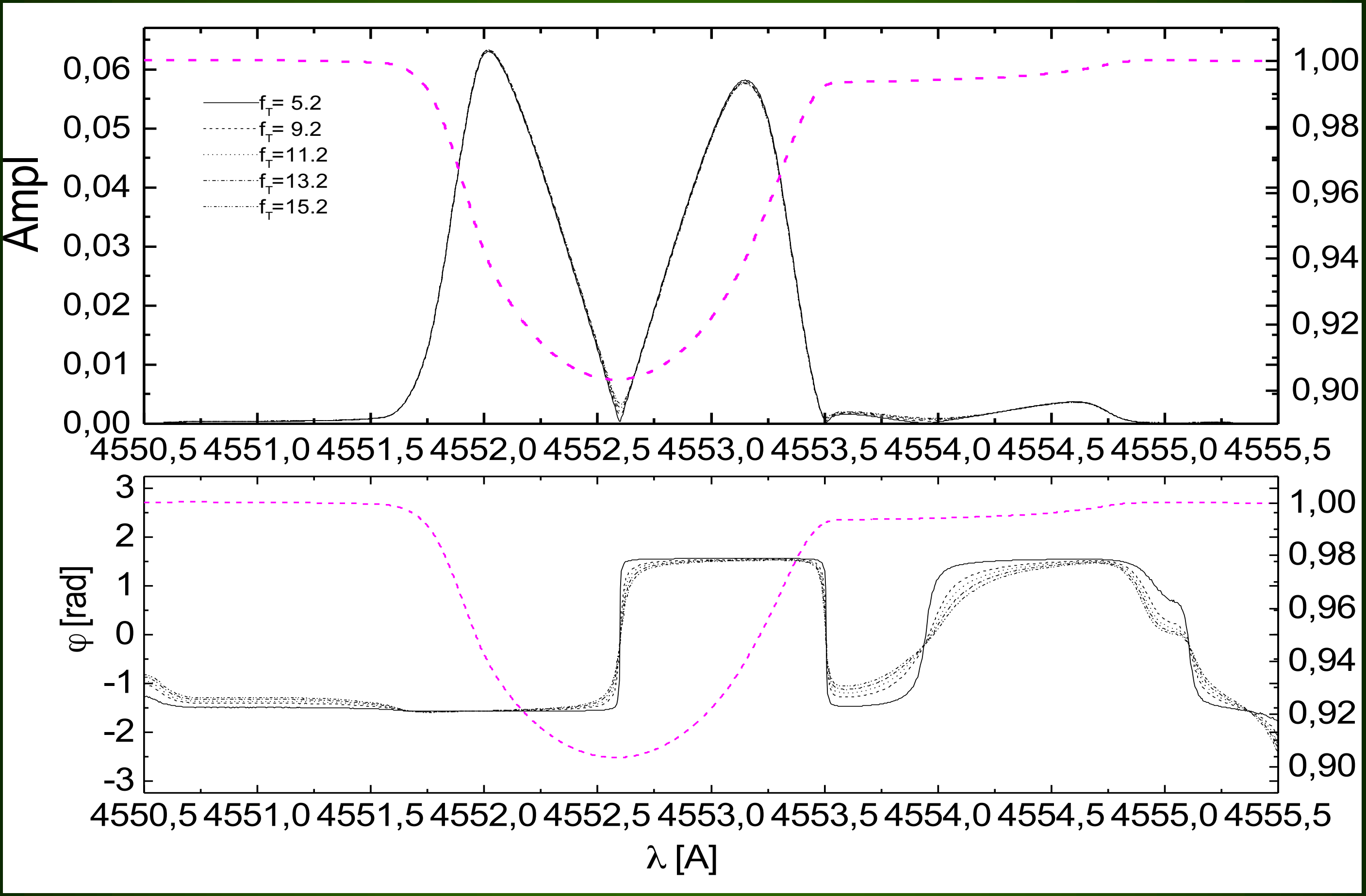
Jak do tej pory jest to najefektywniejsza metoda wyznaczania (ℓ, m) ze zmian profili linii.

Diagramy amplitud zawierają informację o wielu parametrach gwiazdowych i pulsacyjnych, natomiast diagramy faz głównie o (ℓ, m).

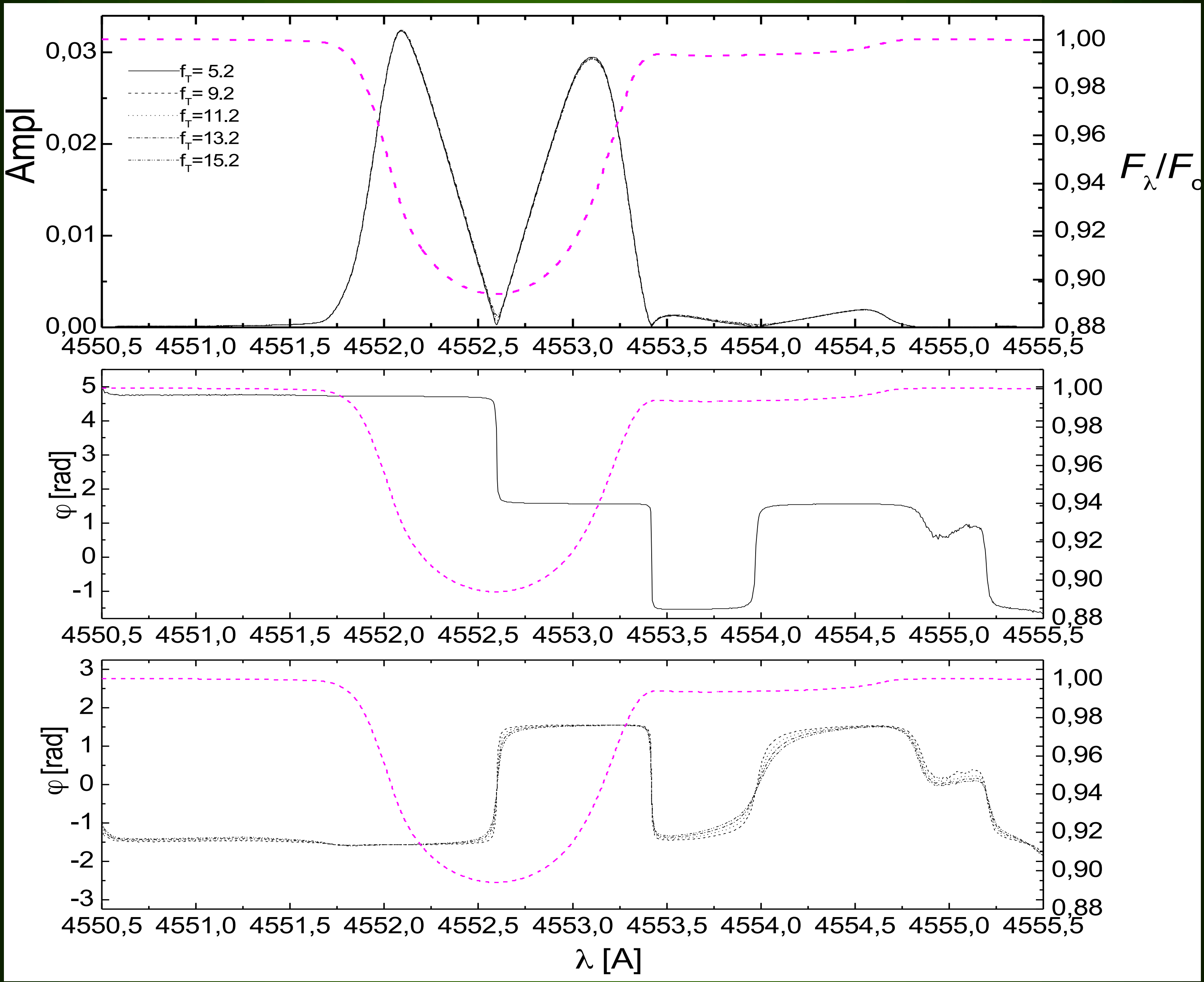
Metoda ta jest efektywna również dla gwiazd wielomodalnych, ponieważ zmiany w profilu linii związane z danym modem pulsacji są wydzielone poprzez analizę fourierowską.

Telting i in. 1997, A&A 322, 493 pokazali, że diagramy amplitud i faz mogą być użyte do identyfikacji modów również dla gwiazd wolnorotujących, np. β Cep, ν Eri.

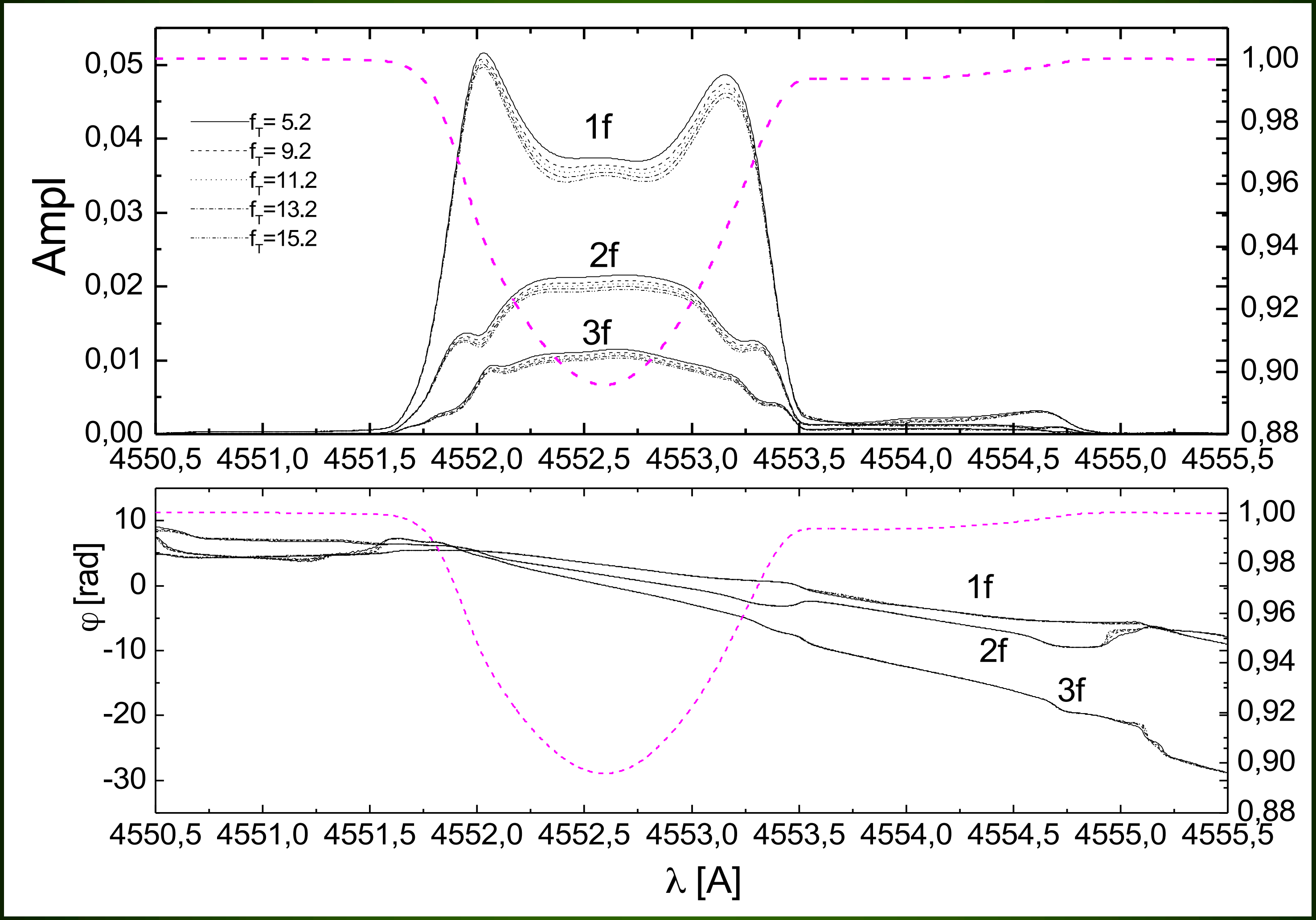
Diagramy amplitud i faz dla ℓ =0.
Si III 4552.62, $\log T_{eff}$=4.37 logg=3.67. Efekt |f|.



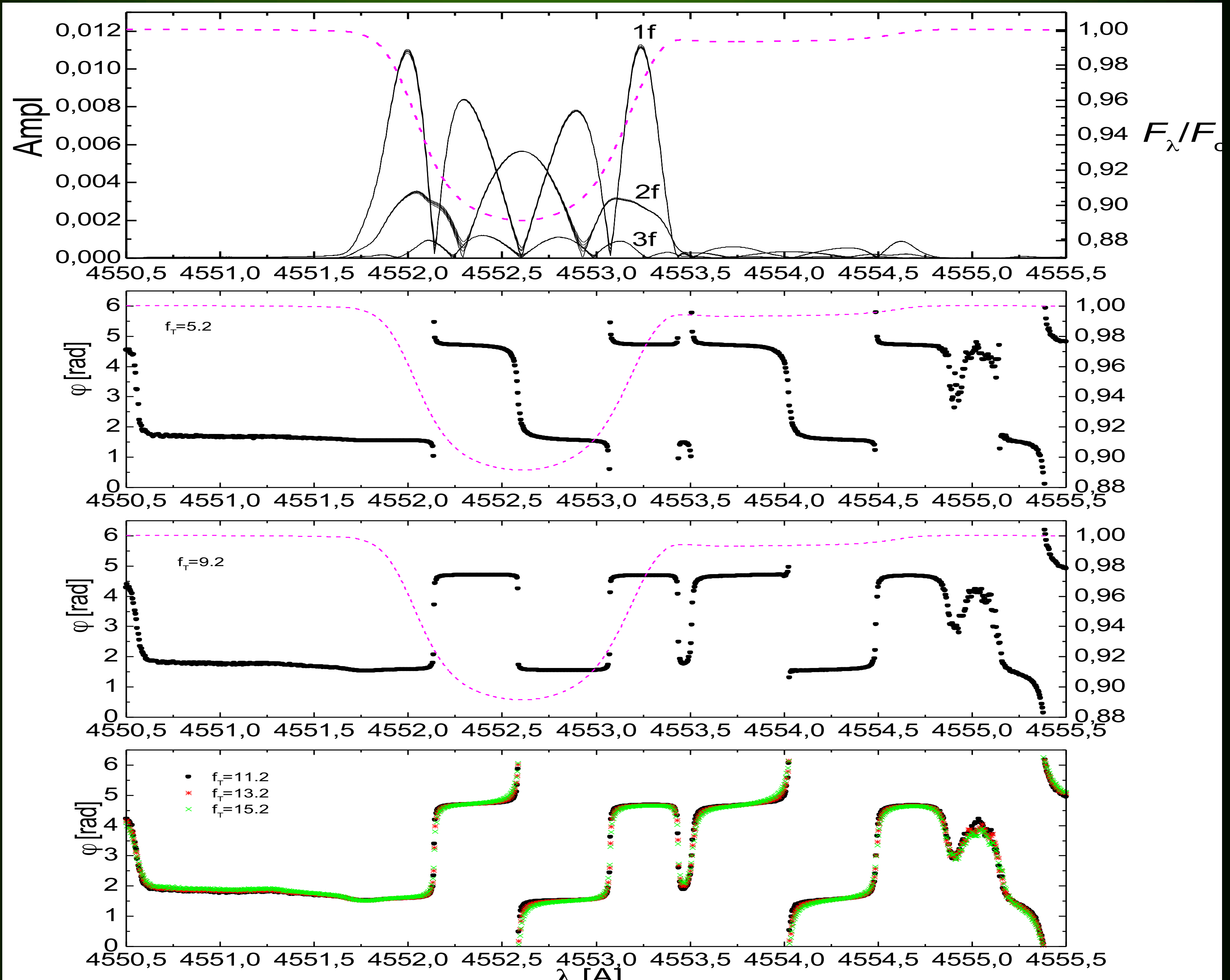
Diagramy amplitud i faz dla ℓ =1, m=0.



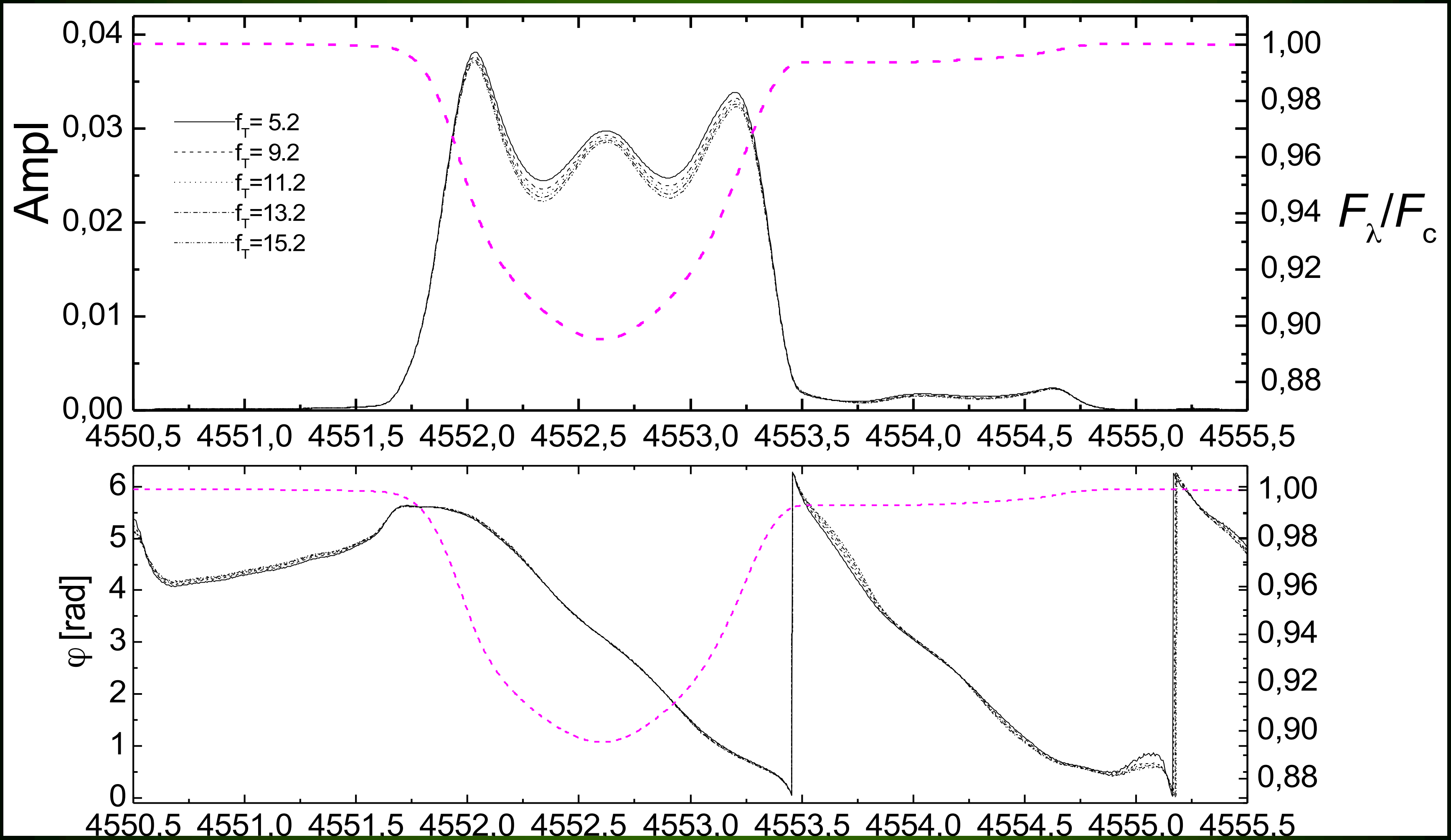
Diagramy amplitud i faz dla ℓ =1, m=-1.



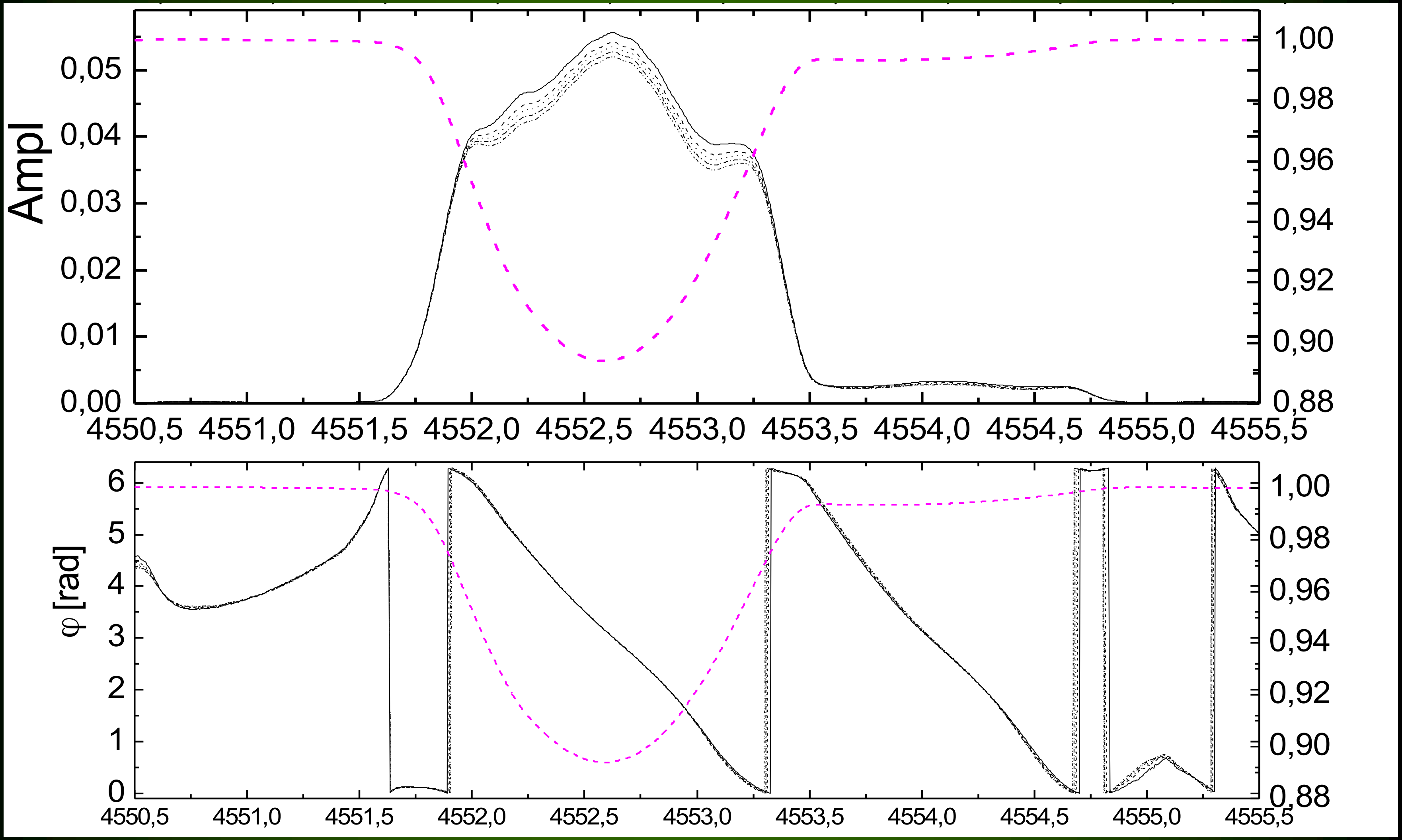
Diagramy amplitud i faz dla ℓ =2, m=0 .



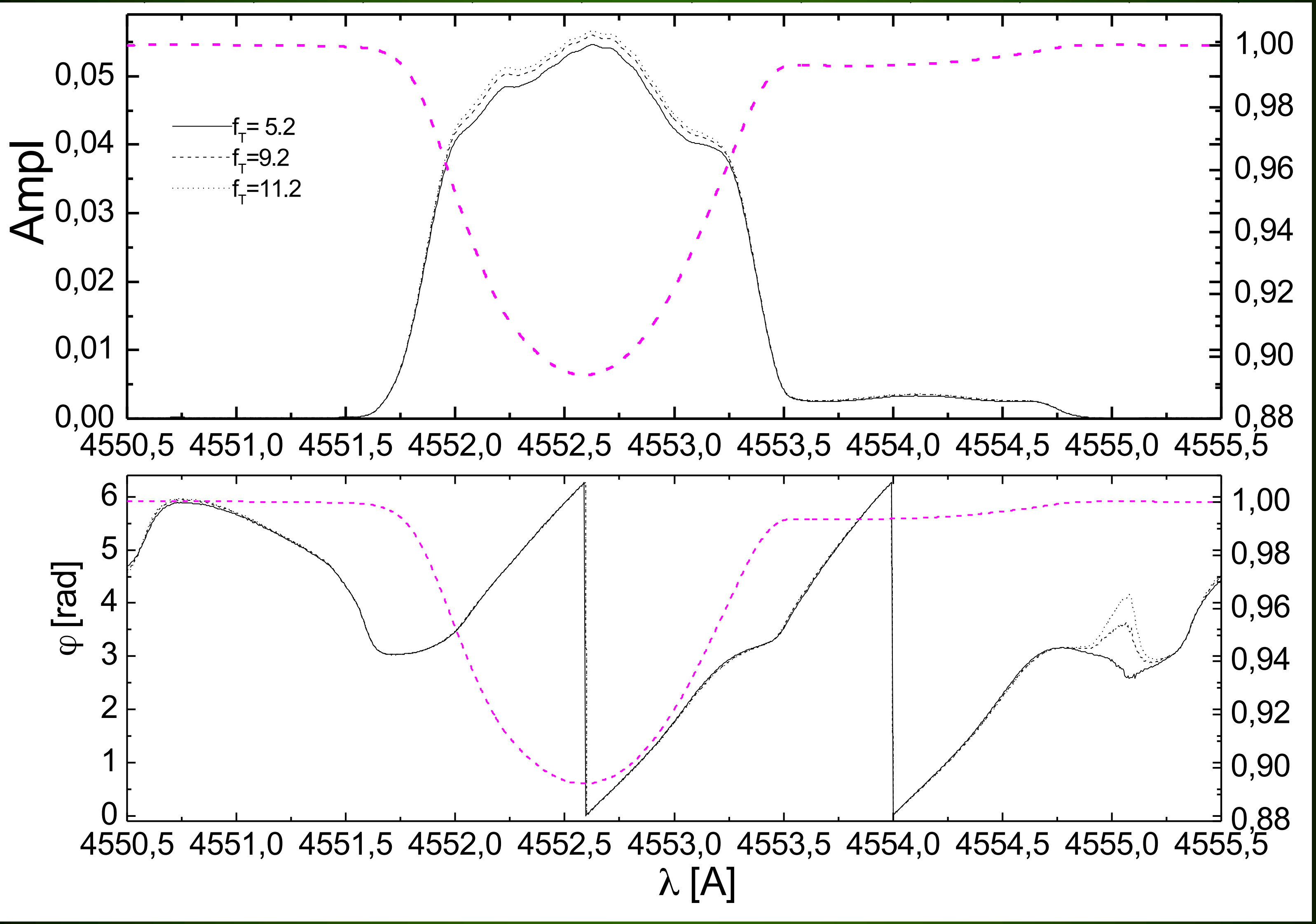
Diagramy amplitud i faz dla ℓ =2, m=-1 .



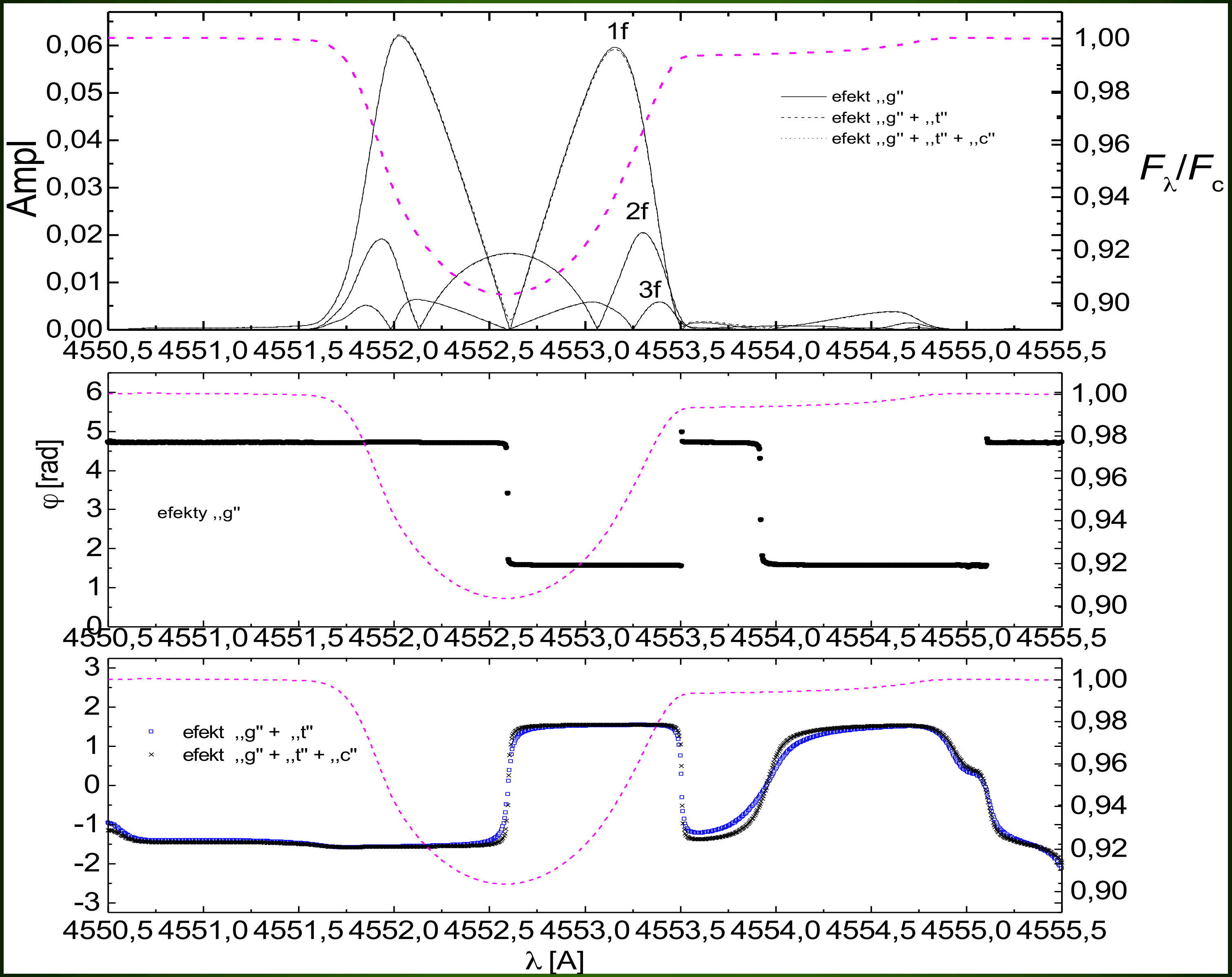
Diagramy amplitud i faz dla ℓ =2, m=-2 .



Diagramy amplitud i faz dla ℓ =2, m=+2 .



Efekty geometryczne, temperaturowe i ciśnieniowe na diagramy amplitud i faz dla ℓ =0.



Mody m=0 mają zerową amplitudę w centrum profilu linii.

Efekty nieadiabatyczne w monochromatycznych diagramach amplitud i faz są bardzo małe.

Diagramy amplitud i faz są zdominowane polem prędkości pulsacji.

Wyróżnik

$$\chi^2 = \frac{1}{2n_\lambda - m} \sum_{i=1}^{n_\lambda} \left[\frac{(A^o_{R,i} - A^t_{R,i})^2}{\sigma^2_{R,i}} + \frac{(A^o_{I,i} - A^t_{I,i})^2}{\sigma^2_{I,i}} \right]$$

$$A_R = A_\lambda \cos\varphi_\lambda, \; A_I = A_\lambda \sin\varphi_\lambda$$

n_λ - ilość punktów w λ

m – ilość parametrów (np. ℓ, *m*, *i*)

błędy

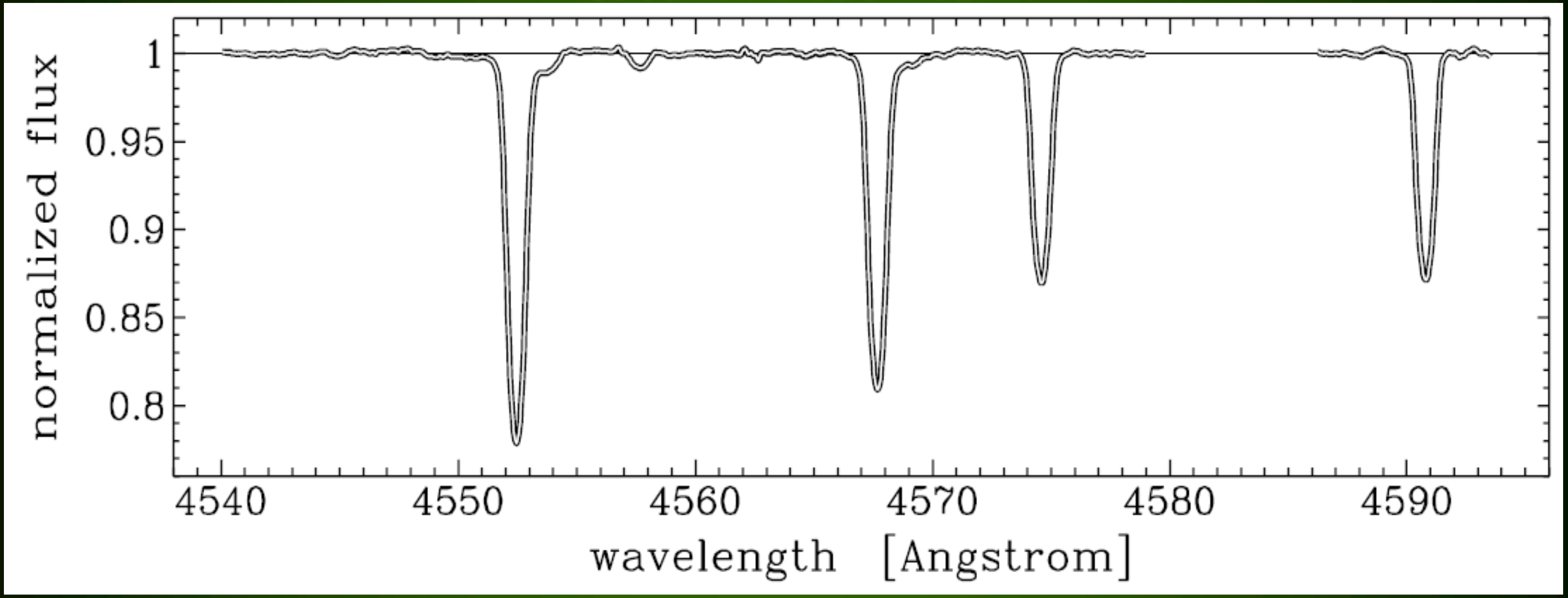
$$\sigma_R^2 = (\delta A_\lambda)^2 \cos^2\varphi_\lambda + (\delta\varphi)^2 A_\lambda^2 \sin^2\varphi_\lambda$$

$$\sigma_I^2 = (\delta A_\lambda)^2 \sin^2\varphi_\lambda + (\delta\varphi)^2 A_\lambda^2 \cos^2\varphi_\lambda$$

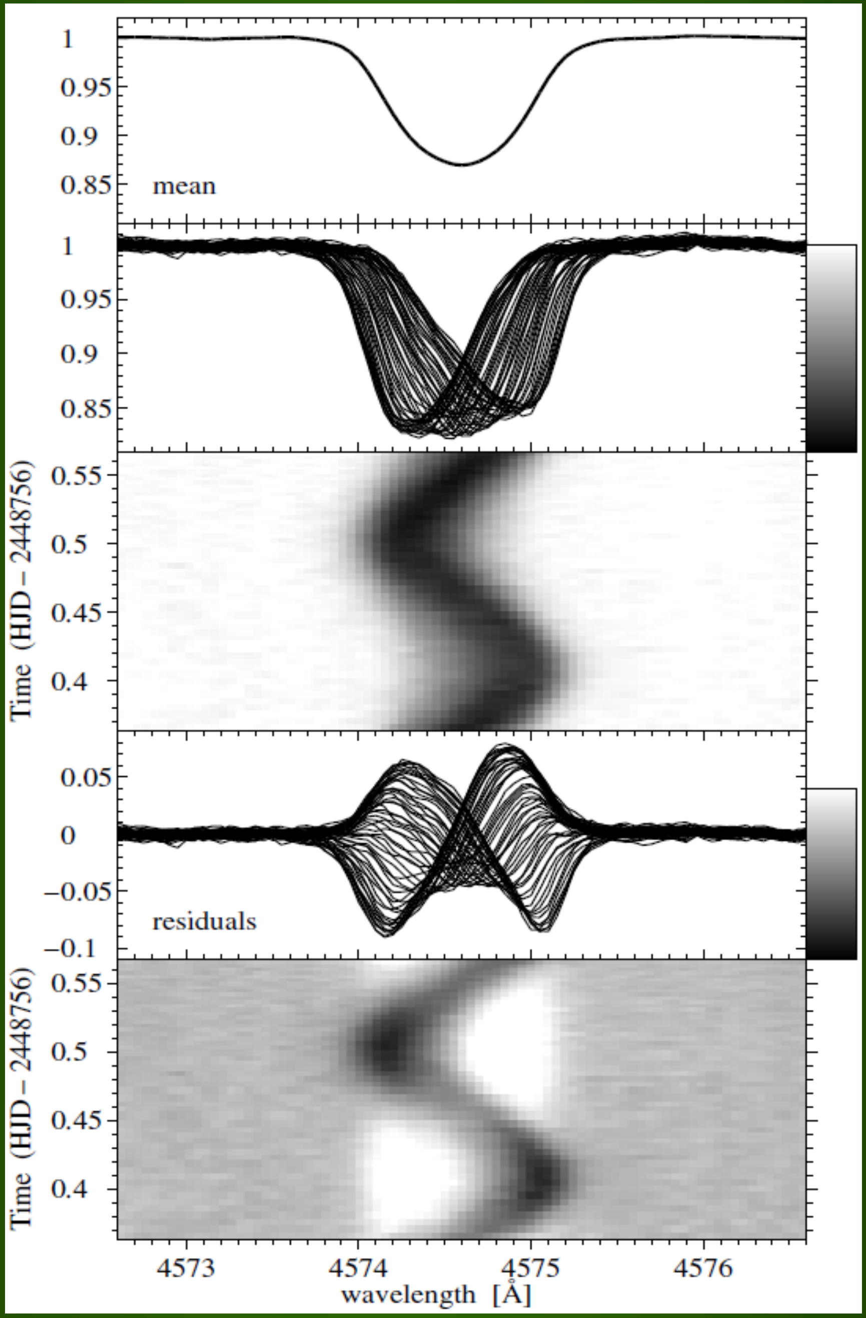
Przykład zastosowania metody IPS: β Cep
Telting, , Aerts, Mathias 1997, A&A 322, 493

Dla β Cep znaleziono do tej pory pięć częstotliwości:
ν_1=5.25, ν_2=5.38, ν_3=4.92, ν_4=5.06, ν_5=5.42 [c/d]

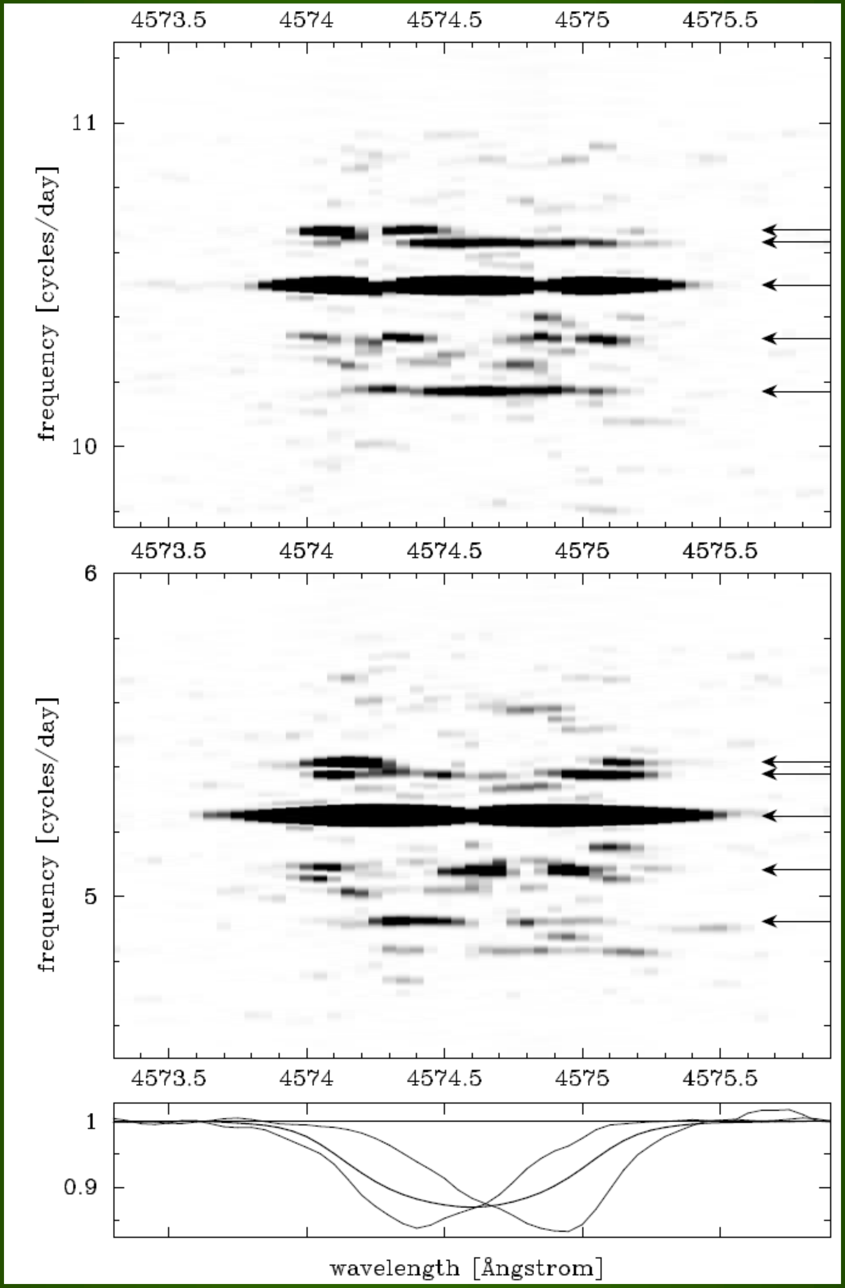
Obserwacje: triplet Si III 4552.6, 4567.8, 4574.8, OII 4591.0 Å
Średnia z 620 widm:



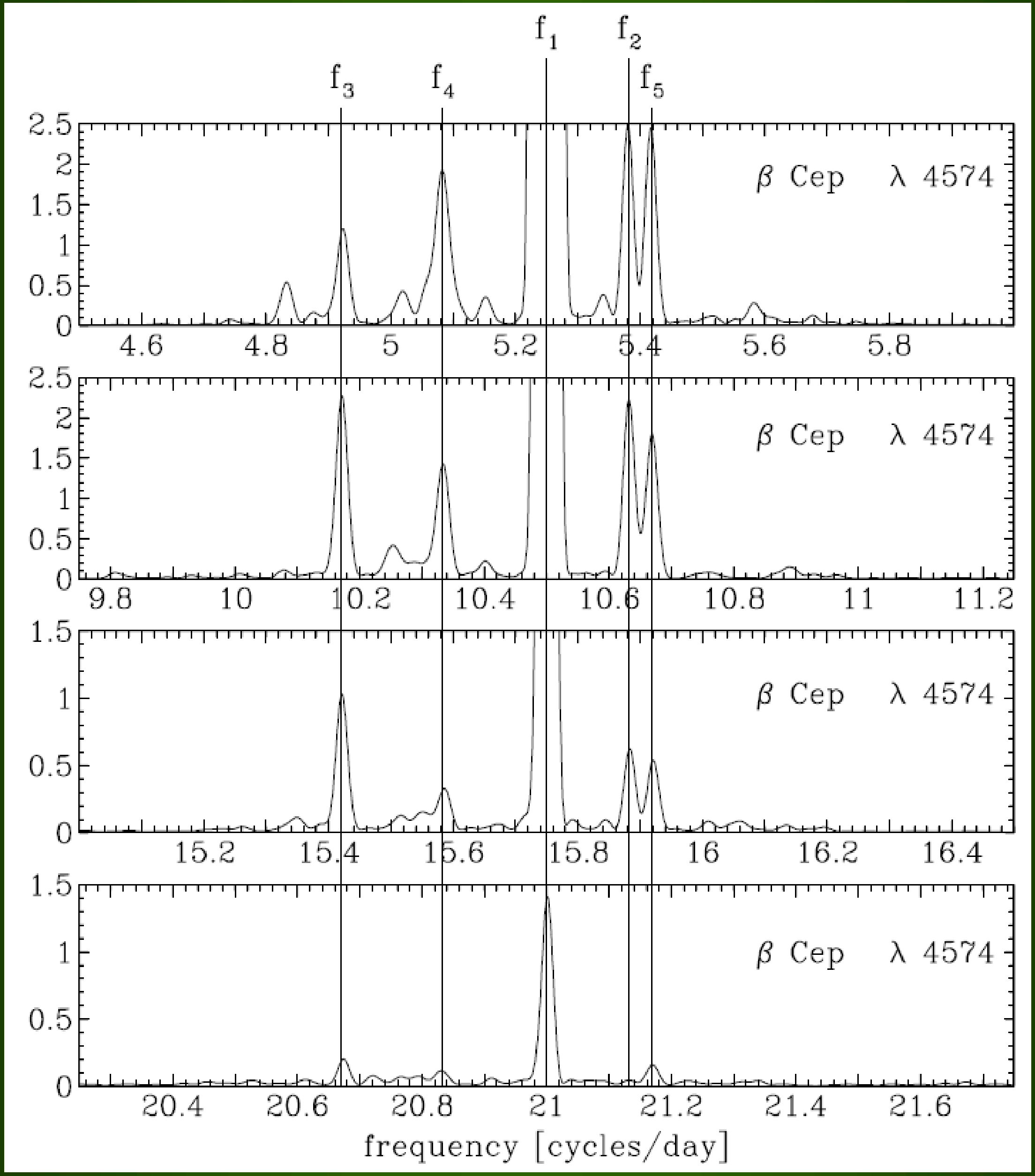
obserwacji z jednej nocy dla SiIII 4574 Å



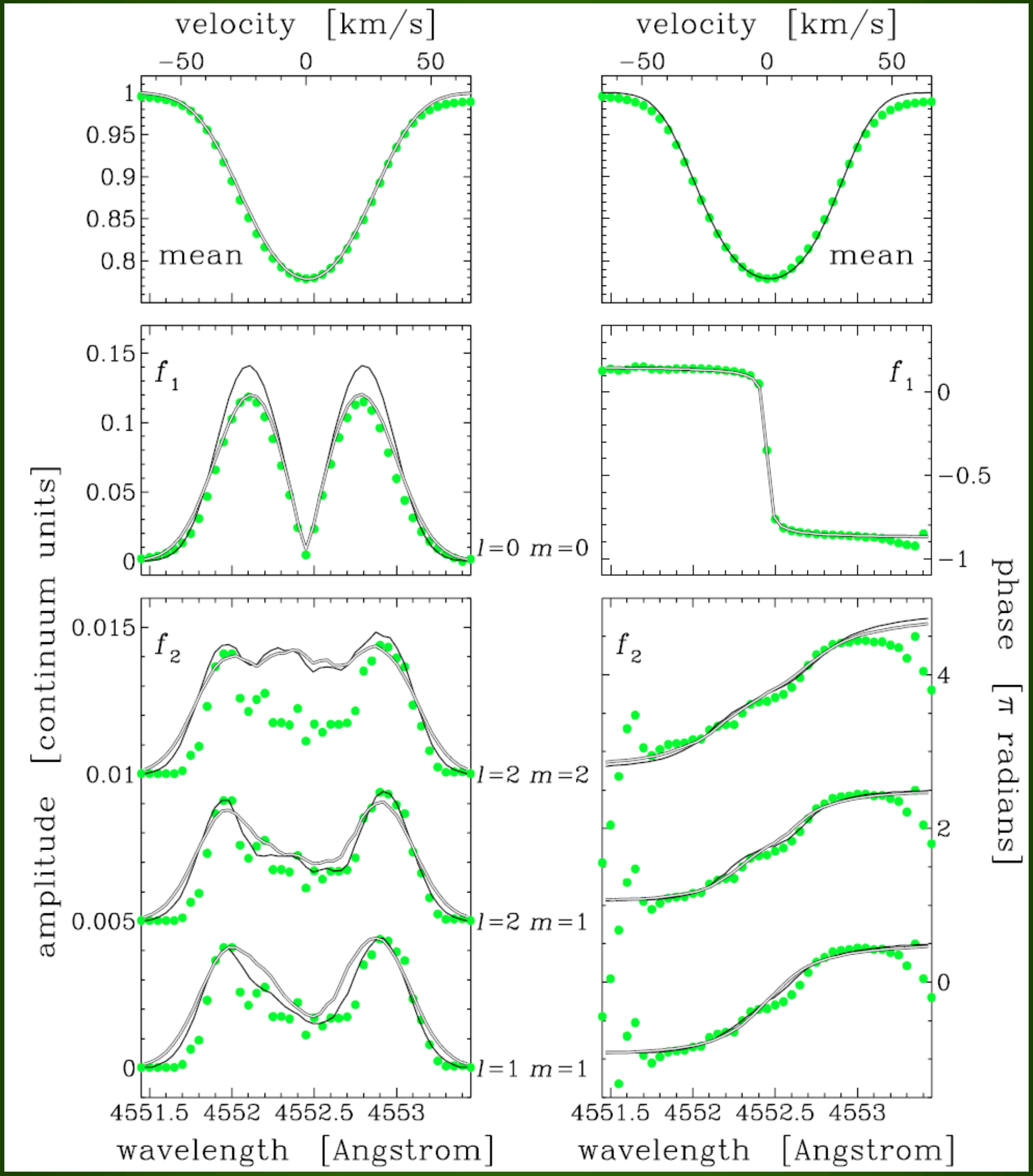
Periodogram ze zmian w linii SiIII 4574 Å



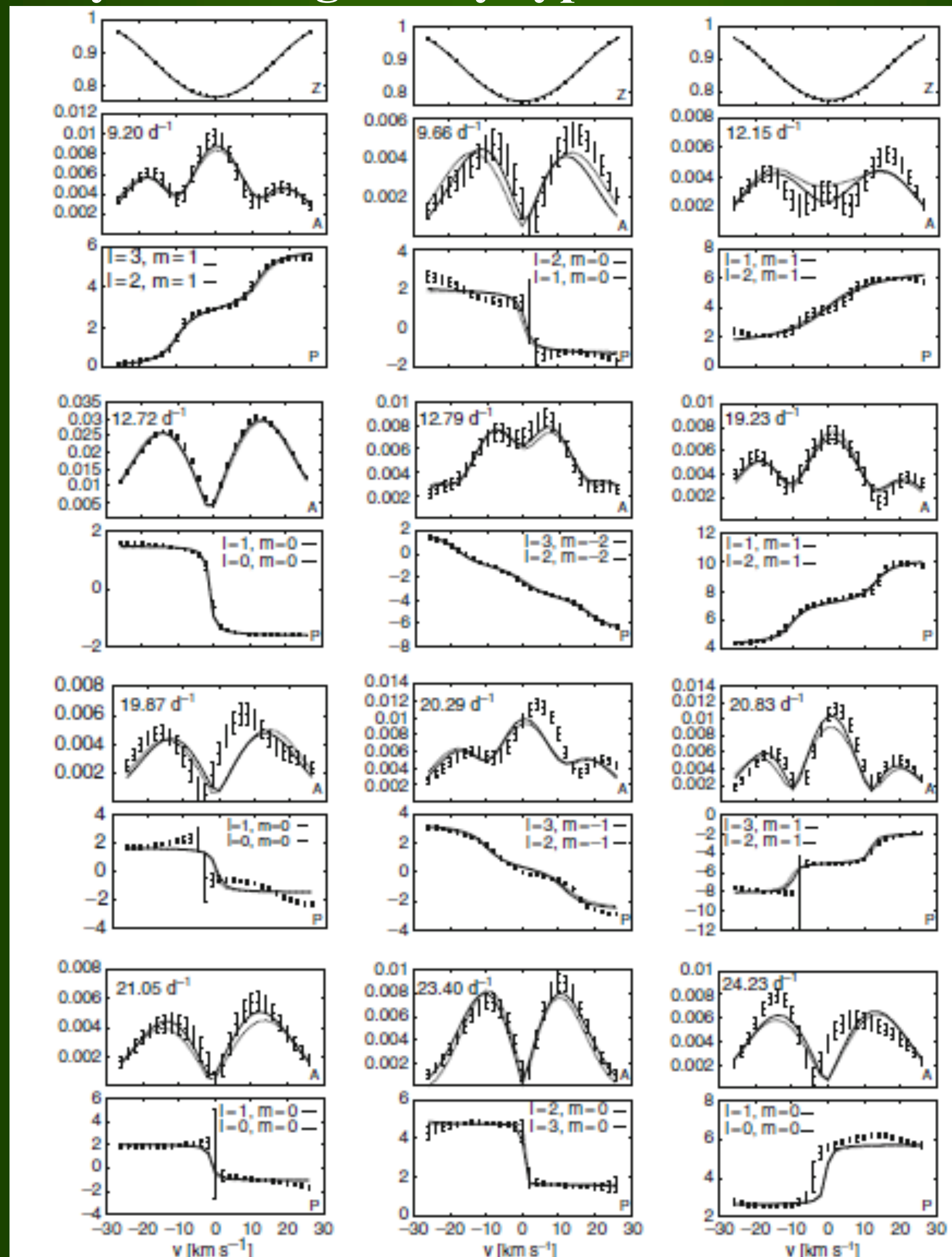
Periodogram wysumowany po długościach fali w okolicy linii Si III 4574 Å (4573.7–4575.5)



Obserwacje β Cep (kropki) i wielookresowe modele zmian profili linii Si III 4574 Å.



Przykład dla gwiazdy typu δ Scuti FG Vir



Zima *et al*. (2006).

SPEKTROSKOPOWE DIAGRAMY DIAGNOSTYCZNE

Metoda ta polega na konstruowaniu diagramów ze stosunków amplitud i różnic faz wybranych charakterystyk zmian profilu danej linii widmowe.

Cugier & Daszyńska 2001, A&A 377, 113
Daszyńska & Cugier 2001, ASP Conf. Ser. 259, 212

Dla modeli o masie 10 $M_\odot$ zostały wyliczone serie czasowe profilu linii SiIII 4552.62 Å. Rozważane były oscylacje jednookresowe.

ℓ =0,1,2   m=- ℓ,..., + ℓ

ε=0.015, V_{rot}=50 km/s, i=60°

Po unormowaniu profili do kontinuum, zostały wyliczone:

F_{min} ,V_r(min), FWHM, V_r(FWHM), F(λ_0 =4552.62 Å), F(λ_1 =4553.12 Å), EW, M_0 , M_1 , M_2 , M_3

Diagram dla M_1 i M_2

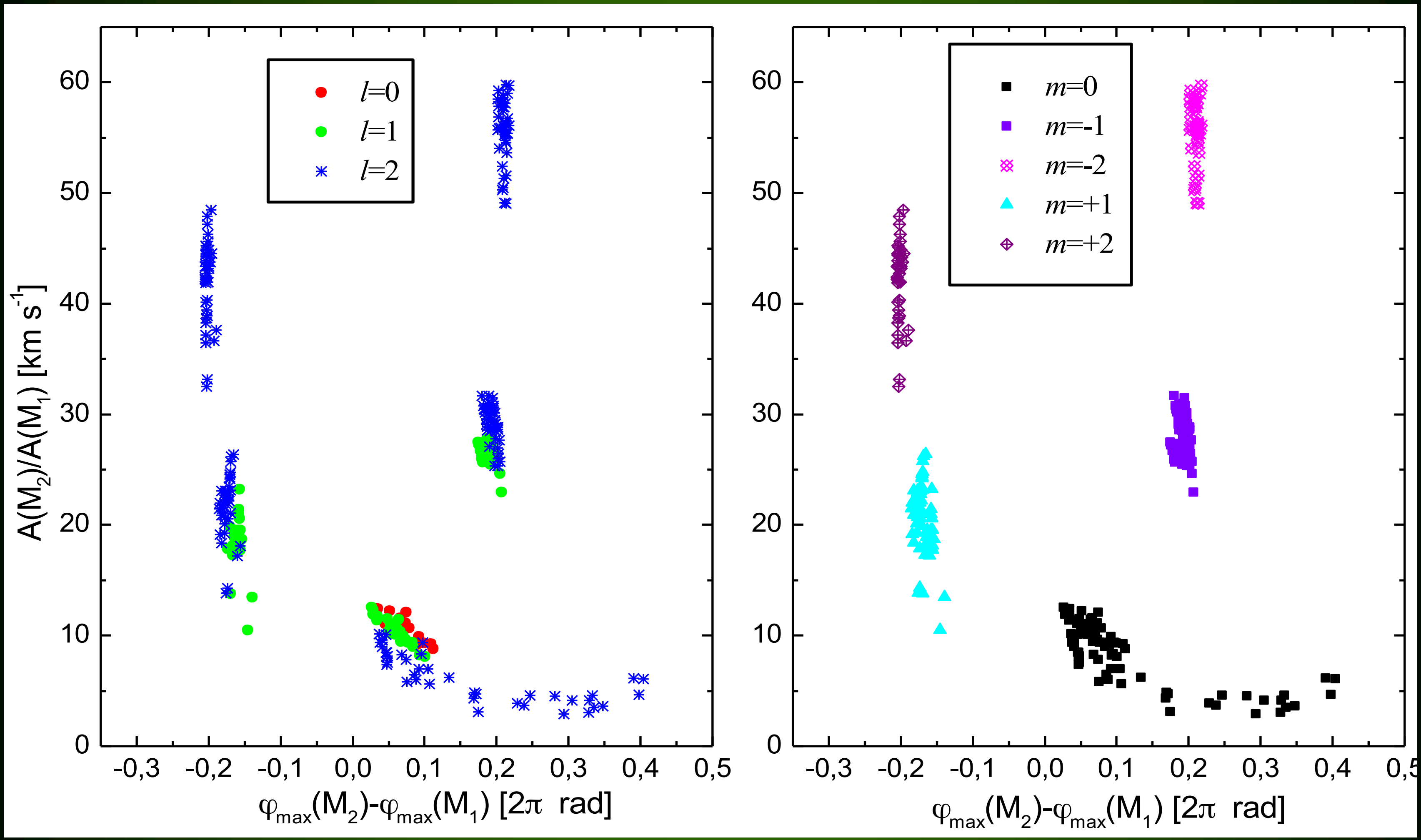


Diagram dla M_1 i M_3

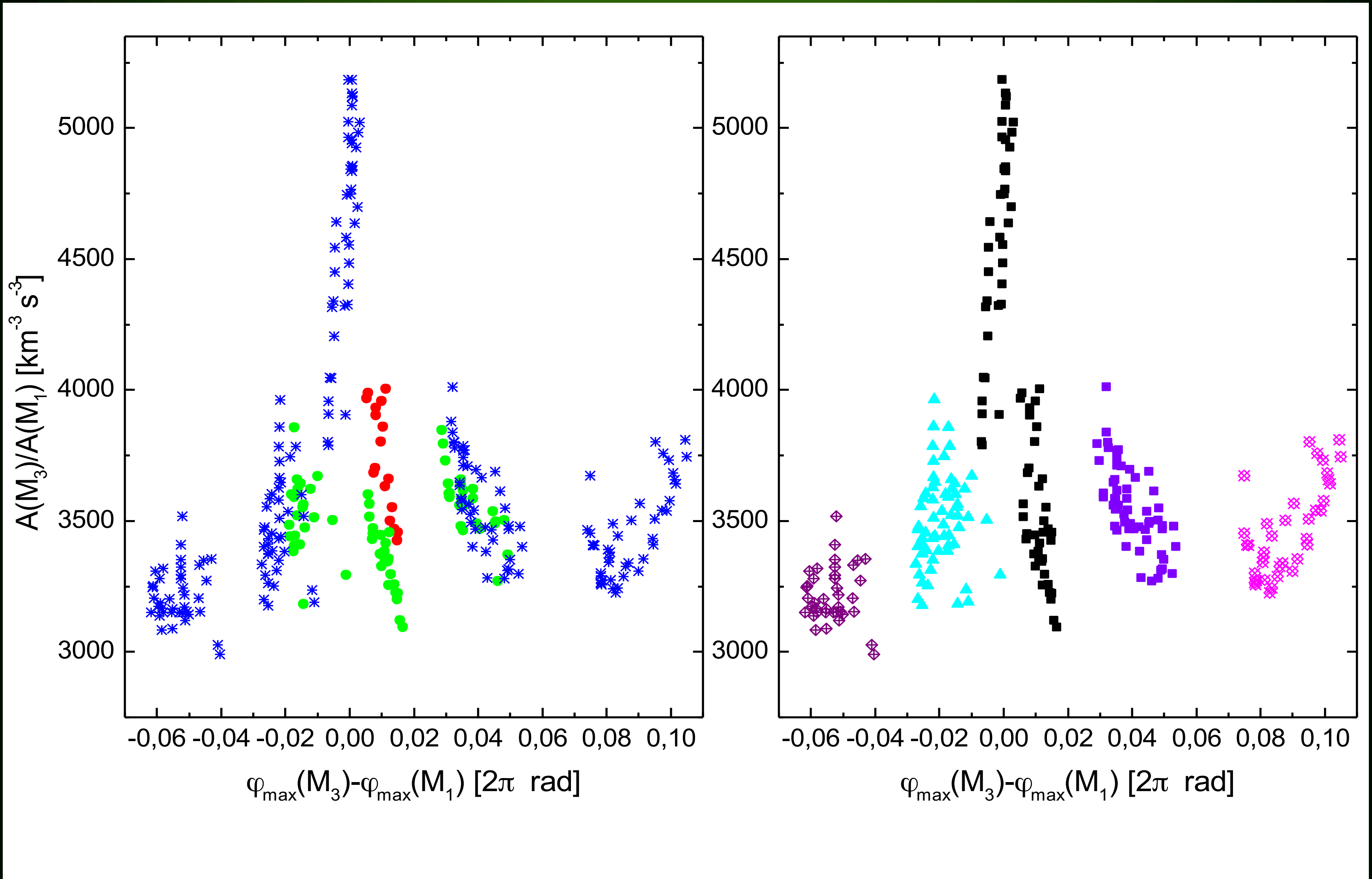
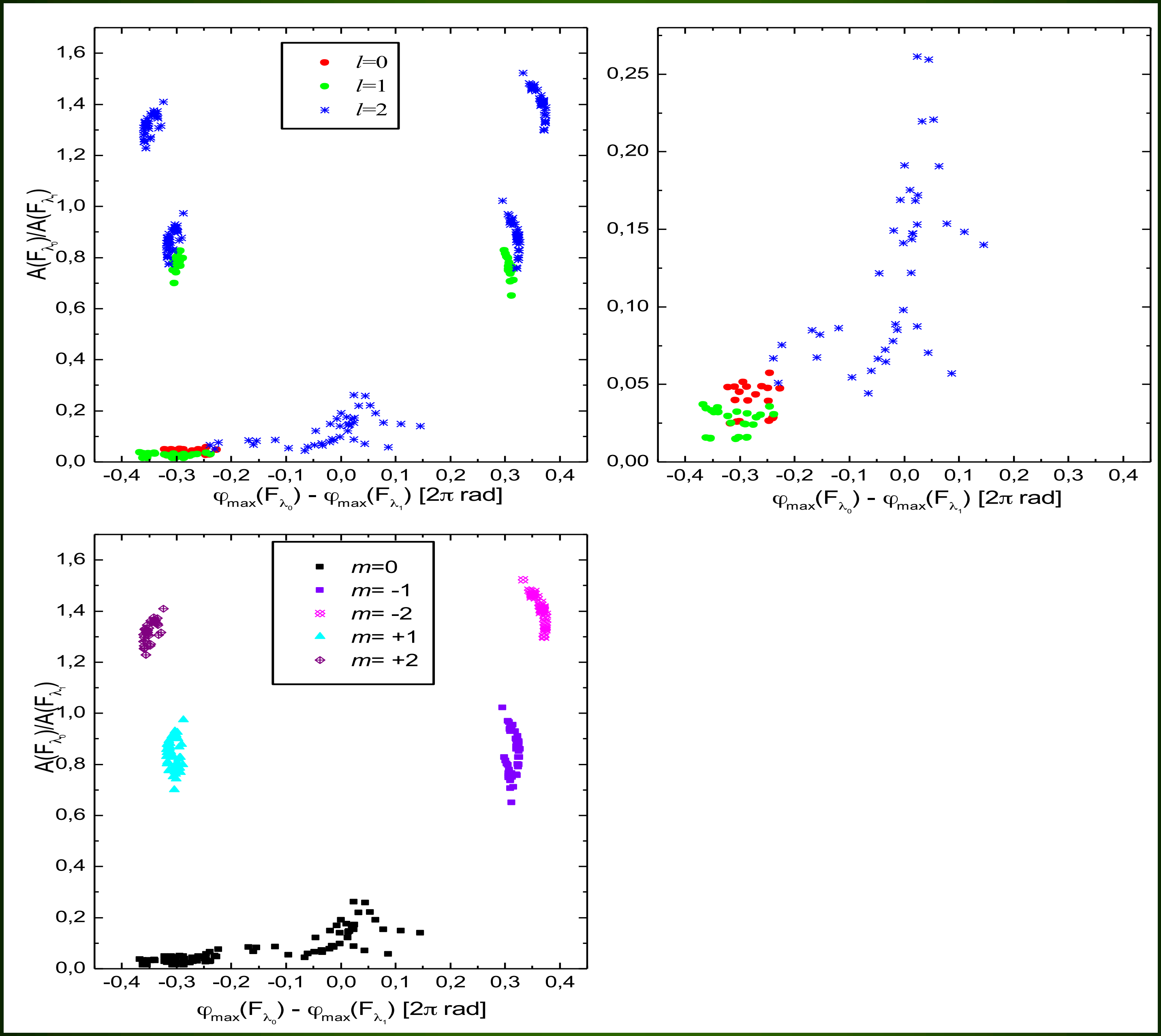
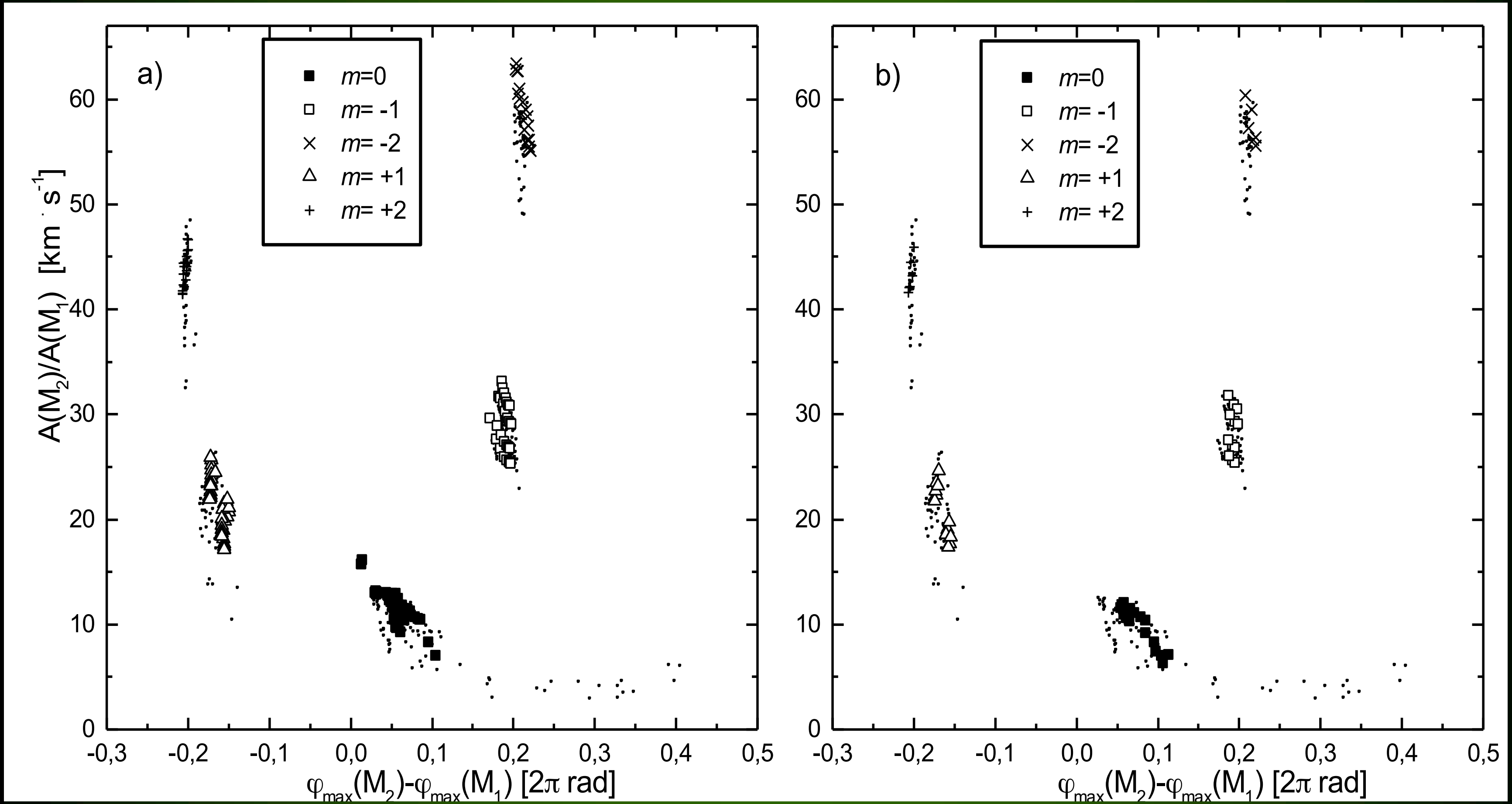


Diagram dla F(λ_0 =4552.62 Å) i F(λ_1 =4553.12 Å).



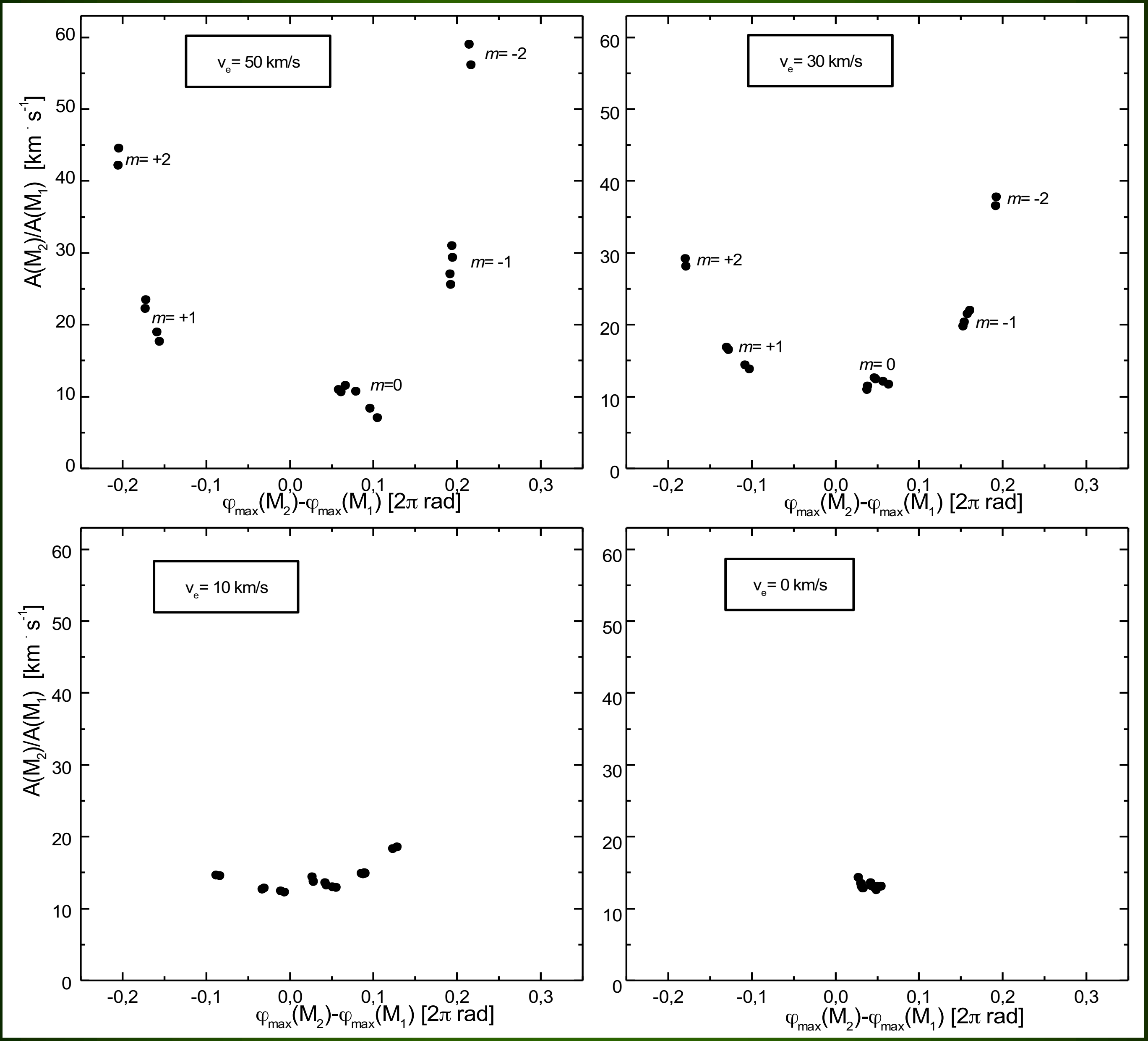
Na diagramach spektroskopowych mody o różnych wartościach m zajmują dobrze rozdzielone obszary.

Efekt kąta inklinacji (panel a) oraz amplitudy pulsacji ε (panel b) na diagramie dla M_2 i M_1.



Identyfikacja m z tego diagramu nie zależy od kąta inklinacji oraz amplitudy pulsacji ε .

Efekt prędkości rotacji na diagramie dla M_2 i M_1.



- Z każdego diagramu, niezależnie od ε oraz i możemy powiedzieć czy dany mod jest współ- czy przeciwbieżny
- Z każdego diagramu, niezależnie od ε oraz i możemy powiedzieć czy dany mod jest strefowy czy nie
- Identyfikacja m z diagramu zawierającego charakterystyki M_2 i M_1 nie zależy od inklinacji i amplitudy pulsacji.
- Wszystkie diagramu są bardzo czułe na wartość V_{rot}