

PULSACJE GWIAZDOWE

semestr zimowy 2017/2018

Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz

**MODELOWANIE ZMIAN PROFILI LINII
WIDMOWYCH GWIAZD PULSUJĄCYCH**

W przeciwieństwie do widma ciągłego modelowanie profili linii widmowych wymaga uwzględnienia efektu Dopplera.

Przesunięcia dopplerowskie powodują okresowe zniekształcenia profili linii widmowych.

Jeśli dana linia widmowa jest czuła na temperaturę i ciśnienie, to zmiany tych parametrów również będą miały wpływ na zmiany linii widmowych.

Wskutek efektu Dopplera związanego z pulsacją i rotacją natężenia będą systematyczne przesunięte w długości fali o wielkość

$$\Delta\lambda = \lambda_{\text{ob}} v_{\text{rad}}/c$$

λ_{ob} – długość fali w układzie obserwatora

**Dla gwiazd spełniających warunek $\Omega/\omega \ll 1$
możemy przyjąć przybliżenie zerowej rotacji.**

**Zakładamy, że funkcje własne są takie
same jak dla gwiazdy nierotującej.**

Rozważamy pulsacje jednookresowe.

Pole prędkości pulsacji (wykład 11)

Prędkość radialna związana z pulsacją i rotacją
w układzie obserwatora dla pulsacji jednookresowych

$$v_{rad} = v_p - v_e \sin i \sin \theta \sin \varphi$$

$$v_p = \vec{v}_{puls} \cdot (-\mathbf{e}_z) = \Re\{i\omega_{nlm}[\cos\theta\delta r(R, \theta, \phi, t) - r \sin\theta\delta\theta(R, \theta, \phi, t)]\}$$

Strumień promieniowania w długości fali λ_{ob}

$$\mathcal{F}_{\lambda_{ob}} = \frac{1}{2\pi} \int \int \mathcal{F}_{\lambda}^0 G_{\lambda}(r, \theta, \phi) d\theta d\phi,$$

$$\lambda = \lambda_{ob} (1 + v_{rad}/c)$$

gdzie

$$\begin{aligned} G_{\lambda}(r, \theta, \phi) = & h_{\lambda}^0 \sin \theta \cos \theta + 2h_{\lambda}^0 \sin \theta \cos \theta \frac{\delta r}{R} + h_{\lambda}^0 \sin^2 \theta \frac{\partial \delta r / R}{\partial \theta} + \frac{\partial h_{\lambda}^0}{\partial \mu} \sin^2 \theta \cos \theta \frac{\partial \delta r / R}{\partial \theta} \\ & + h_{\lambda}^0 \frac{\delta \mathcal{F}_{\lambda}}{\mathcal{F}_{\lambda}^0} \sin \theta \cos \theta + (\delta h_{\lambda}^2 + \delta h_{\lambda}^3) \sin \theta \cos \theta + h_{\lambda}^0 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \delta \theta \\ & + h_{\lambda}^0 \sin \theta \cos \theta \left(\frac{\partial \delta \theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \delta \phi}{\partial \phi} \right) - \frac{\partial h_{\lambda}^0}{\partial \mu} \sin^2 \theta \cos \theta \delta \theta. \end{aligned} \quad (6.6)$$

W przeciwieństwie do modelowania widma ciągłego całkowania po kącie azymutalnym, ϕ , nie można w sposób prosty wykonać analitycznie ze względu na efekt Dopplera.

Całki wyliczamy numerycznie:

Dysk gwiazdy dzielimy na małe elementy i wyznaczamy prędkość radialną związaną z pulsacją i rotacją, $v_{\text{rad}}(\theta, \phi)$, w każdym punkcie na dysku.

Następnie dodajemy wartości funkcji $F_{\lambda}^0 G_{\lambda}(r, \theta, \phi)$ w długości fali $\lambda = \lambda_{\text{ob}}(1 + v_{\text{rad}}/c)$.

PRZYKŁAD: ZMIANY LINII SiIII 4552.62 Å

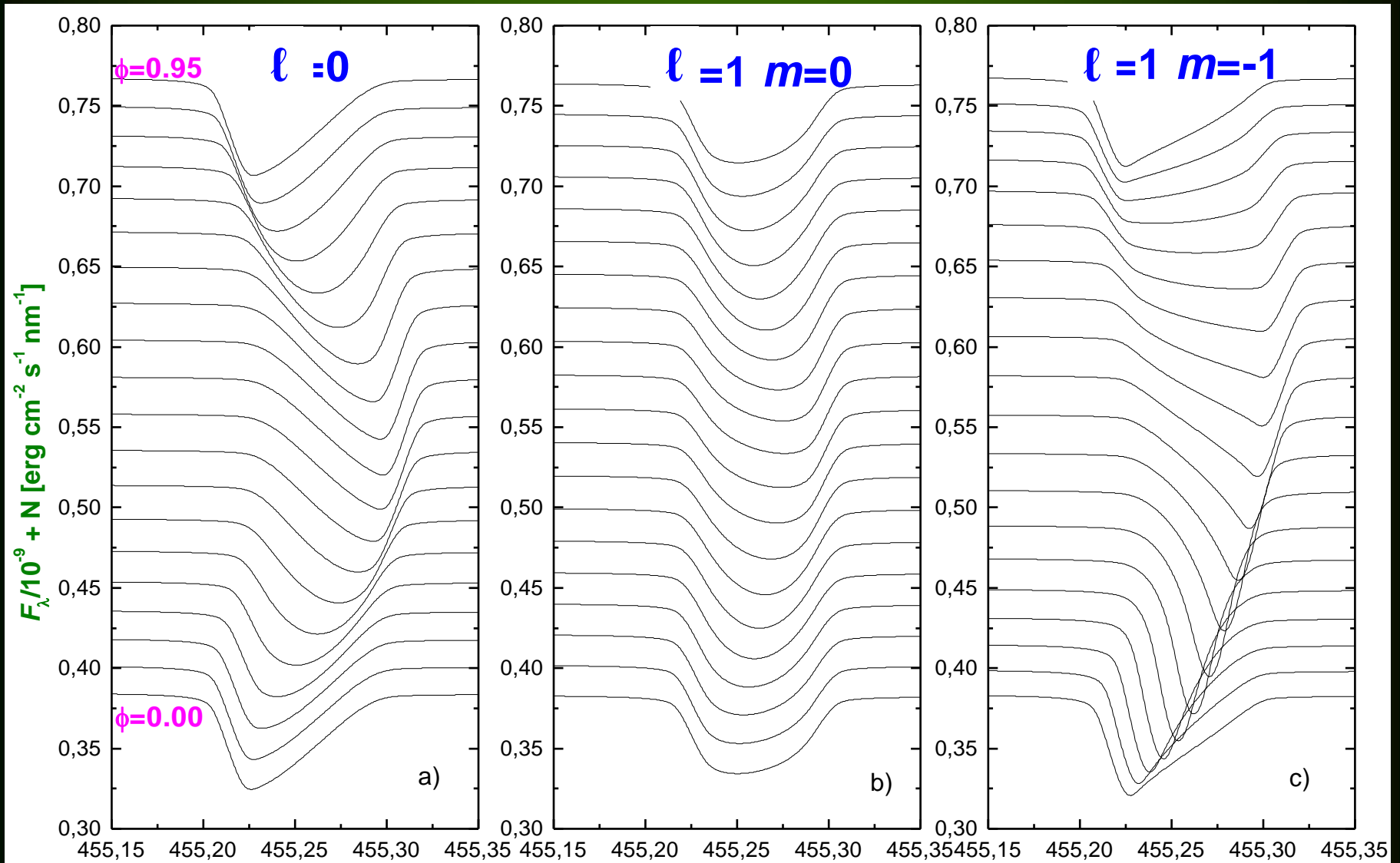
Parametry:

$\log T_{\text{eff}}=4.337$, $\log g=4.09$, $[m/H]=0.0$, $\xi_t=0$ km/s

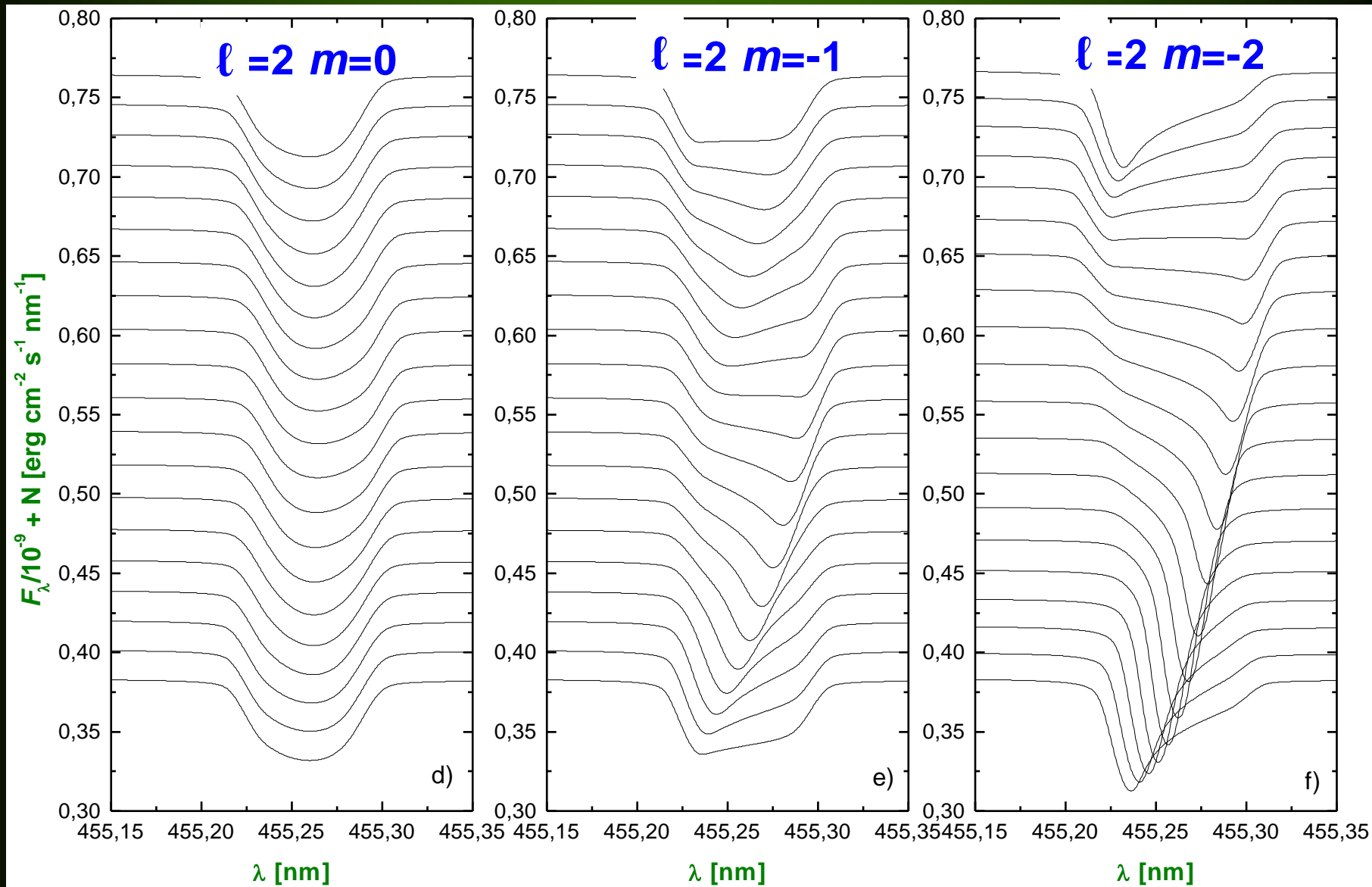
$\varepsilon=0.01$, $i=77^\circ$, $v_e=25$ km/s

$\ell=0,1,2$, $m=-2,-1,0$

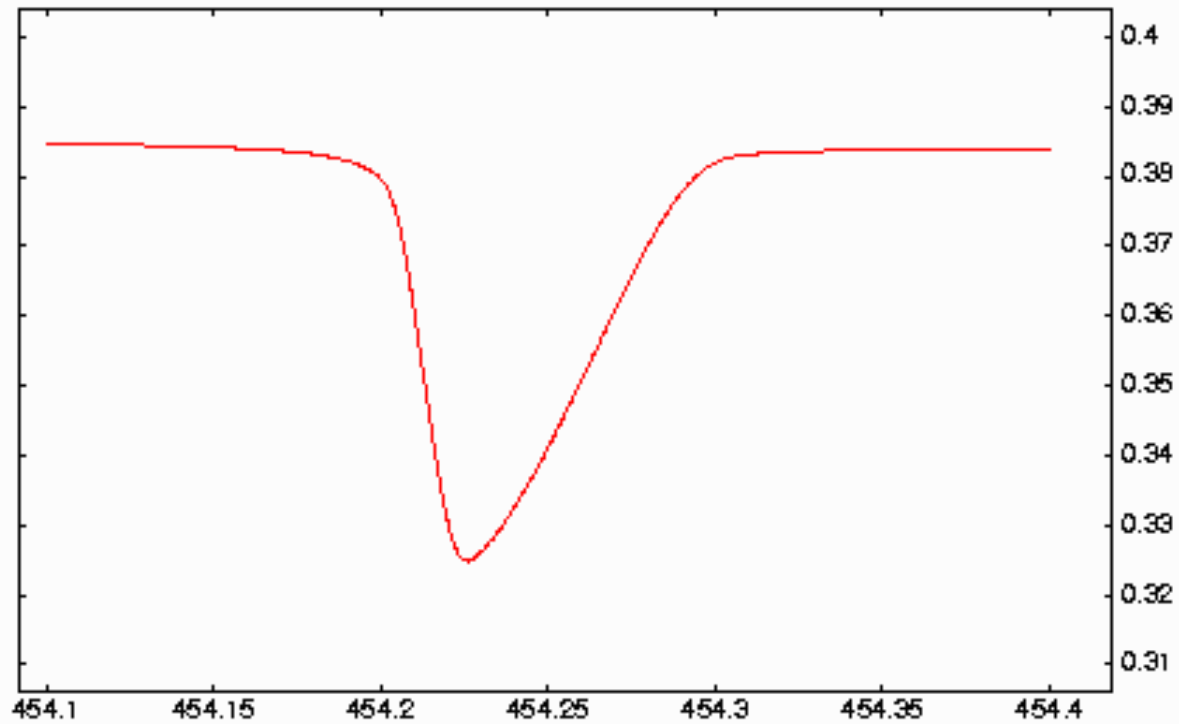
Si III 4552.62 Å $\ell=0, 1$



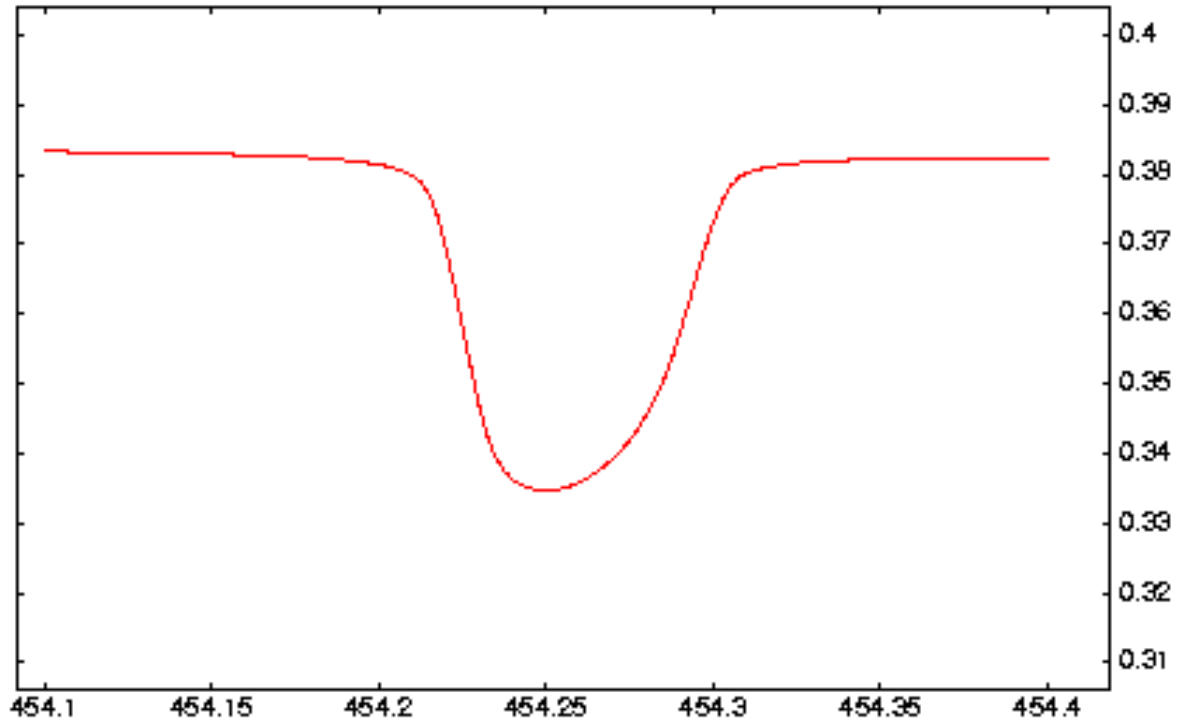
Si III 4552.62 Å $\ell=2$



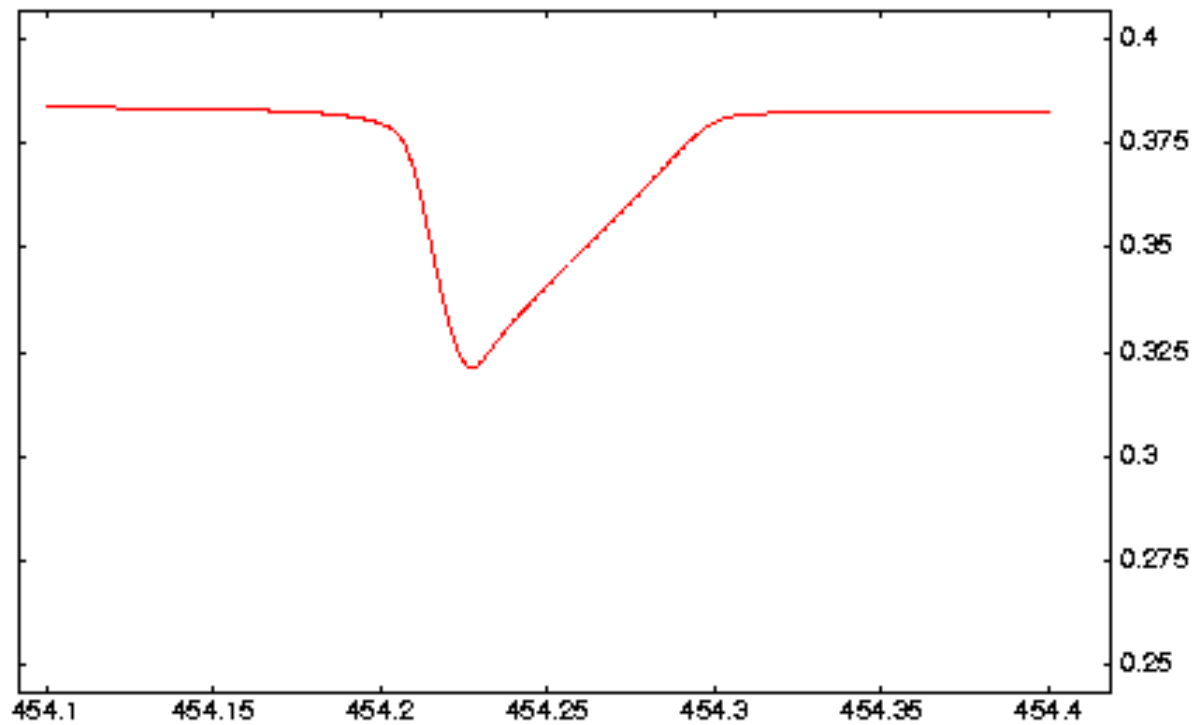
Si III 4552.62 Å $\ell=0$



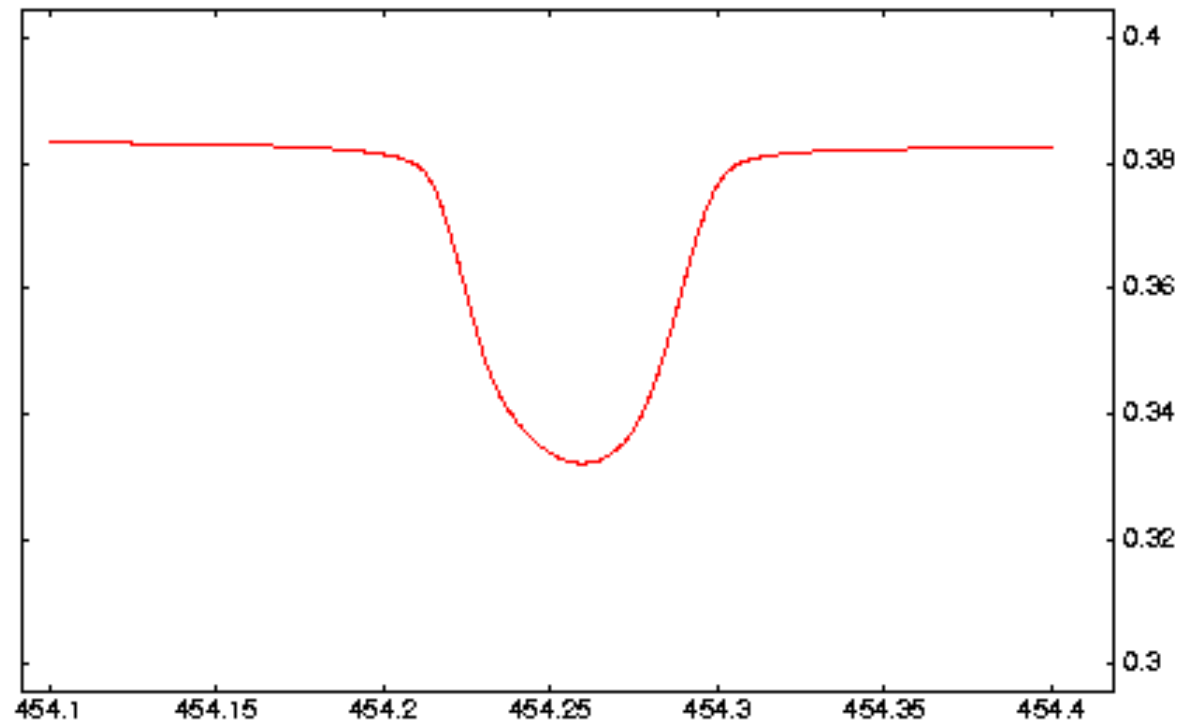
SiIII 4552.62 Å $\ell=1, m=0$



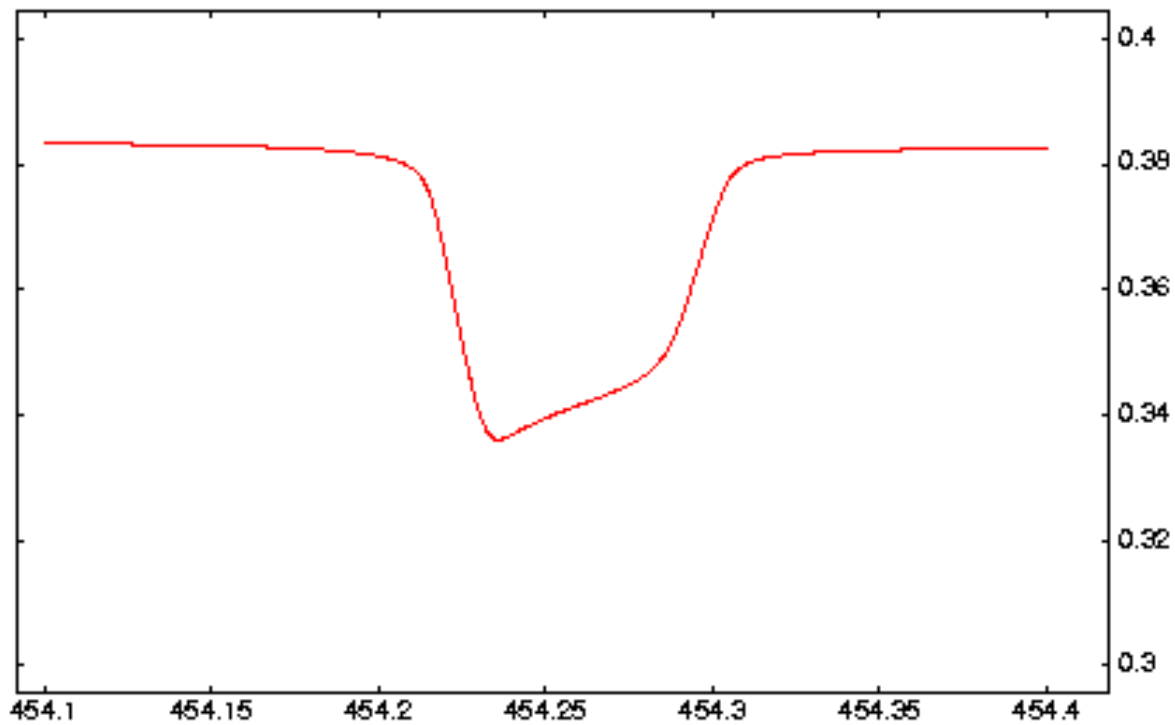
SiIII 4552.62 Å $\ell=1, m=-1$



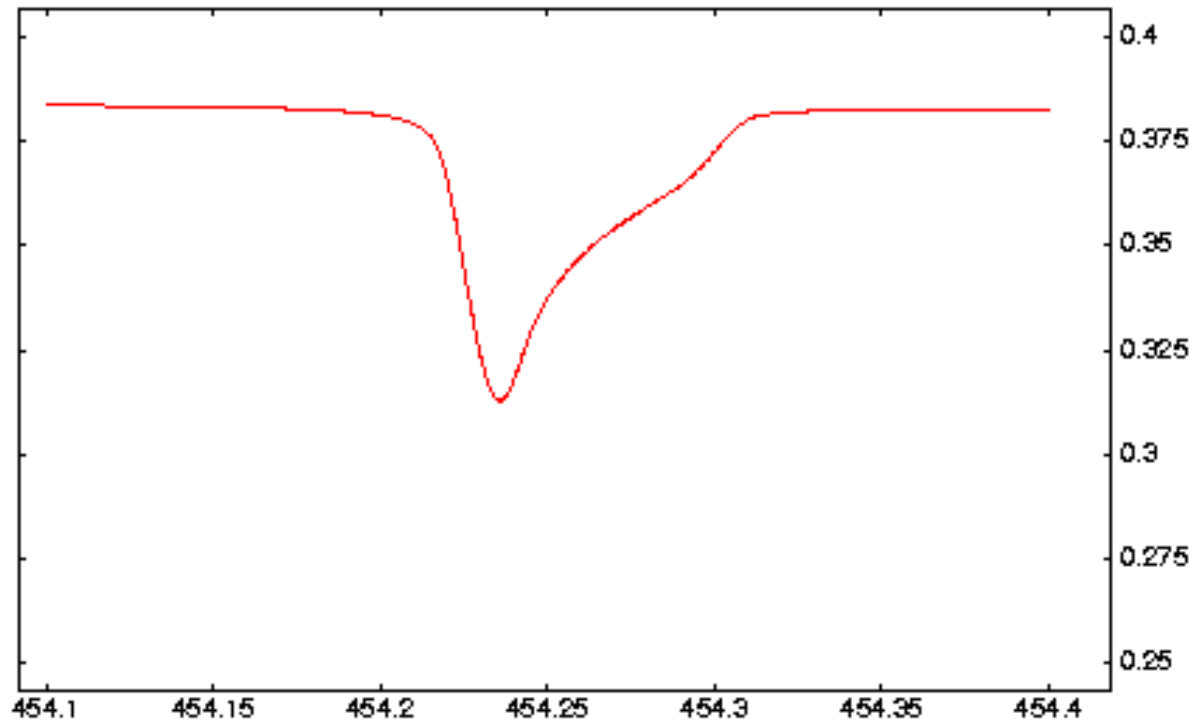
Si III 4552.62 Å $\ell=2, m=0$



Si III 4552.62 Å $\ell=2, m=-1$



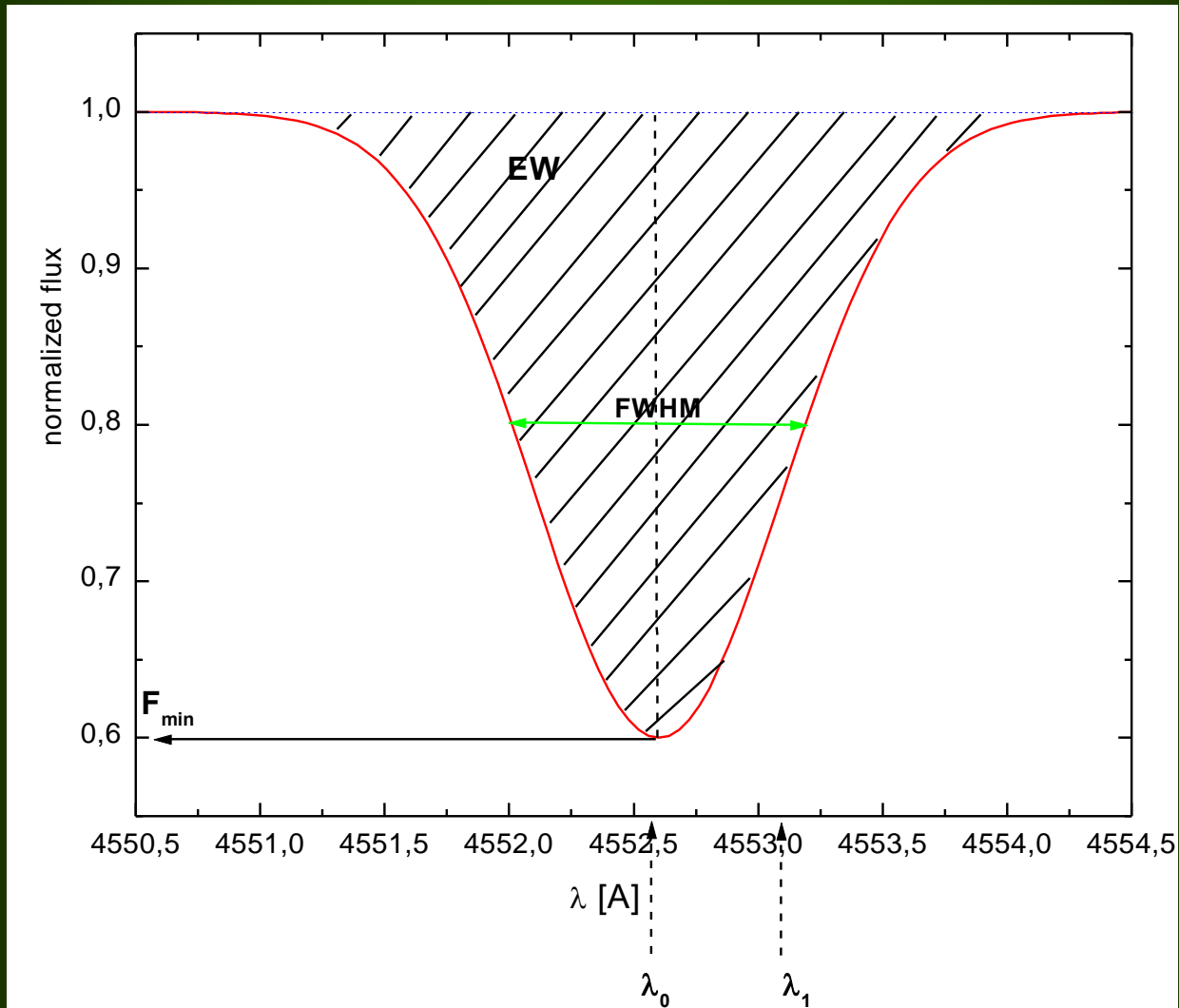
Si III 4552.62 Å $l=2, m=-2$



**Animacje zmian profili linii widmowych
dla różnych wartości: (ℓ, m) , $\ell=2$, V_{rot} , i ,
do 3 modów jednocześnie**

<http://staff.not.iac.es/~jht/science/>

Charakterystyki zmian profili linii widmowych



Moment profilu linii n-tego rzędu –
całka z unormowanego strumienia ważonego prędkością

$$m_n \equiv \int (\nu - \nu_0)^n (1 - F(\nu)) d\nu$$

ν_0 – odpowiada λ_0

**W praktyce używa się momentów unormowanych,
tj. podzielonych przez moment zerowy.**

$$M_n = m_n / m_0$$

m_0 – szerokość równoważna linii widmowej

M_1 – centroid profilu linii (prędkość radialna)

M_2 – szerokość linii widmowej

M_3 – skośność linii widmowej

formuły półanalityczne na pierwsze cztery moment:

Balona L. A. 1986, MNRAS 219, 111

**Pulsacyjne zmiany charakterystyk linii
widmowych zależą od modu pulsacji.**

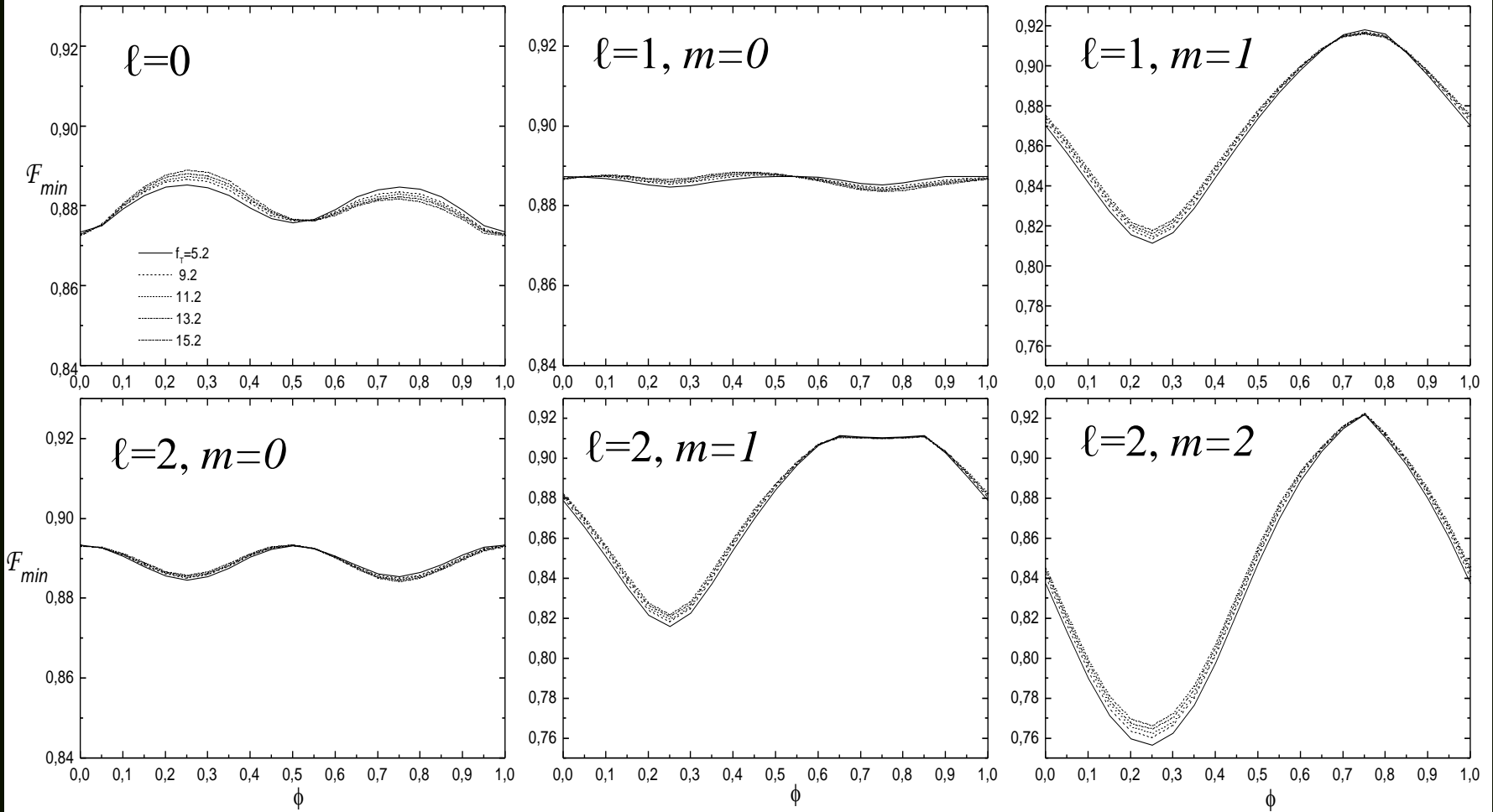
SiIII 4552.62 Å

Parametry:

$\log T_{\text{eff}}=4.37$, $\log g=3.67$

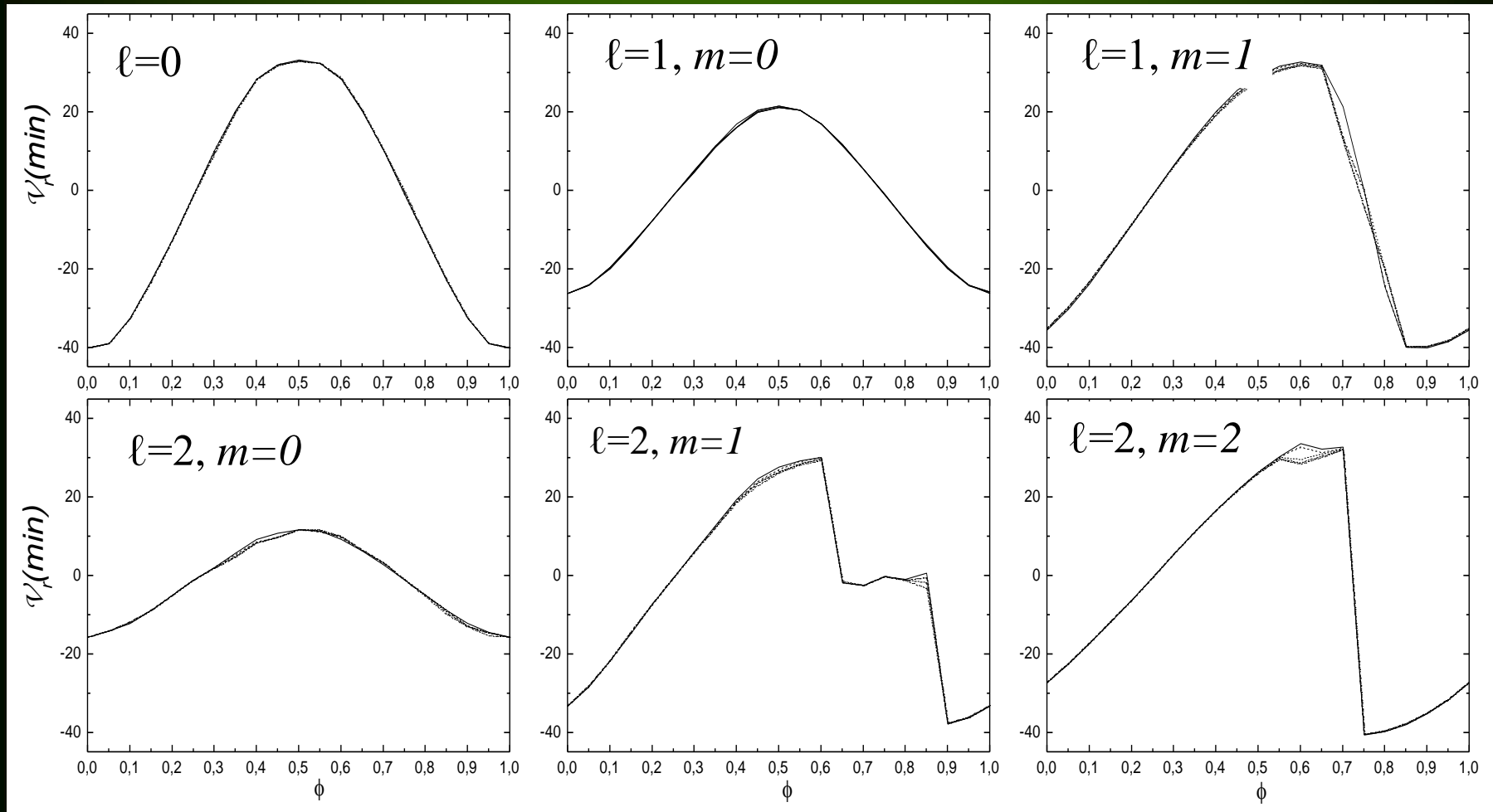
$\varepsilon=0.015$, $i=60^\circ$, $v_e=50$ km/s

Głębokość profilu, F_{min}

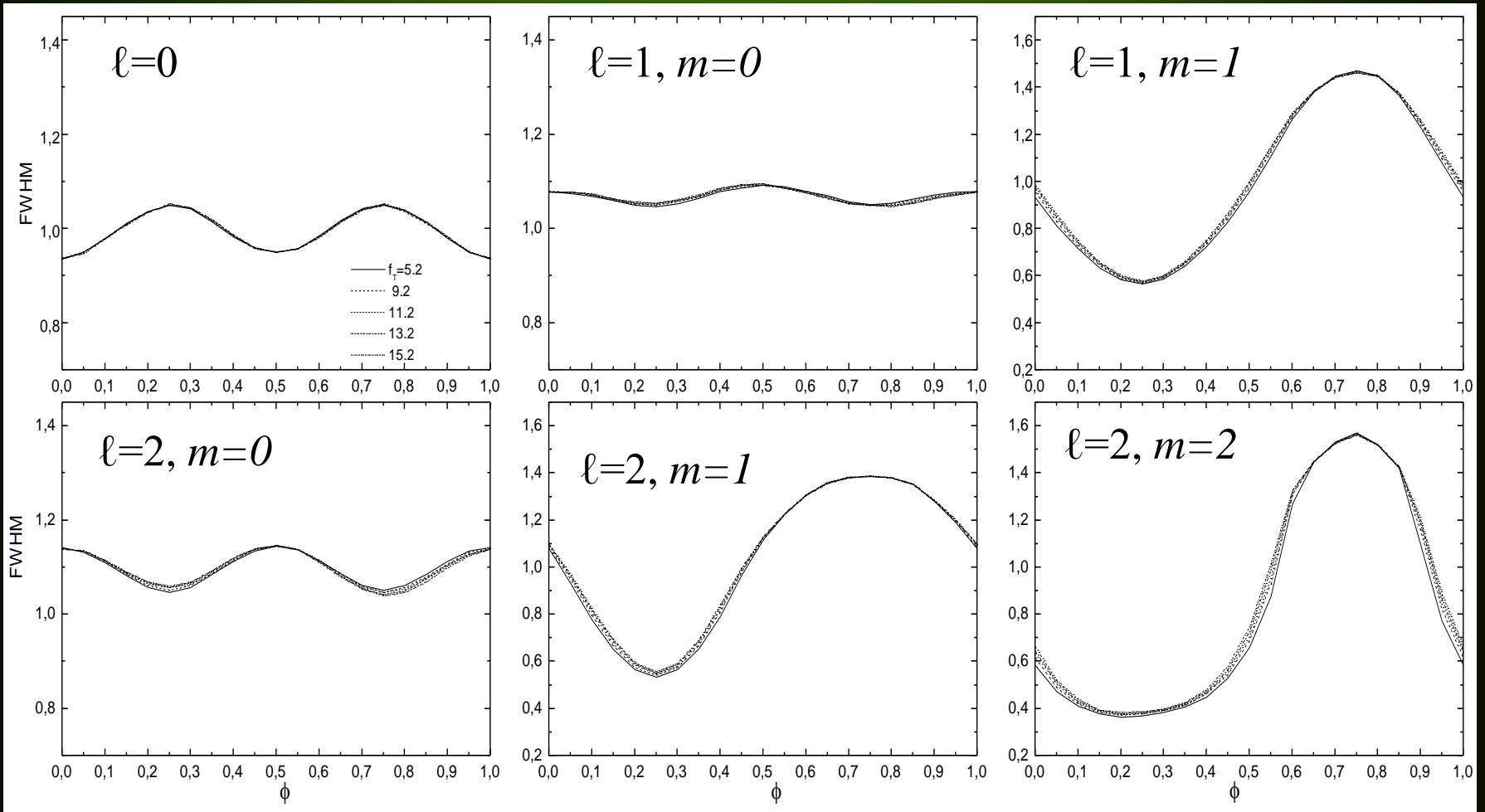


Skala osi OY dla modów strefowych jest dwa razy mniejsza

Prędkość radialna mierzona w minimum profilu, $V_r(\text{min})$

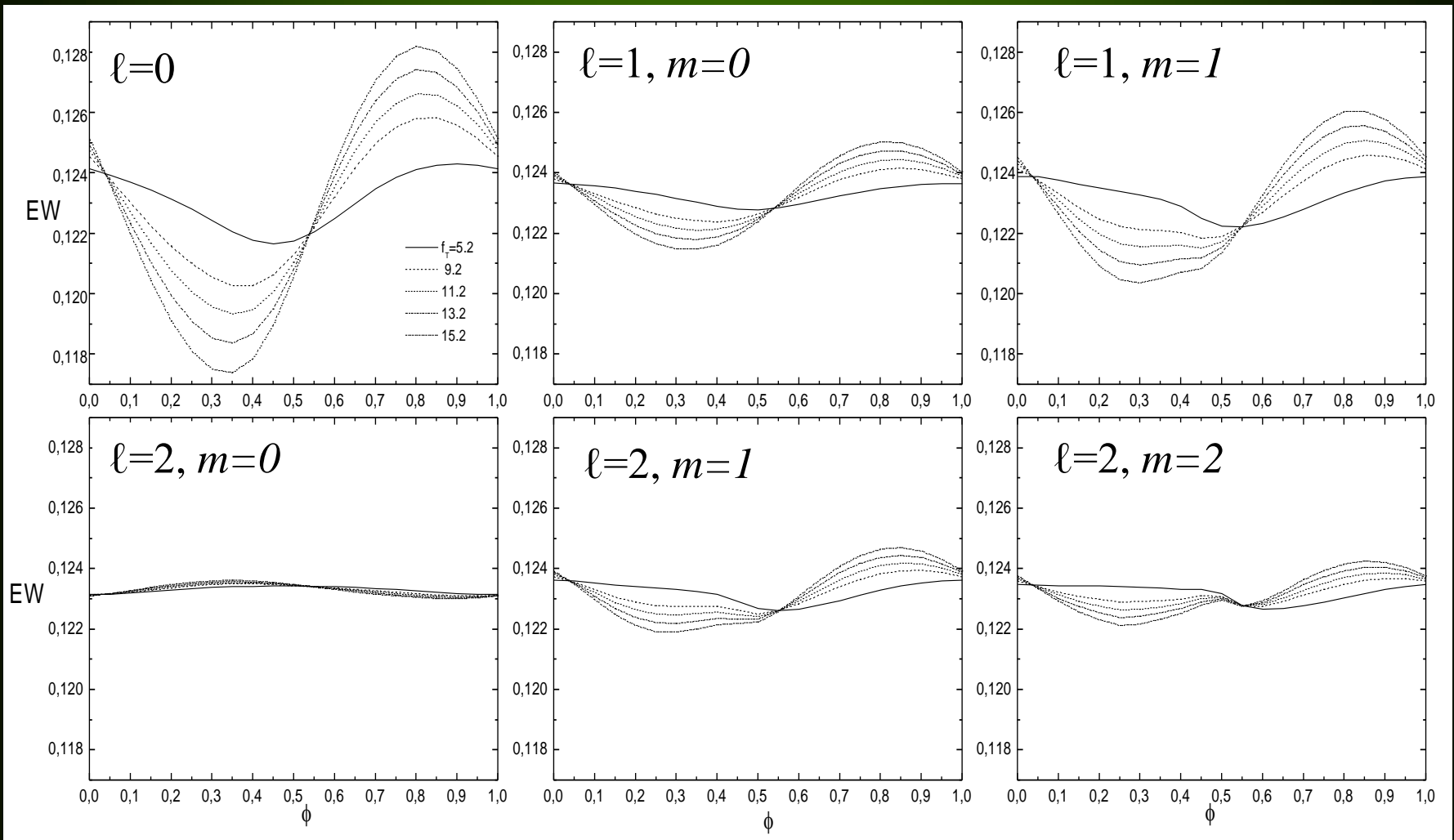


FWHM

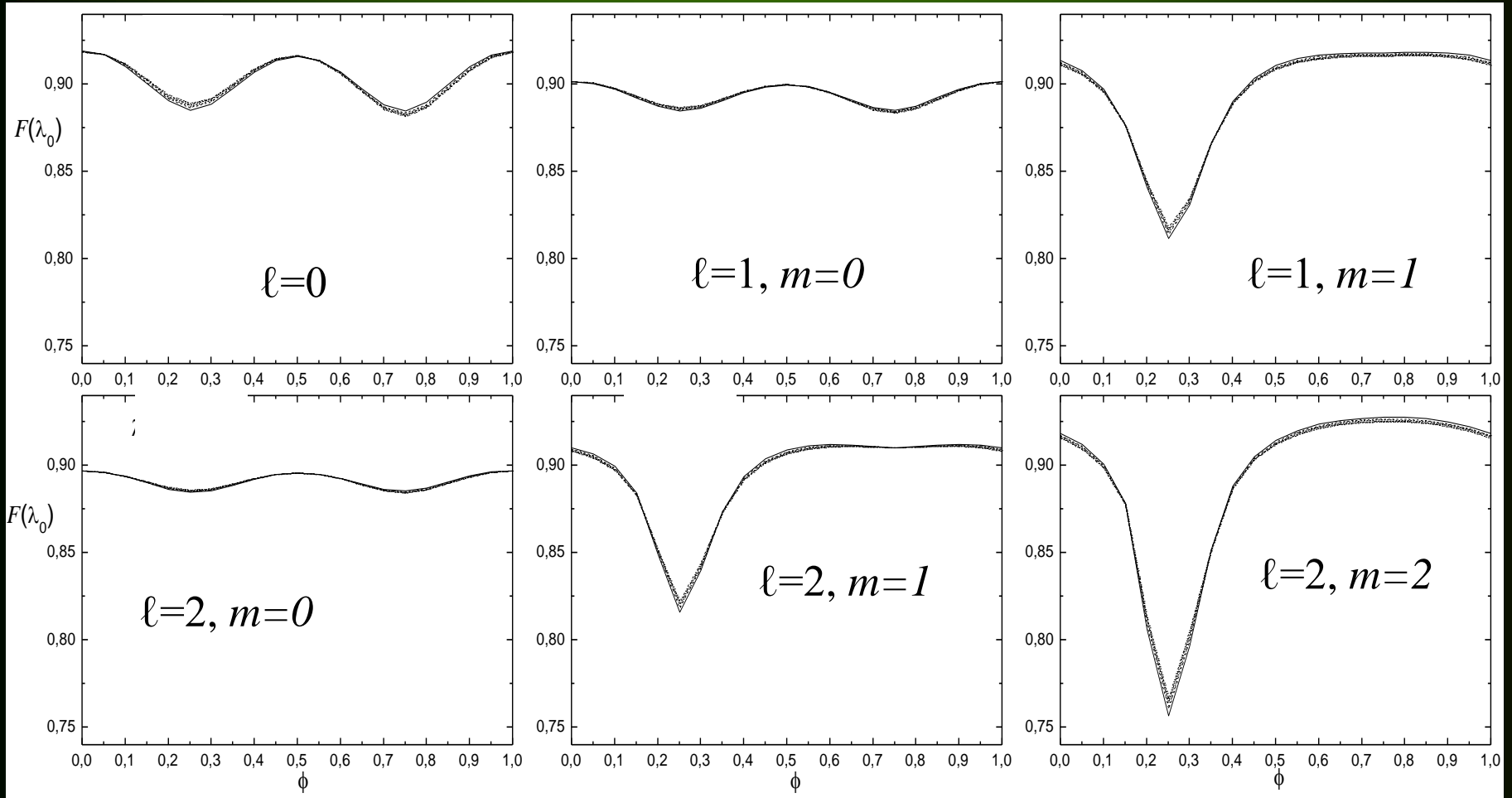


Skala osi OY dla modów strefowych jest dwa razy mniejsza

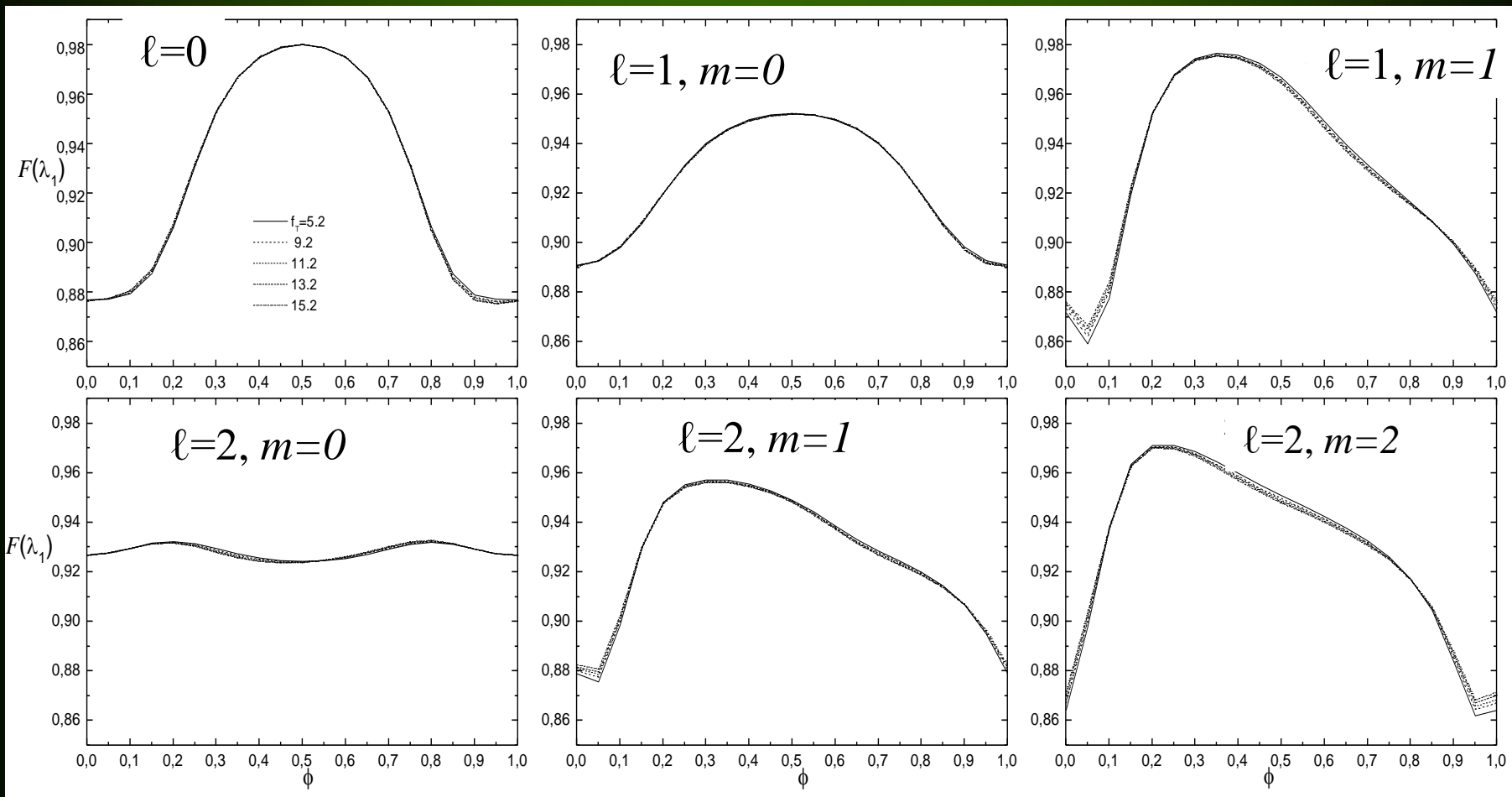
Szerokość równoważna, EW



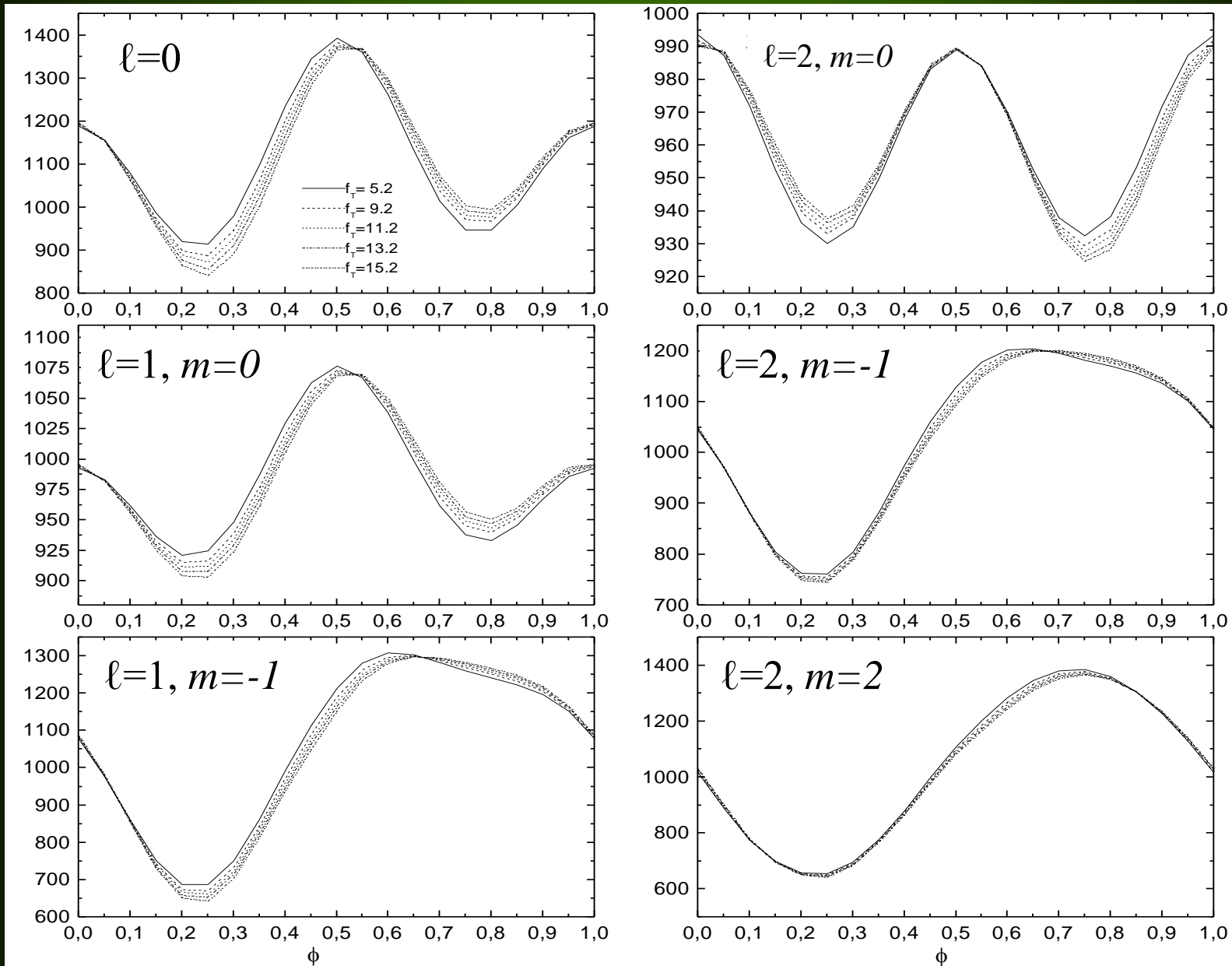
Strumień w λ_0 , $F(\lambda_0=4552.62 \text{ \AA})$



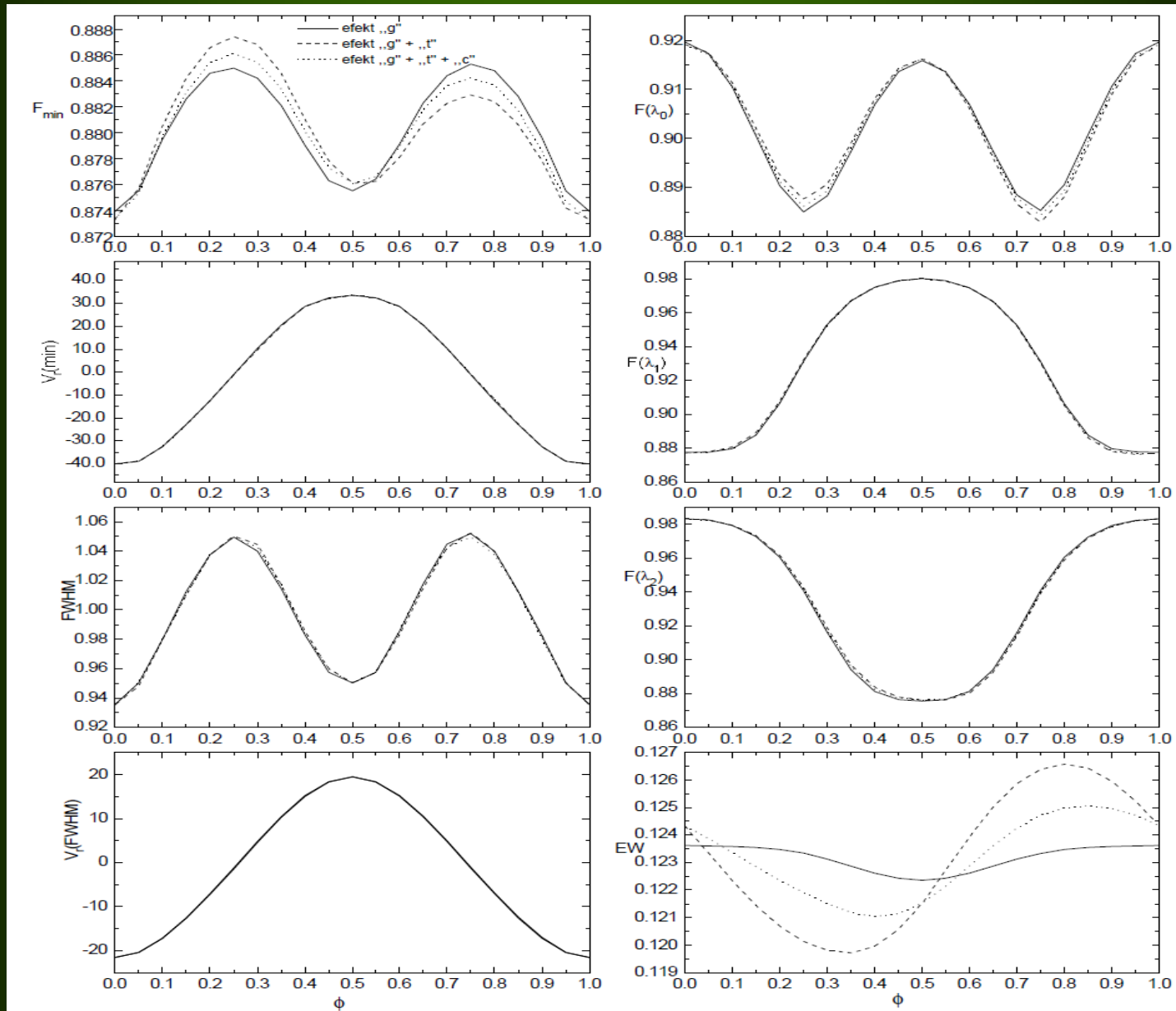
Strumień w λ_1 , $F(\lambda_1 = 4553.12 \text{ \AA})$



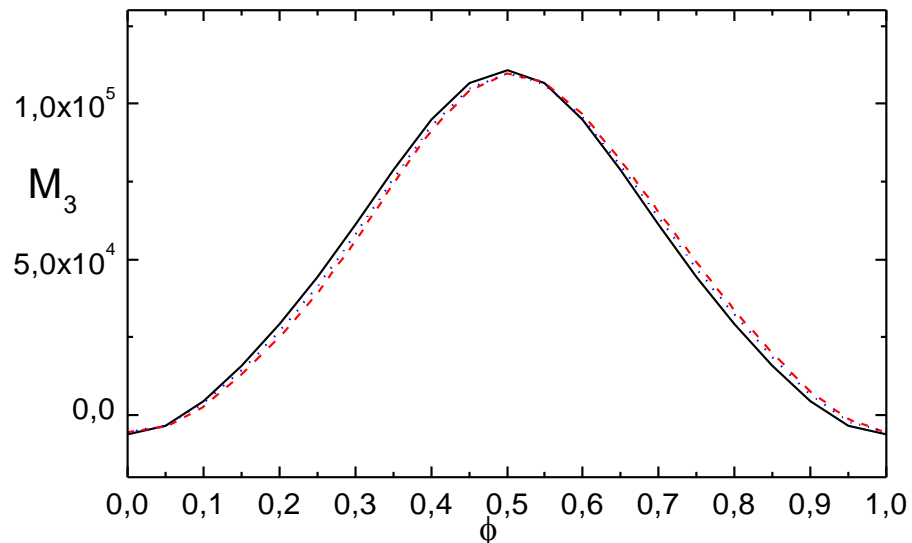
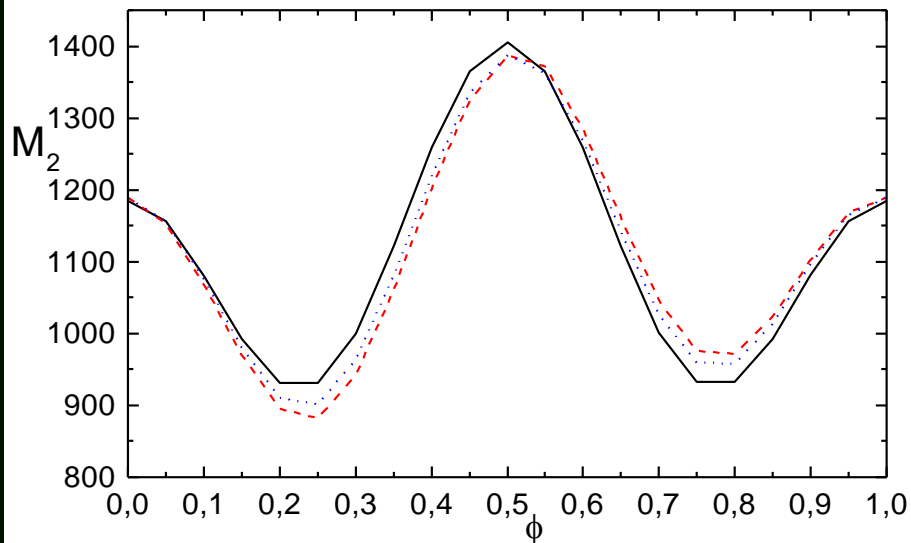
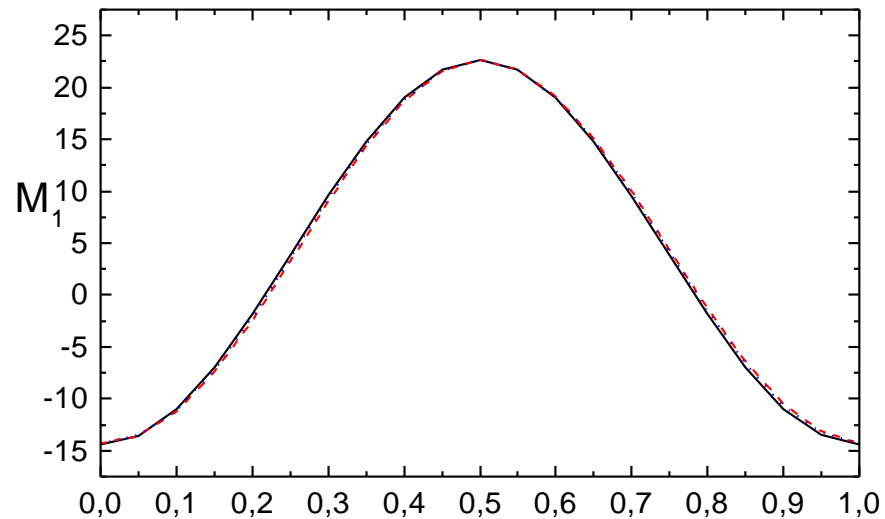
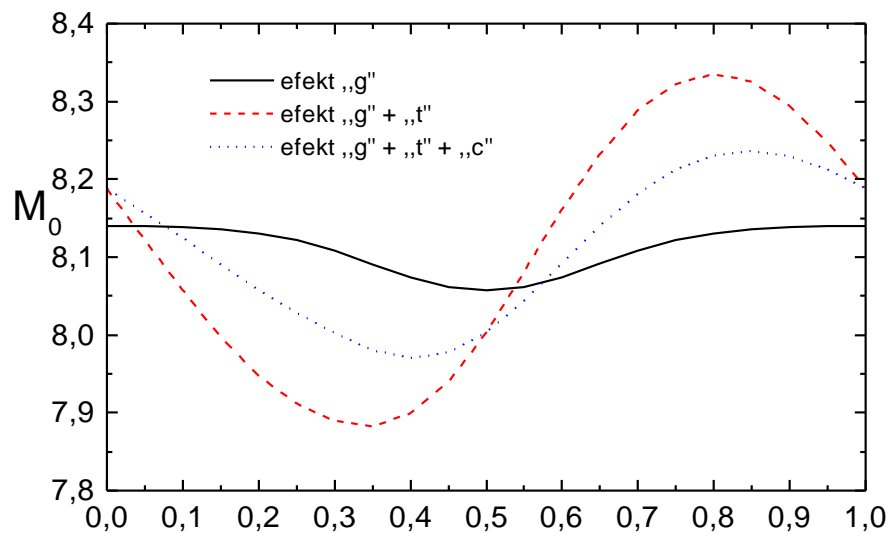
Drugi moment linii SiIII 4552.62 Å dla $\lambda=0, 1, 2$ i $m=0, -1, -2$.



Efekty geometryczne, temperaturowe i ciśnieniowe w charakterystykach linii SiIII 4552.62 Å dla $\ell=0$.



Efekty geometryczne (g), temperaturowe (t), ciśnieniowe (c) w momentach linii SiIII 4552.62 Å dla $\ell=0$.



Zmiany strumienia monochromatycznego w profilu linii nie są ściśle sinusoidalne.

Dla modów strefowych w charakterystykach M_2 , F_{\min} , FWHM, $F(\lambda_0)$ dominuje składowa 2ω .

W ten prosty sposób od razu potrafimy odróżnić mody $m=0$ od modów $m \neq 0$.

**SPEKTROSKOPOWE METODY
IDENTYFIKACJI MODÓW PULSACJI**

- **Dopasowywanie profili linii widmowych**
 - **Metoda momentów**
 - **Metoda mapowania dopplerowskiego**
- **Spektroskopowe diagramy diagnostyczne**

DOPASOWYWANIE PROFILI LINII

Metoda ta polega na porównywaniu profili linii obserwowanych i teoretycznych dla różnych kombinacji parametrów: λ , m , ε , i , v_{rot} .

Ponadto musimy przyjąć kształt profilu własnego. Często przyjmuje się profil Gaussa o szerokości W .

Ledoux 1951, ApJ 114, 373

Osaki 1971, PASP 23, 485

Smith 1977, ApJ 215, 574

Kubiak 1978, AcA 28, 153

Przykład dopasowywania profili linii

Parametry użyte do wyliczenia syntetycznych profili linii

Quantity	Value
Mass	1.70
$\log T_{\text{eff}}$	3.8366
$\log L/L_{\odot}$	1.0238
Mode	(2 -2)
ν	7.283 cycles d ⁻¹
$v_e \sin i$	100 km s ⁻¹
W_i	15 km s ⁻¹
i	80°
V_p	5.0 km s ⁻¹
ϕ_r	0.000 periods
f_R	2.699
f_I	3.100
V_f	2.65 km s ⁻¹
ϕ_f	0.1331 periods

Pulsacyjne parametry otrzymane z dopasowania

(ℓ, m)	V_f	ϕ_f	V_p	ϕ_r	i	σ
(0, 0)	.0	.00	5.0	.60	90	0.01101
(1, -1)	5.0	.20	10.0	.60	30	0.00711
(1, 0)	5.0	.40	5.0	.60	50	0.01039
(1, 1)	10.0	.60	10.0	.60	30	0.01181
(2, -2)	.0	.00	5.0	.00	90	0.00479
(2, -1)	5.0	.40	5.0	.60	30	0.00580
(2, 0)	10.0	.60	10.0	.60	50	0.00819
(2, 1)	10.0	.60	5.0	.60	30	0.01048
(2, 2)	10.0	.00	5.0	.00	50	0.01310
(3, -3)	10.0	.20	5.0	.60	90	0.00569
(3, -2)	5.0	.20	5.0	.00	50	0.00402
(3, -1)	10.0	.40	5.0	.60	30	0.00446
(3, 0)	10.0	.60	5.0	.60	30	0.00793
(3, 1)	10.0	.60	5.0	.60	30	0.01010
(3, 2)	10.0	.00	5.0	.00	70	0.01279
(3, 3)	10.0	.60	5.0	.60	90	0.01329

Odchylenie
standardowe

Problemy:

Duża liczba wolnych parametrów powoduje, że nie można dostać jednoznacznego rozwiązanie.

Dodatkowym komplikacją jest wielookresowość.

METODA MOMENTÓW

W metodzie tej analizuje się pierwsze cztery momenty profilu wybranej linii widmowej jako funkcję czasu.

Balona 1986, MNRAS 219, 111

Balona 1986, MNRAS 220, 647

Balona 1987, MNRAS 224, 41

Aerts, De Pauw, Waelkens, 1992, A&A 266, 294

Momenty można wyliczyć z formuł analitycznych podanych przez Balonę dla dowolnej liczby modów.

Następnie wybieramy statystykę, która może dać informację na ile momenty wyliczone zgadzają się z obserwowanymi.

Balona pokazał analitycznie, że dla $m=0$ w zmianach M_2 dominuje składowa 2ω !

Metoda momentów była stosowana do gwiazd pulsujących typu β Cep, SPS, δ Sct przez C. Aerts i współpracowników.

W pierwszych pracach C. Aerts i in., wyróżnik był oparty tylko na samych amplitudach momentów.

Jest to statystycznie niepoprawne, ponieważ momenty mają wartości różnych rzędów oraz mają różne jednostki. Poza tym w ten sposób nie są uwzględniane fazy momentów.

W późniejszych pracach, w wyróżniku zostały uwzględnione amplitudy wszystkich składowych harmonicznym momentów. Ponadto amplitudy te zostały podniesiono do odpowiednich potęg, w celu wyrównania rzędów wielkości.

Ostatnia wersja wyróżnika (Briquet & Aerts 2003)

$$\Sigma = \left\{ \frac{1}{N_{\text{obs}}} \sum_{k=1}^{N_{\text{obs}}} \left[\left(\langle v \rangle (t_k) - \langle v \rangle_{\text{obs}} (t_k) \right)^2 + \left| \langle v^2 \rangle (t_k) - \langle v^2 \rangle_{\text{obs}} (t_k) \right| + \left(\langle v^3 \rangle (t_k) - \langle v^3 \rangle_{\text{obs}} (t_k) \right)^{2/3} \right] \right\}^{1/2}$$

Z metody momentów, podobnie jak w przypadku dopasowywania profili linii, dla różnych zestawów parametrów ℓ , m , ϵ , i , v_{rot} , W , dostajemy minima o tej samej istotności. Poza przypadkami najprostszymi, jak δ Cet, nie daje jednoznacznego rozwiązania. Dodatkową jej wadą jest nie uwzględnianie błędów obserwacyjnych.

Zalety: oszczędność czasu obliczeniowego.

Aerts 1996, A&A 314, 115 zał: $v_p=10$ km/s, $i=40^\circ$ $v_\Omega=6.4$, $\sigma=5$ km/s

$\ell = 0, m = 0$							$\ell = 1, m = 0$							$\ell = 1, m = 1$						
ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
0	0	0.05	9.9	-	6.4	5.0	1	0	0.18	9.9	41°	5.3	5.5	1	1	0.11	11.0	35°	5.8	5.0
1	1	0.13	10.0	79°	4.7	4.7	2	1	0.25	14.0	49°	4.3	2.4	2	2	0.17	9.7	72°	3.7	4.1
2	1	0.29	12.1	48°	0.0	3.5	0	0	0.26	12.0	-	4.6	5.7	0	0	0.34	6.5	-	6.1	5.9
1	0	0.33	8.7	41°	0.0	5.6	1	1	0.40	13.0	58°	3.4	5.0	2	1	0.39	7.8	54°	0.0	6.0
2	2	0.44	11.8	76°	0.0	1.7	2	0	0.48	8.3	4°	0.0	5.5	1	0	0.40	8.5	63°	5.9	5.6
$\ell = 2, m = 0$							$\ell = 2, m = 1$							$\ell = 2, m = 2$						
ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
1	0	0.16	17.4	78°	0.0	5.9	2	1	0.05	10.3	37°	5.9	4.9	2	2	0.10	10.1	39°	6.4	5.0
2	0	0.20	10.1	41°	4.3	5.3	1	1	0.19	10.0	54°	9.2	4.9	1	1	0.10	11.9	14°	6.5	5.2
3	1	0.54	13.8	49°	2.5	2.7	2	2	0.35	10.4	86°	4.5	4.5	3	3	0.21	9.5	68°	4.7	3.5
3	0	0.55	12.6	66°	9.4	3.7	0	0	0.47	7.8	-	5.5	6.9	3	1	0.57	10.4	82°	5.4	4.8
2	1	0.63	12.0	70°	9.0	4.0	1	0	0.49	9.9	58°	10.0	4.8	2	1	0.58	9.4	77°	5.8	5.1
$\ell = 3, m = 0$							$\ell = 3, m = 1$							$\ell = 3, m = 2$						
ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
1	0	0.10	20.2	87°	5.2	5.3	3	1	0.16	9.4	32°	5.2	5.4	2	1	0.03	10.7	10°	5.2	4.8
4	0	0.16	10.6	48°	9.0	4.0	3	2	0.25	10.8	55°	4.7	5.2	1	1	0.07	19.9	8°	5.2	4.8
5	0	0.20	9.9	45°	0.0	5.9	2	2	0.26	19.7	29°	4.9	4.7	3	2	0.19	9.8	38°	6.7	5.1
3	0	0.23	10.4	43°	0.0	5.9	2	1	0.27	9.9	72°	10.1	4.9	2	2	0.24	10.3	35°	9.3	5.7
2	0	0.30	12.7	58°	8.7	4.4	1	1	0.31	19.8	13°	5.0	4.9	3	1	0.40	9.4	14°	5.3	4.2
$\ell = 3, m = 3$							$\ell = 4, m = 0$							$\ell = 4, m = 1$						
ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
3	3	0.08	9.8	42°	6.0	5.0	5	0	0.12	10.3	46°	0.0	5.9	5	1	0.17	9.2	41°	9.5	4.1
1	1	0.10	12.1	7°	4.4	5.7	4	0	0.14	10.5	45°	4.7	5.4	2	1	0.18	10.2	85°	10.5	5.3
4	3	0.14	9.8	46°	6.0	3.3	5	1	0.15	15.2	84°	7.0	2.9	4	1	0.19	10.4	44°	5.5	5.2
2	2	0.17	10.6	29°	5.5	5.6	3	0	0.22	9.9	36°	0.0	5.9	6	1	0.22	9.9	43°	4.9	4.9
4	4	0.36	9.2	62°	4.3	3.9	2	1	0.24	16.5	88°	6.7	3.7	4	2	0.26	9.9	89°	10.0	5.1
$\ell = 4, m = 2$							$\ell = 4, m = 3$							$\ell = 4, m = 4$						
ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
4	2	0.05	9.8	28°	5.7	4.7	4	3	0.07	9.8	22°	5.4	4.8	4	4	0.17	10.0	68°	5.8	4.6
4	1	0.05	9.2	75°	5.2	3.7	4	4	0.08	9.6	40°	4.7	5.6	3	3	0.17	9.3	60°	11.6	5.6
4	3	0.05	10.3	56°	5.2	4.8	4	2	0.09	9.7	75°	4.9	4.4	3	2	0.18	9.8	10°	10.1	5.1
2	2	0.06	20.5	7°	10.8	4.6	4	1	0.09	9.6	62°	4.7	4.5	4	3	0.19	9.9	31°	9.9	4.7
3	1	0.06	9.1	6°	2.8	4.7	5	2	0.11	9.7	76°	4.8	4.4	3	1	0.29	10.2	72°	10.0	5.0

Przykład zastosowania metody momentów do 12 Lac SiIII 4552.6 Å

γ_λ^m - wyróżnik, v_p - amplituda pulsacji, i – kąt inklinacji
 v_Ω – prędkość rotacji na równiku, σ - szerokość profilu własnego

$\nu_1 = 5.179 \text{ c/d}, s_f = 0.01$							$\nu_2 = 5.067 \text{ c/d}, s_f = 0.02$							$\nu_3 = 5.490 \text{ c/d}, s_f = 0.02$						
ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
2	1	0.46	32	42°	30	17	3	0	1.20	20	20°	30	16	2	2	0.56	21	32°	30	18
1	1	0.90	40	35°	24	18	2	1	1.25	24	74°	28	22	3	3	0.57	17	63°	29	12
2	2	1.82	37	69°	20	16	2	0	1.28	30	46°	20	15	1	1	0.57	16	17°	33	18
3	1	2.38	40	35°	30	15	3	1	1.29	37	86°	28	15	3	1	0.57	21	16°	20	15
3	2	3.05	47	66°	28	17	1	0	1.71	19	65°	24	20	3	2	0.59	20	66°	32	16

$\nu_4 = 5.335 \text{ c/d}, s_f = 0.02$							$\nu_5 = 10.514 \text{ c/d}, s_f = 0.02$							$\nu_6 = 4.241 \text{ c/d}, s_f = 0.02$						
ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ	ℓ	$ m $	γ_ℓ^m	v_p	i	v_Ω	σ
3	1	1.63	32	33°	20	16	2	1	0.86	19	18°	29	18	2	1	1.40	11	5°	31	13
3	2	1.84	38	50°	16	14	3	1	1.19	30	86°	28	15	1	1	1.43	3	35°	25	15
3	3	1.97	39	60°	15	19	1	1	1.35	9	90°	30	18	2	2	1.45	9	9°	29	15
2	1	2.08	30	64°	20	15	3	2	1.91	30	73°	25	18	3	3	1.54	20	15°	25	18
1	1	2.18	17	61°	27	20	3	3	2.34	18	68°	15	27	3	1	1.74	10	85°	14	6

MAPOWANIE DOPPLEROWSKIE DOPPLER IMAGING (DI)

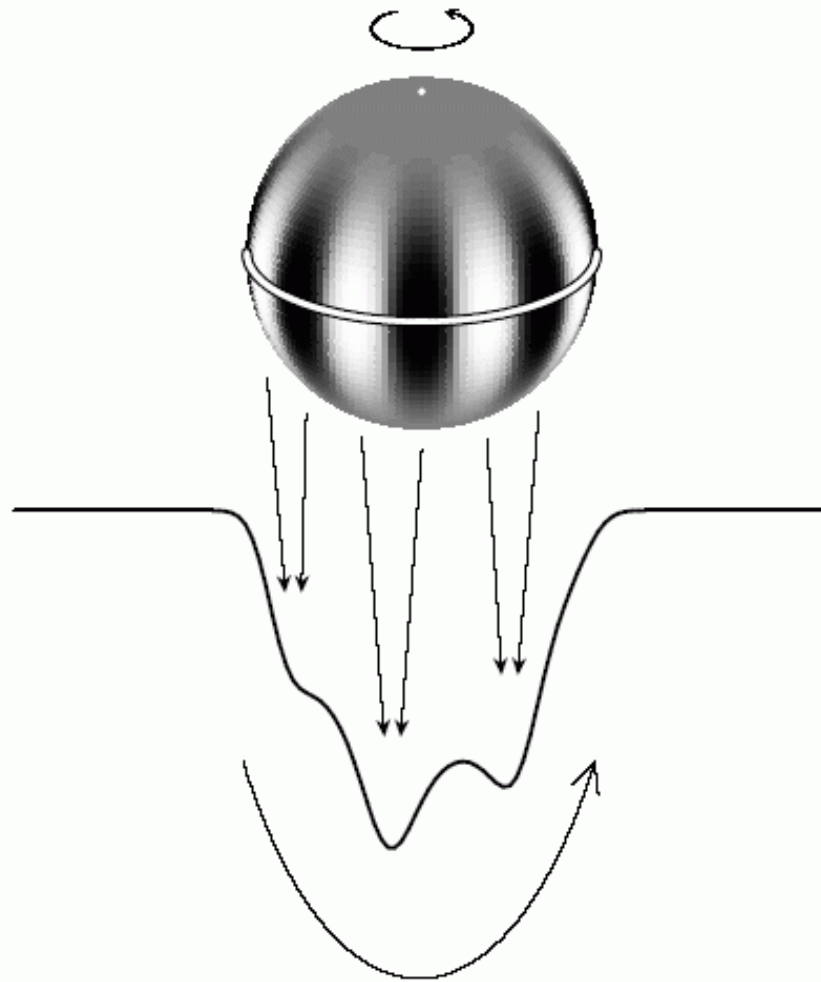
DI analizuje zmiany natężenia jako funkcję położenia w profilu linii.

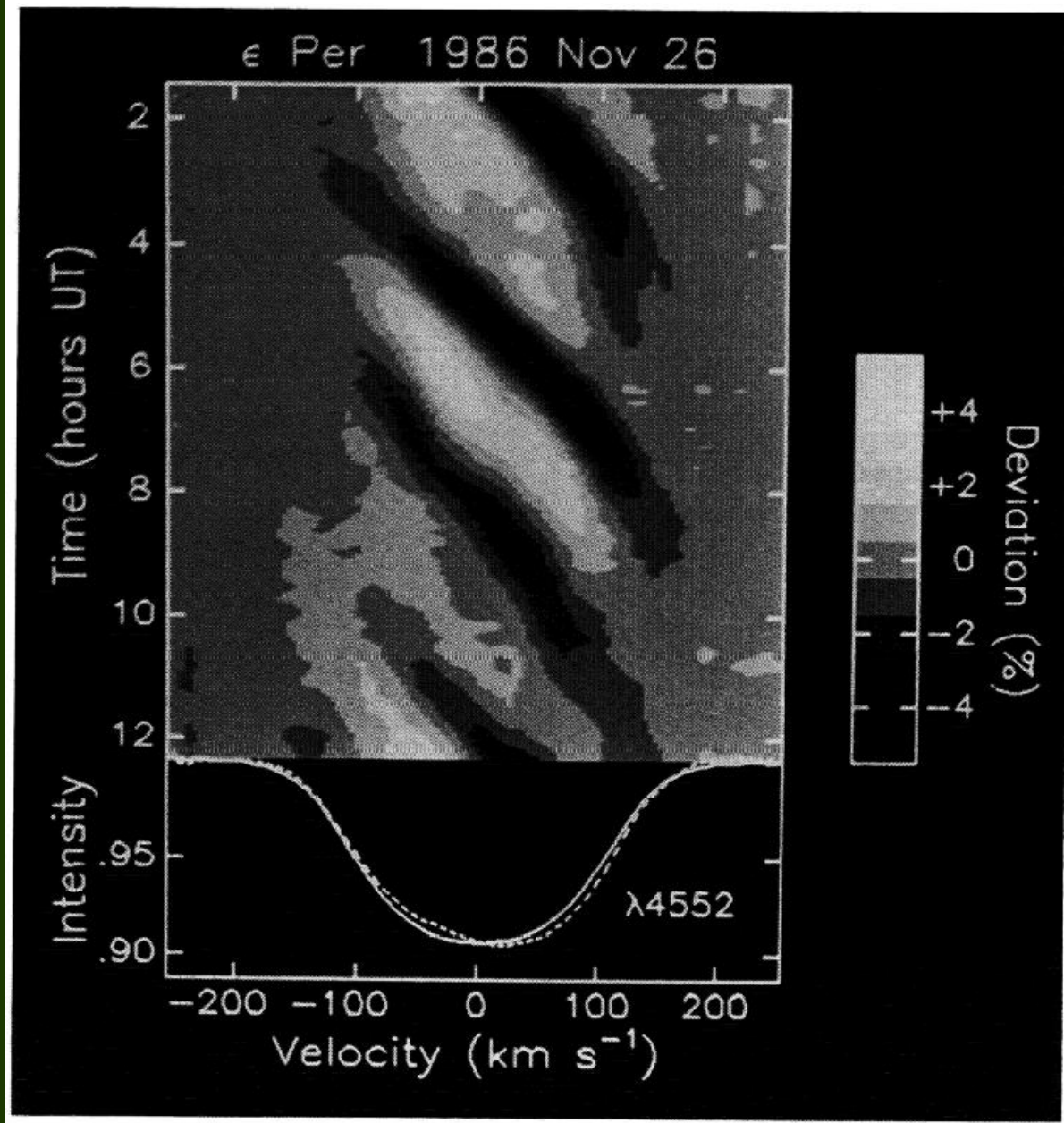
Vogt, Penrod 1983, ApJ 275, 661– cechy fotosferyczne (zmiany lokalnej prędkości, jasności) są odwzorowane w profilach linii, które są poszerzone dopplerowsko przez rotację. Praca ta dotyczy gwiazdy pulsującej ζ Oph.

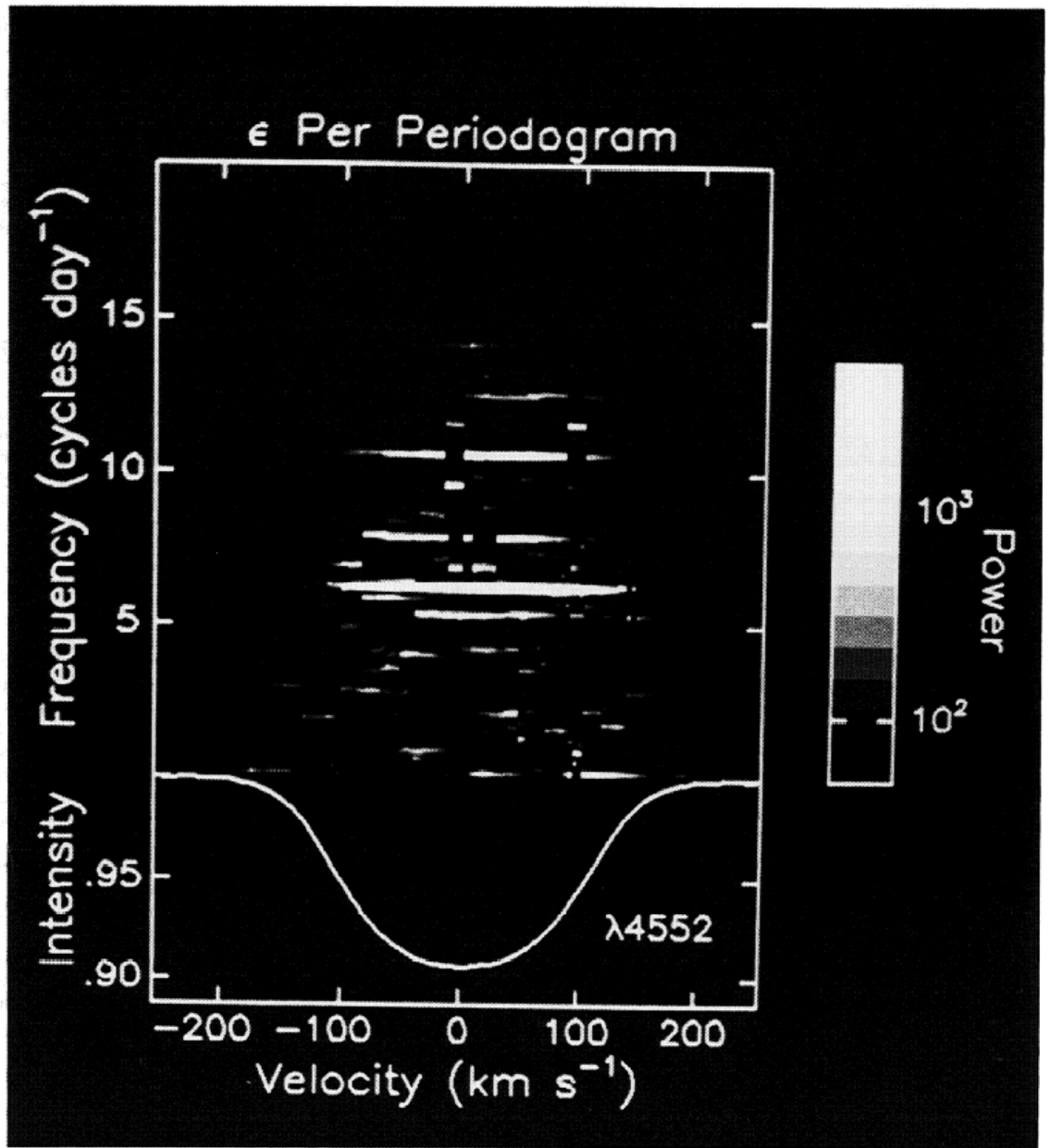
Vogt, Penrod, Hatzes 1987, ApJ 321, 496 – DI można stosować do gwiazd z plamami (np. RS CVn) oraz do gwiazd o niejednorodnym składzie chemicznym na powierzchni (np. Ap).

Gies & Kullavavijaya 1988, ApJ 326, 813 – dla każdej długości fali serii czasowej widm stosujemy transformatę Fouriera. Dostajemy widmo mocy dla każdego położenia w profilu linii widmowej.

„OBRAZ” DOPPLEROWSKI





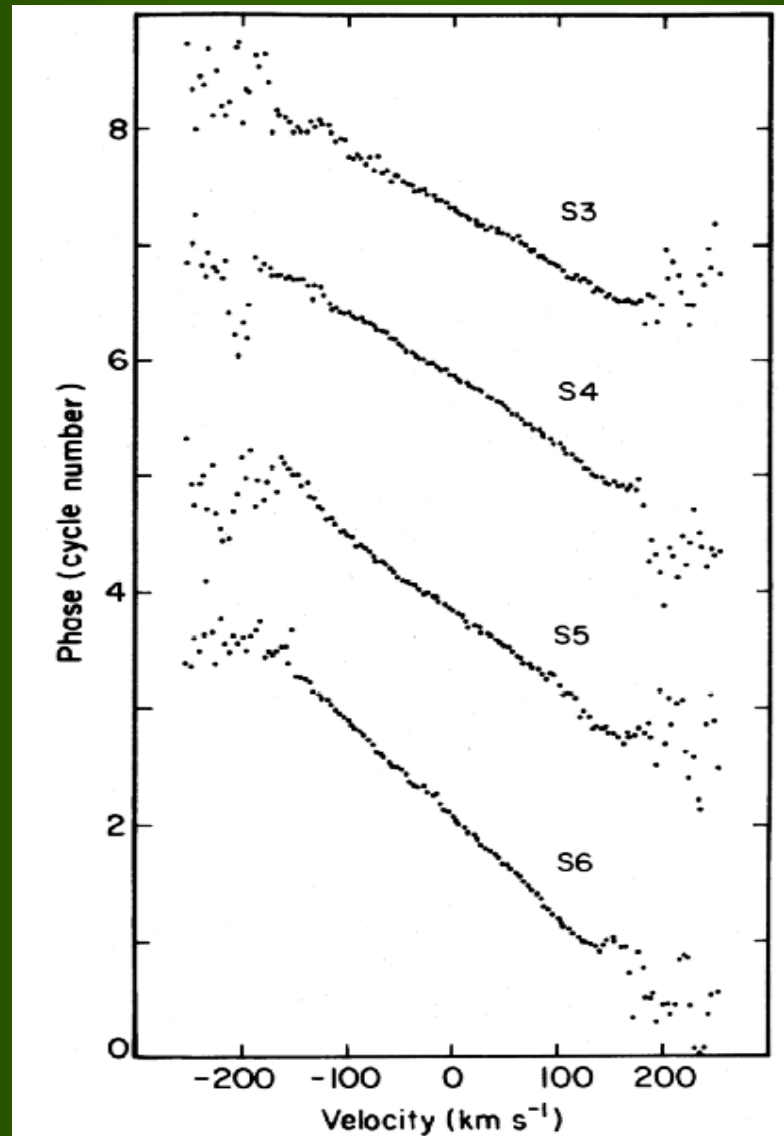


**Według G&K 1988, m może być oszacowane
ze zmiany fazy wzdłuż profilu linii:**

$$m = (\Phi_{\text{red}} - \Phi_{\text{blue}})/\pi$$

G&K przyjęli założenie $\lambda=m$!

Zależność fazy od położenia w profilu linii dla ϵ Per, dla czterech częstotliwości pulsacyjnych, Gies & Kullavavijaya (1988)

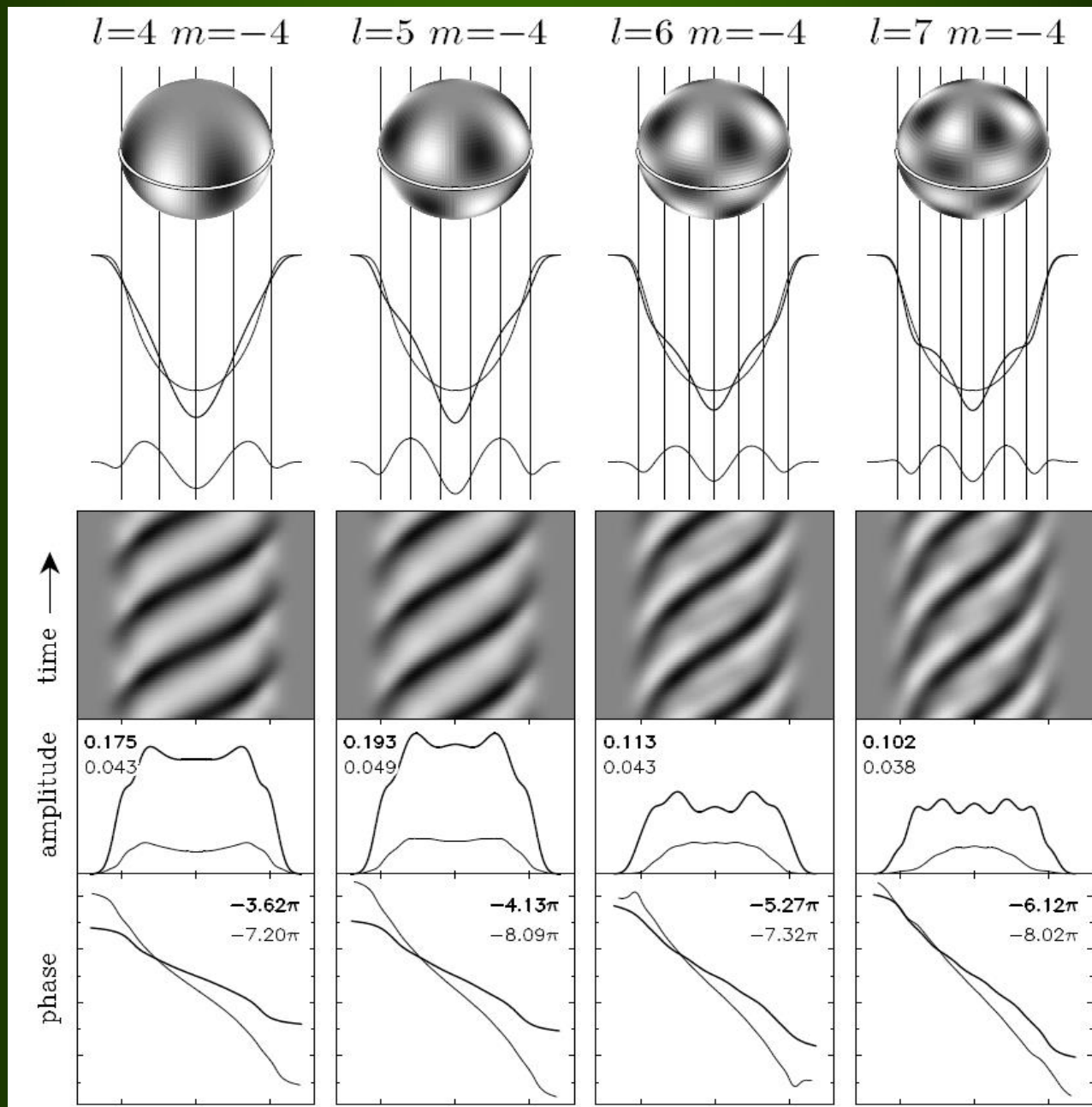


INTENSITY PERIOD SEARCH: DIAGRAMY MONOCHROMATYCZNYCH AMPLITUD I FAZ

J. Telting i C. Schrijvers rozwinęli metodę DI
i zastosowali do wielu gwiazd (głównie typu β Cep) :
A&AS 121, 343 (1997), A&A 317, 723 (1997)
A&A 317, 742 (1997), A&A 342, 453 (1999)

Wprowadzili pewne udoskonalenia:

- Mody nie muszą być sektoralne
- W każdej długości fali dopasowali trzy składowe
- Badali zmiany amplitudy i fazy wzdłuż profilu linii:
DIAGRAMY IPS (Intensity Period Search)



Telting i Schrijvers wyliczyli teoretyczne profile linii dla bardzo dużej liczby par (ℓ , m) i z symulacji Monte Carlo znaleźli następujące zależności:

$$\ell \approx 0.10 + 1.09|\Delta\Phi_0|/\pi$$

$$|m| \approx -1.33 + 0.54|\Delta\Phi_1|/\pi$$

$\Delta\Phi_0$ - zmiana fazy między skrzydłem czerwonym i niebieskim dla składowej podstawowej

$\Delta\Phi_1$ - zmiana fazy między skrzydłem czerwonym i niebieskim dla pierwszej harmoniki

Dokładność tej metody wynosi ± 1 w (ℓ , m).

Znalezione eksperymentalnie liniowe zależności zostały wytłumaczone przez Hao 1998, ApJ 300, 440.

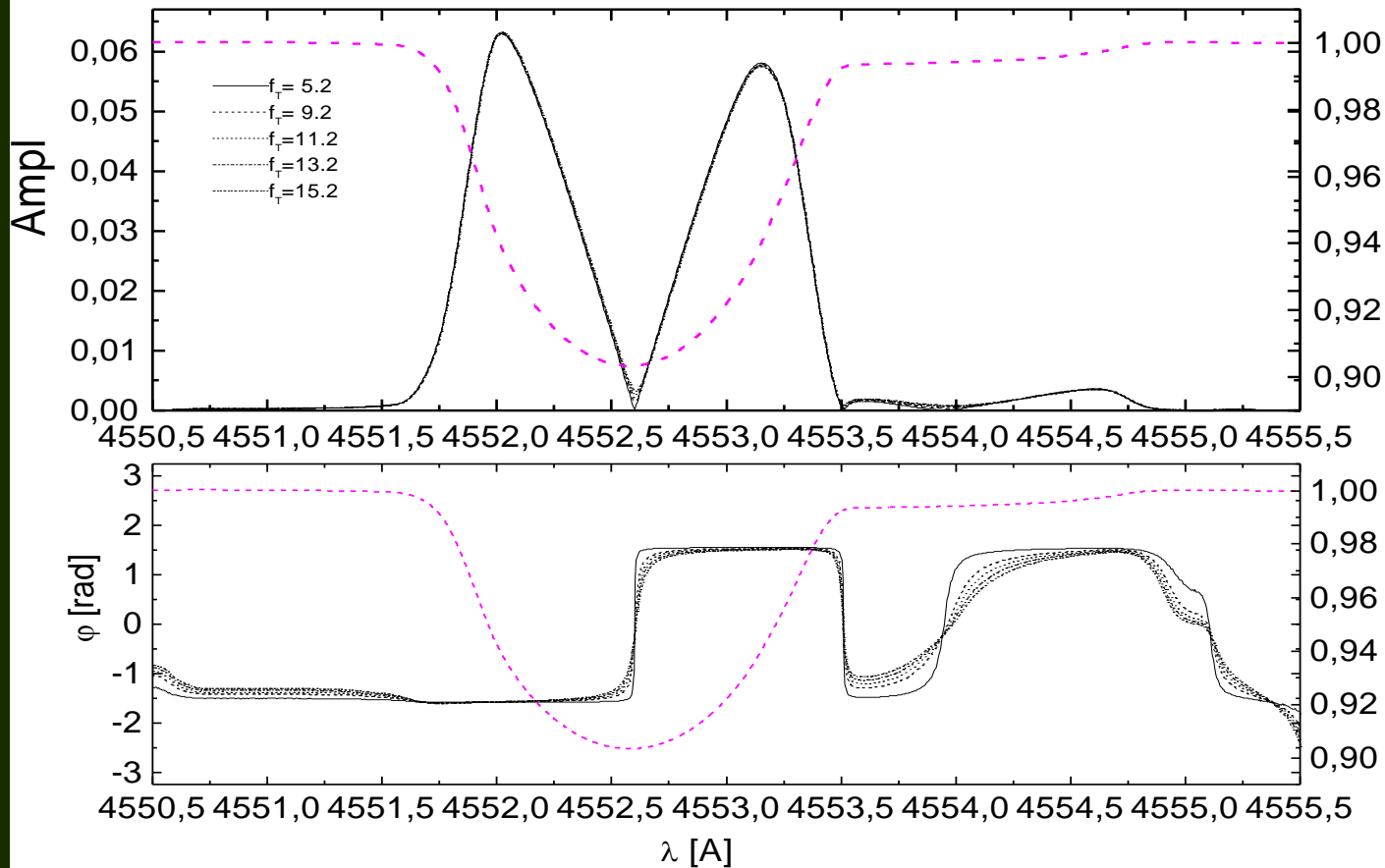
Jak do tej pory jest to najefektywniejsza metoda wyznaczania (ℓ , m) ze zmian profili linii.

Diagramy amplitud zawierają informację o wielu parametrach gwiazdowych i pulsacyjnych, natomiast diagramy faz głównie o (ℓ , m).

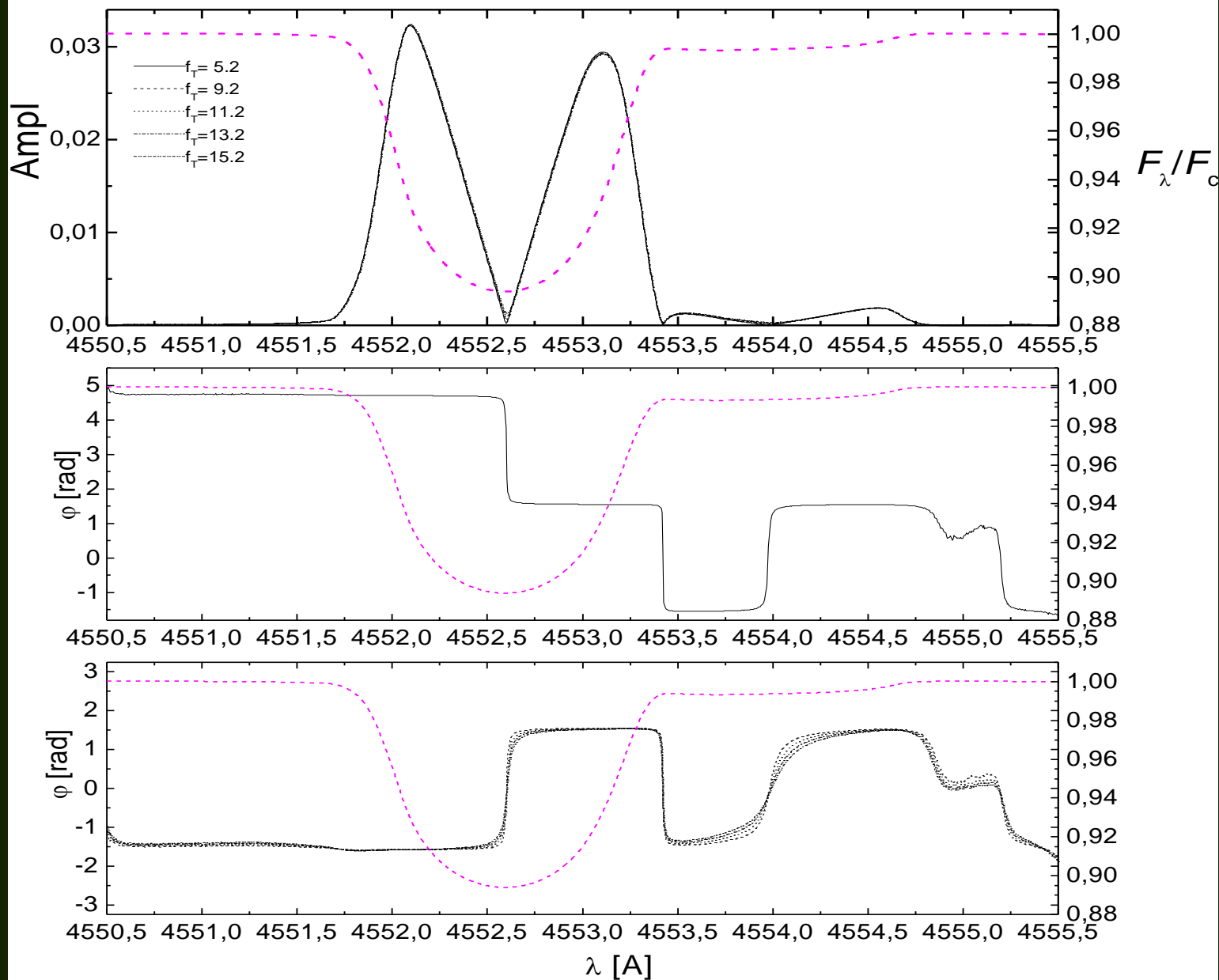
Metoda ta jest efektywna również dla gwiazd **wielomodalnych**, ponieważ zmiany w profilu linii związane z danym modelem pulsacji są wydzielone poprzez analizę fourierowską.

Telting i in. 1997, A&A 322, 493 pokazali, że diagramy amplitud i faz mogą być użyte do identyfikacji modów również dla gwiazd **wolnorotujących**, np. β Cep, ν Eri.

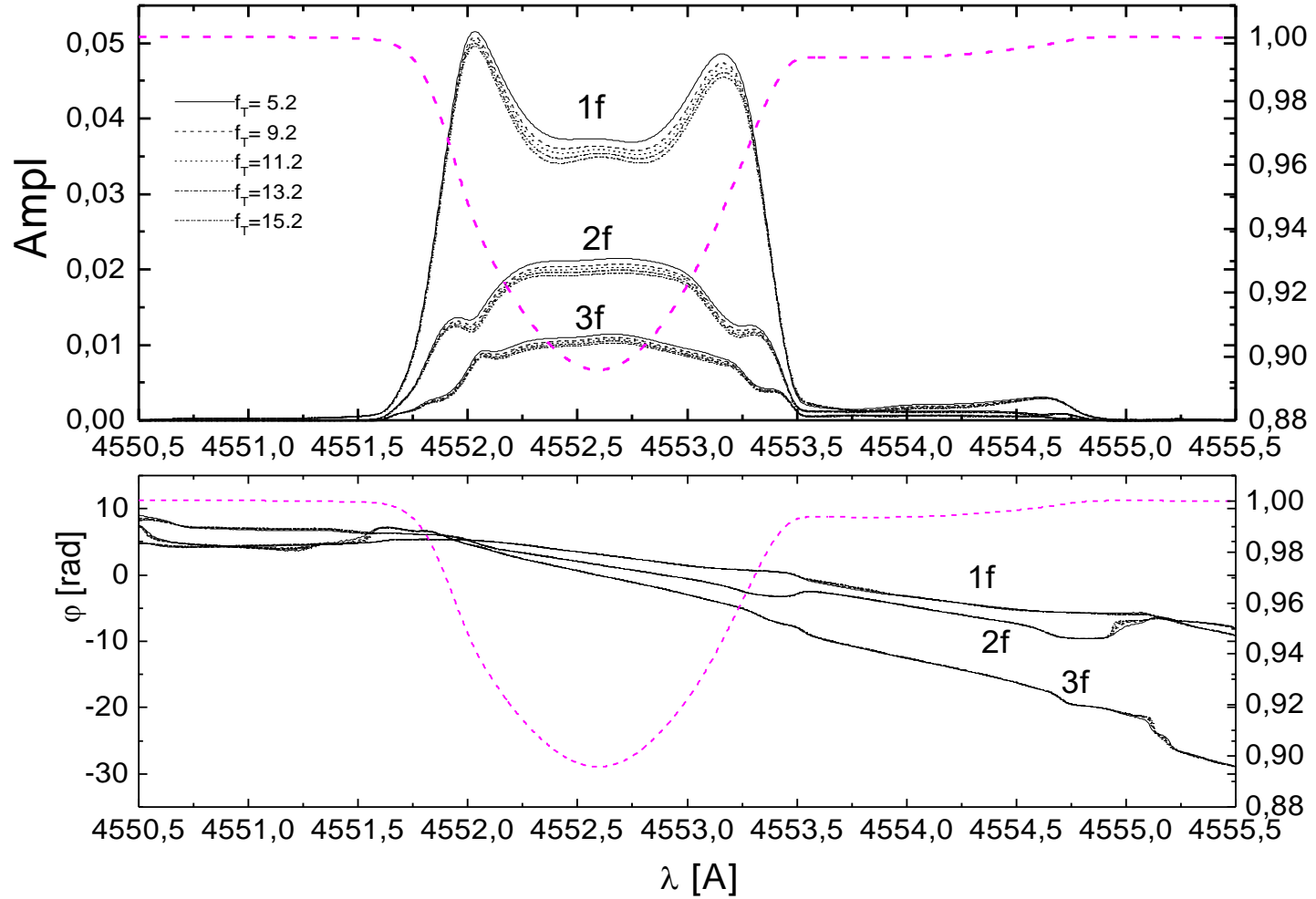
**Diagramy amplitud i faz dla $\ell = 0$.
Si III 4552.62, $\log T_{\text{eff}} = 4.37$ $\log g = 3.67$. Efekt $|f|$.**



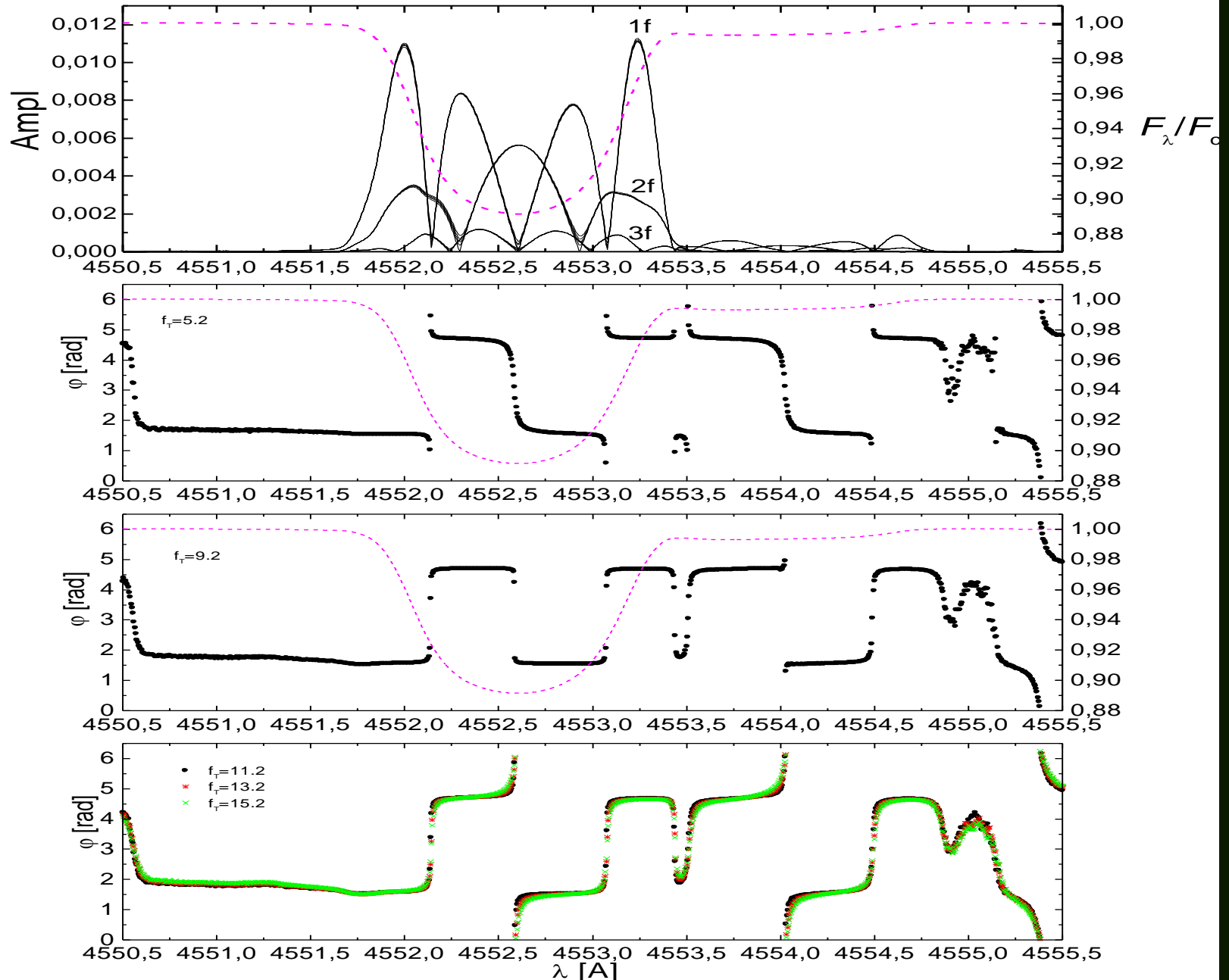
Diagramy amplitud i faz dla $\ell = 1, m=0$.



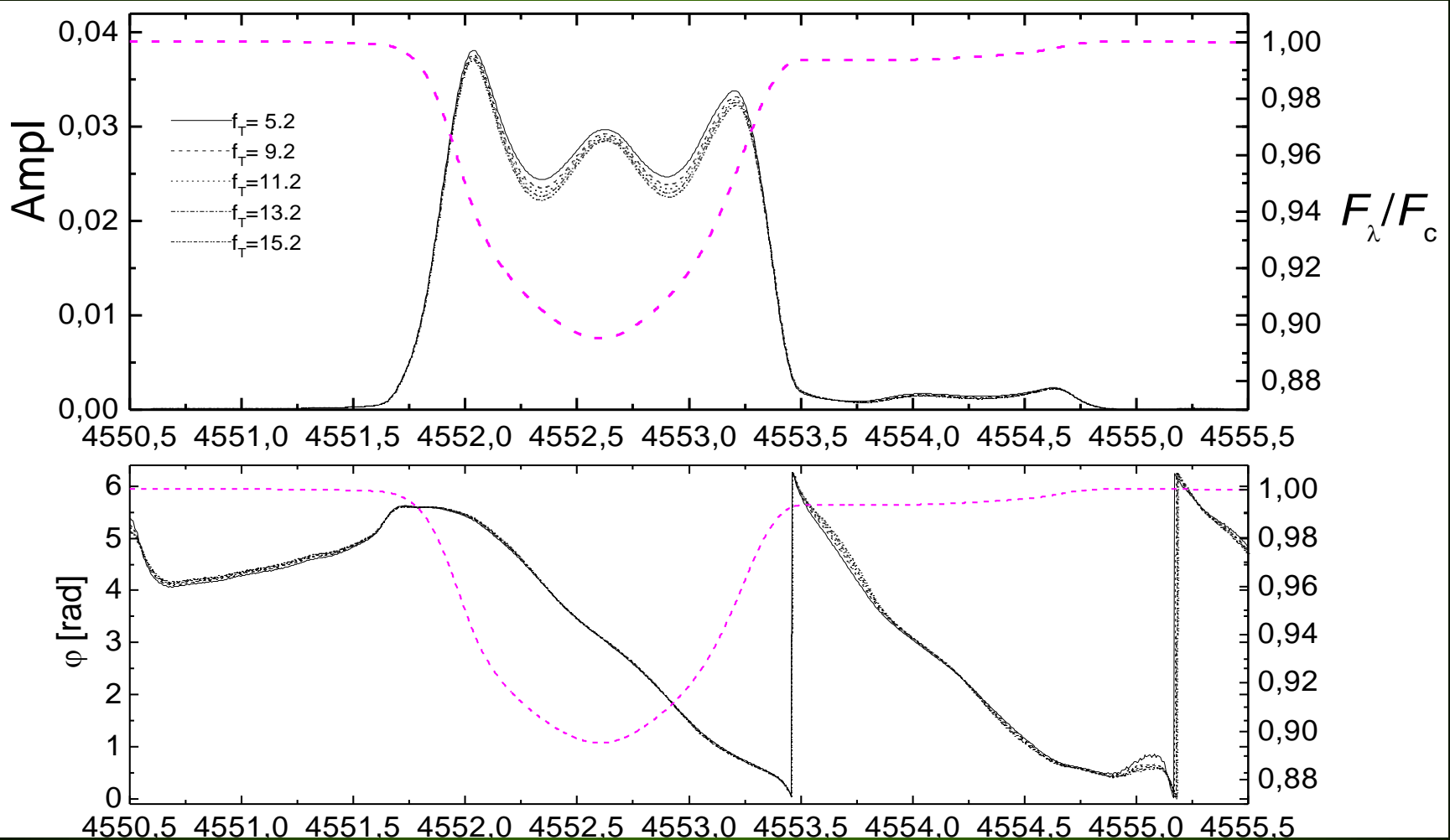
Diagramy amplitud i faz dla $\ell = 1, m = -1$.



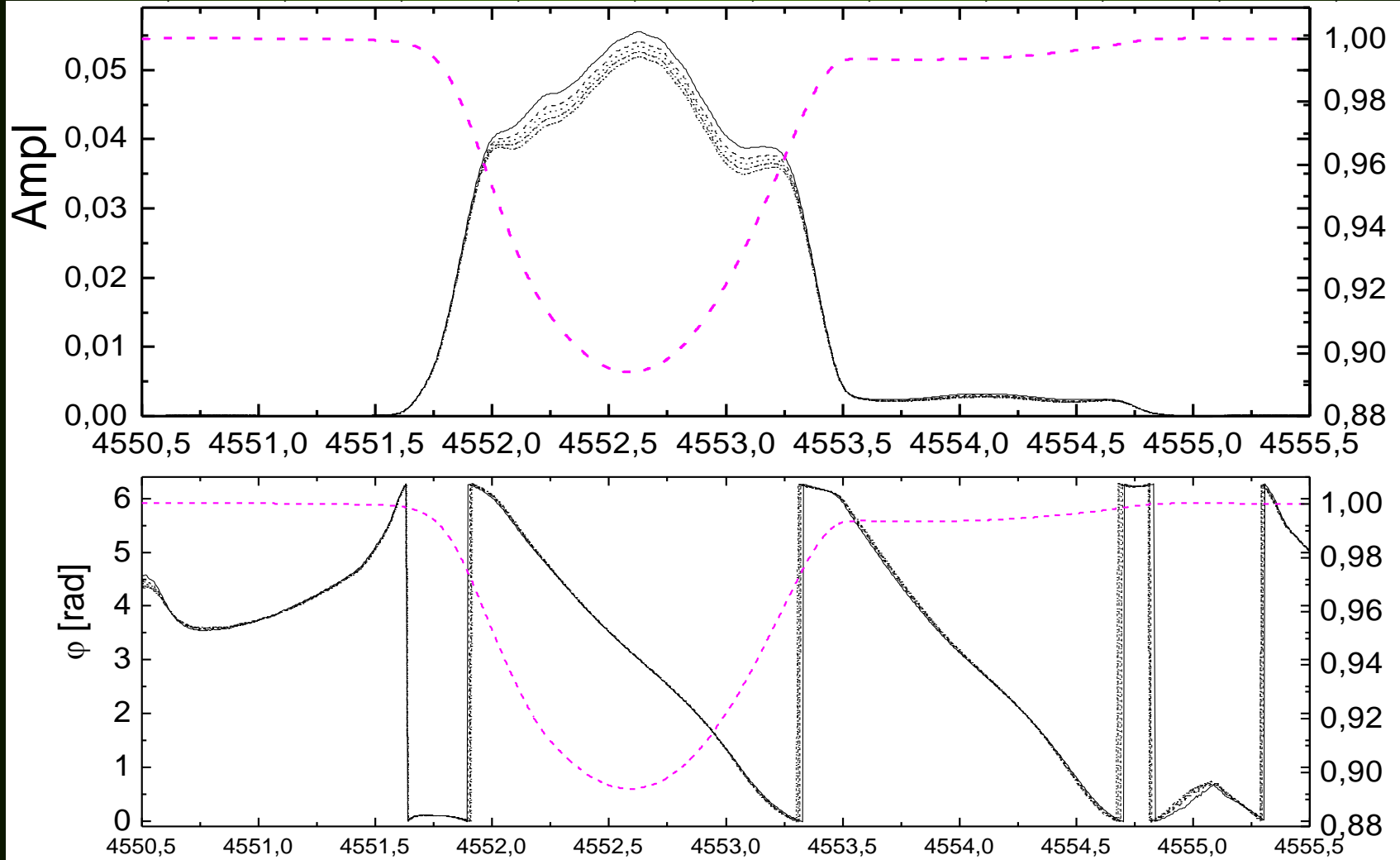
Diagramy amplitud i faz dla $\ell = 2, m = 0$.



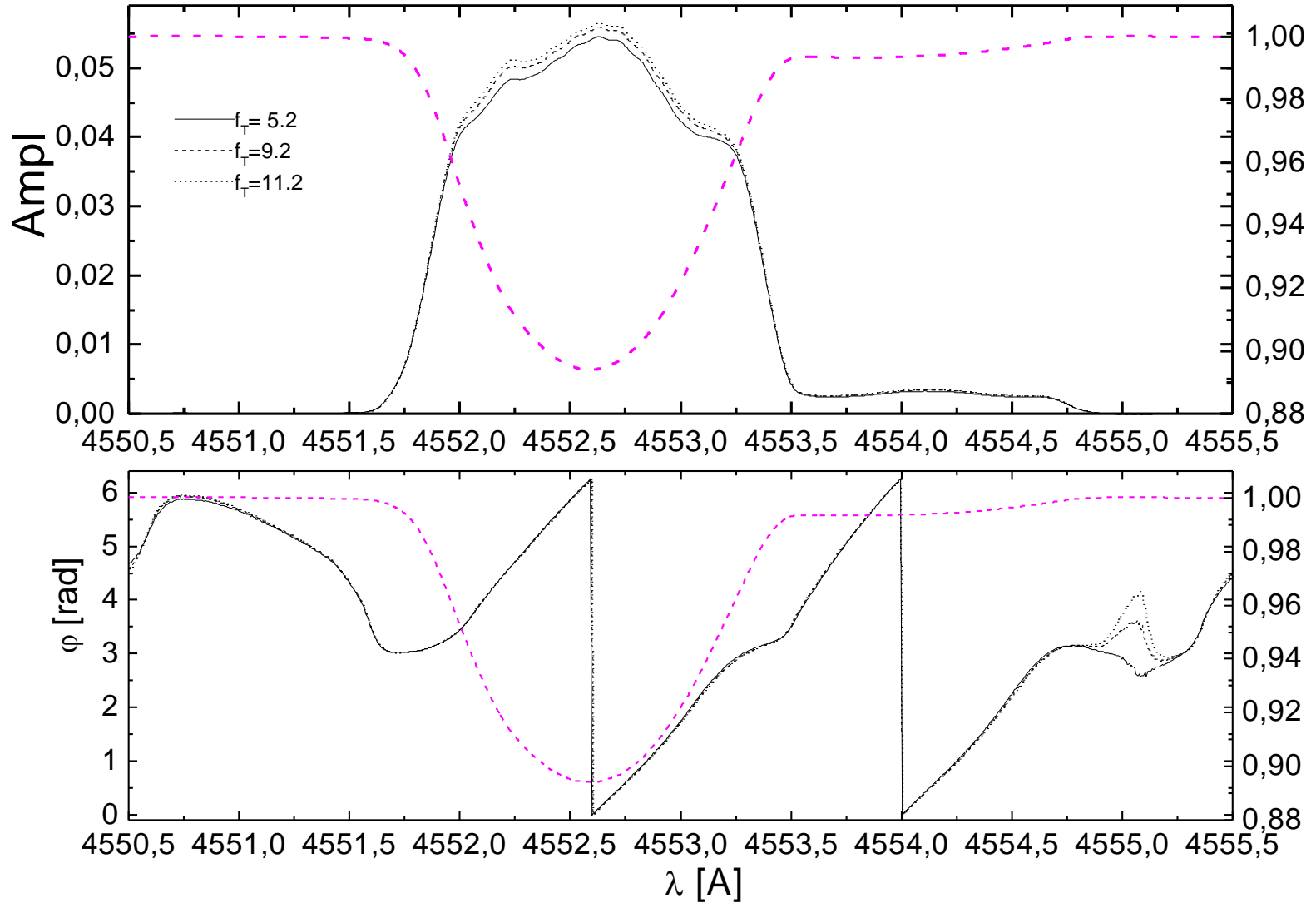
Diagramy amplitud i faz dla $\ell = 2, m = -1$.



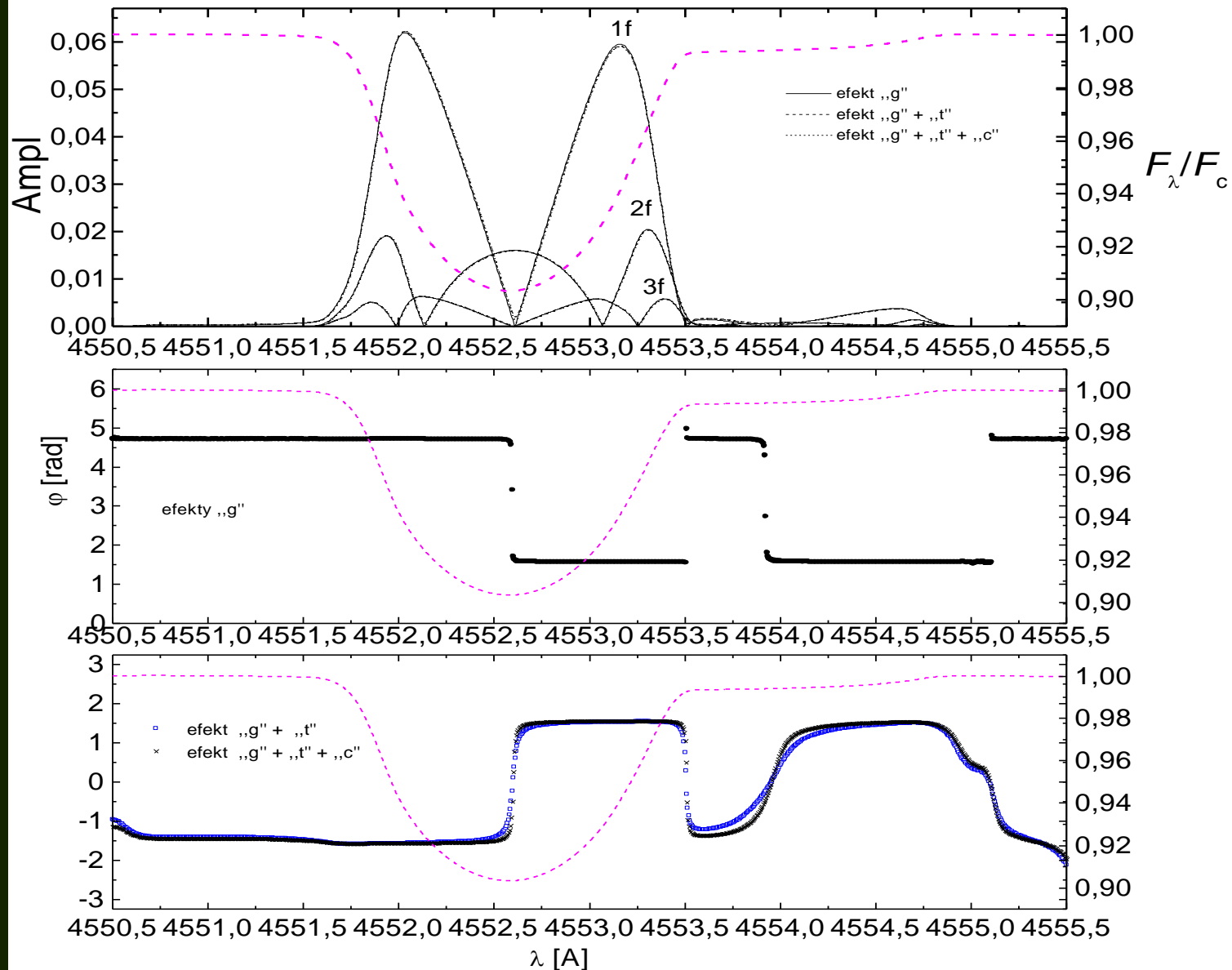
Diagramy amplitud i faz dla $\ell = 2, m = -2$.



Diagramy amplitud i faz dla $\ell = 2, m = +2$.



Efekty geometryczne, temperaturowe i ciśnieniowe na diagramy amplitud i faz dla $\ell = 0$.



**Mody $m=0$ mają zerową amplitudę
w centrum profilu linii.**

**Efekty nieadiabatyczne w monochromatycznych
diagramach amplitud i faz są bardzo małe.**

**Diagramy amplitud i faz są zdominowane
polem prędkości pulsacji.**

Wyróżnik

$$\chi^2 = \frac{1}{2n_\lambda - m} \sum_{i=1}^{n_\lambda} \left[\frac{(A_{R,i}^o - A_{R,i}^t)^2}{\sigma_{R,i}^2} + \frac{(A_{I,i}^o - A_{I,i}^t)^2}{\sigma_{I,i}^2} \right]$$

$$A_R = A_\lambda \cos \varphi_\lambda, \quad A_I = A_\lambda \sin \varphi_\lambda$$

n_λ - ilość punktów w λ

m - ilość parametrów (np. ℓ, m, i)

błędy

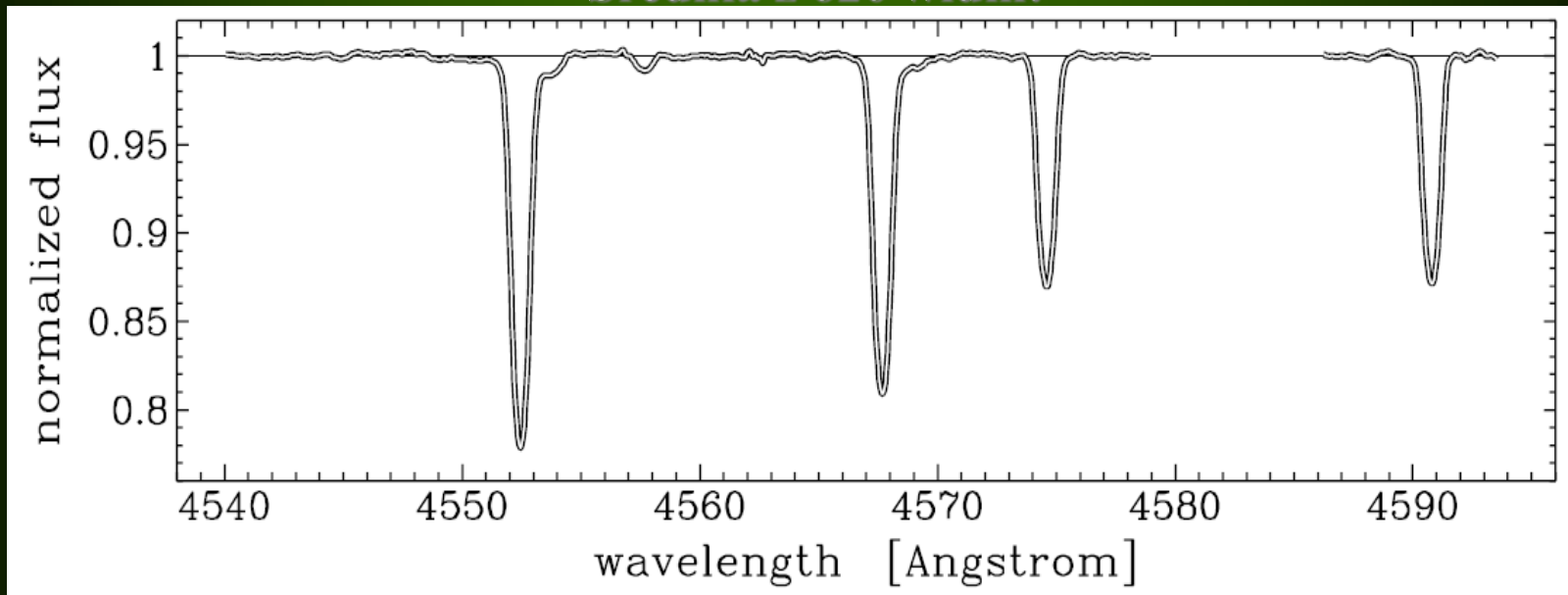
$$\sigma_R^2 = (\delta A_\lambda)^2 \cos^2 \varphi_\lambda + (\delta \varphi)^2 A_\lambda^2 \sin^2 \varphi_\lambda$$

$$\sigma_I^2 = (\delta A_\lambda)^2 \sin^2 \varphi_\lambda + (\delta \varphi)^2 A_\lambda^2 \cos^2 \varphi_\lambda$$

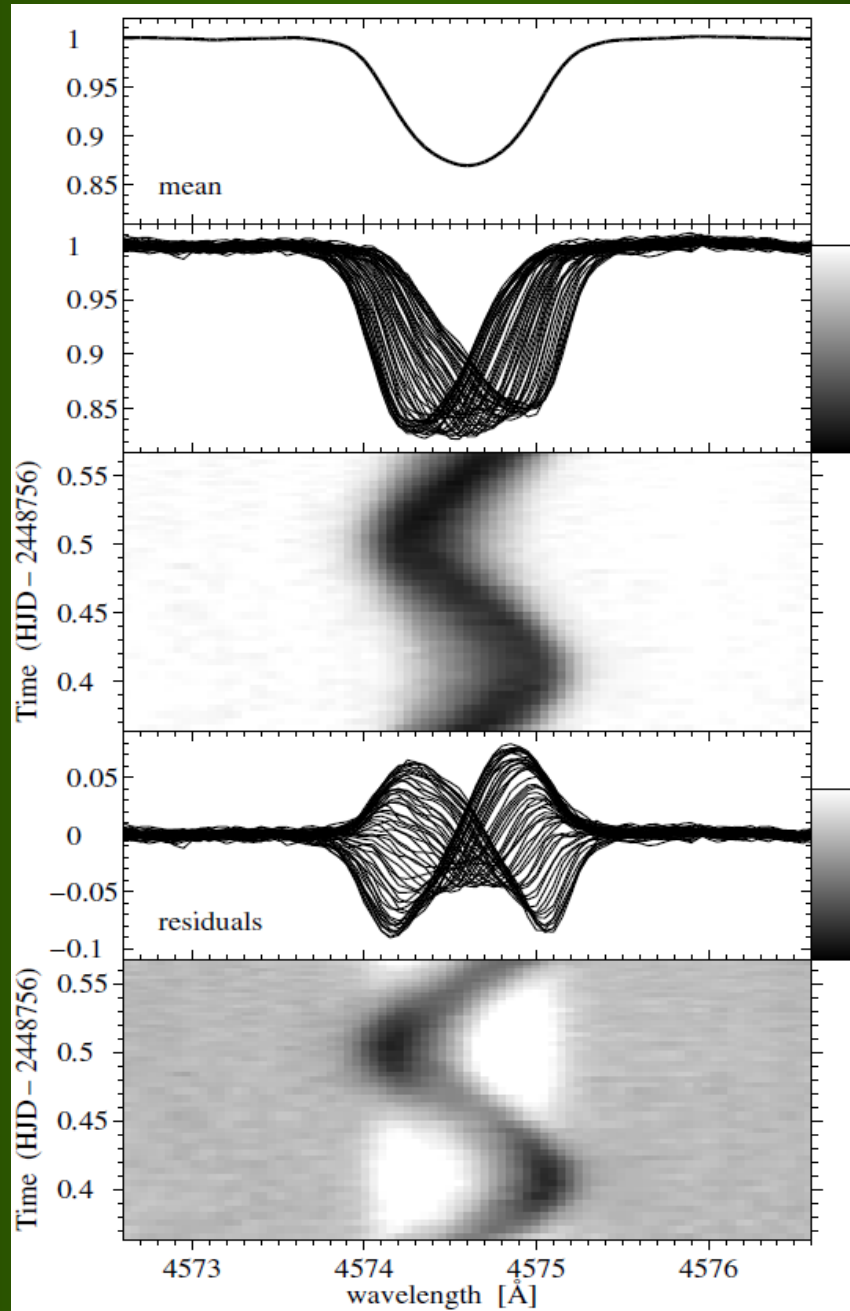
**Przykład zastosowania metody IPS: β Cep
Telting, , Aerts, Mathias 1997, A&A 322, 493**

**Dla β Cep znaleziono do tej pory pięć częstotliwości:
 $\nu_1=5.25$, $\nu_2=5.38$, $\nu_3=4.92$, $\nu_4=5.06$, $\nu_5=5.42$ [c/d]**

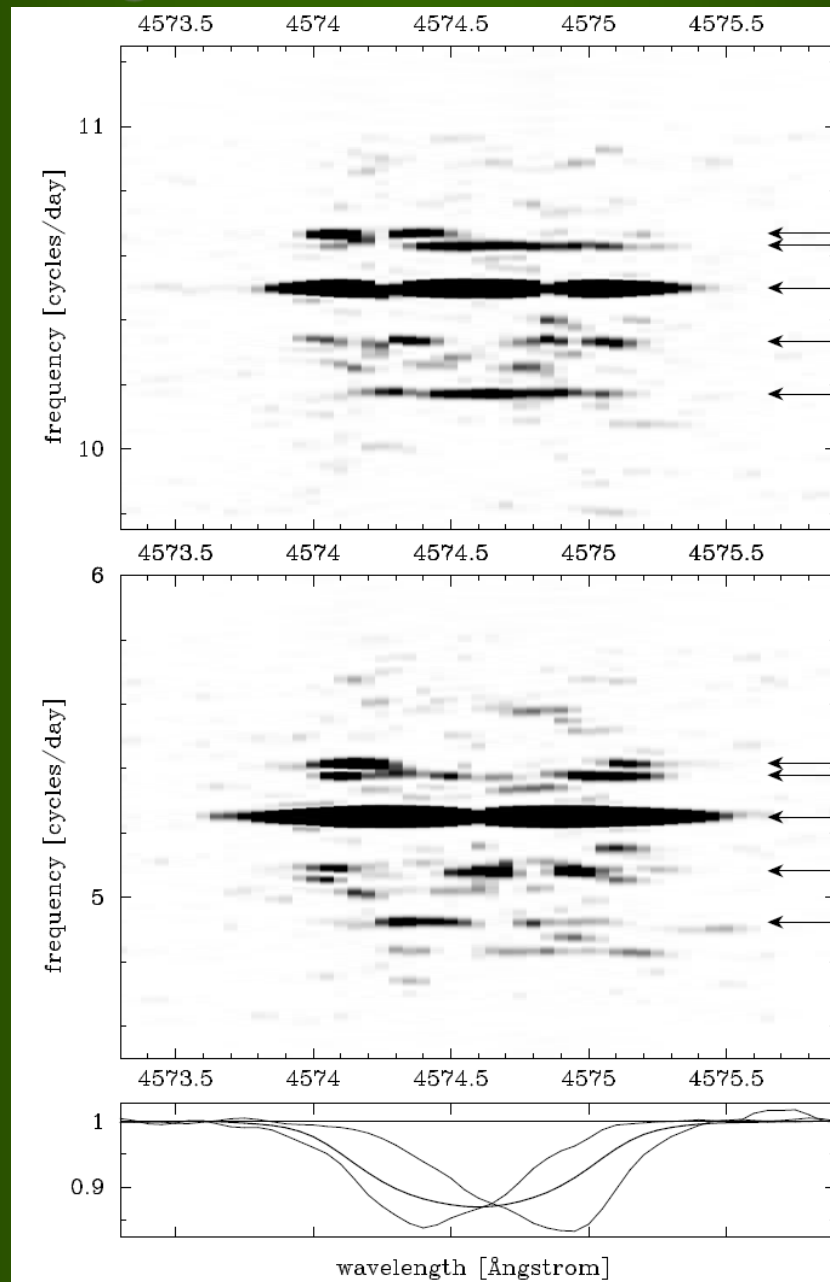
**Obserwacje: triplet Si III 4552.6, 4567.8, 4574.8, OII 4591.0 Å
Średnia z 620 widm:**



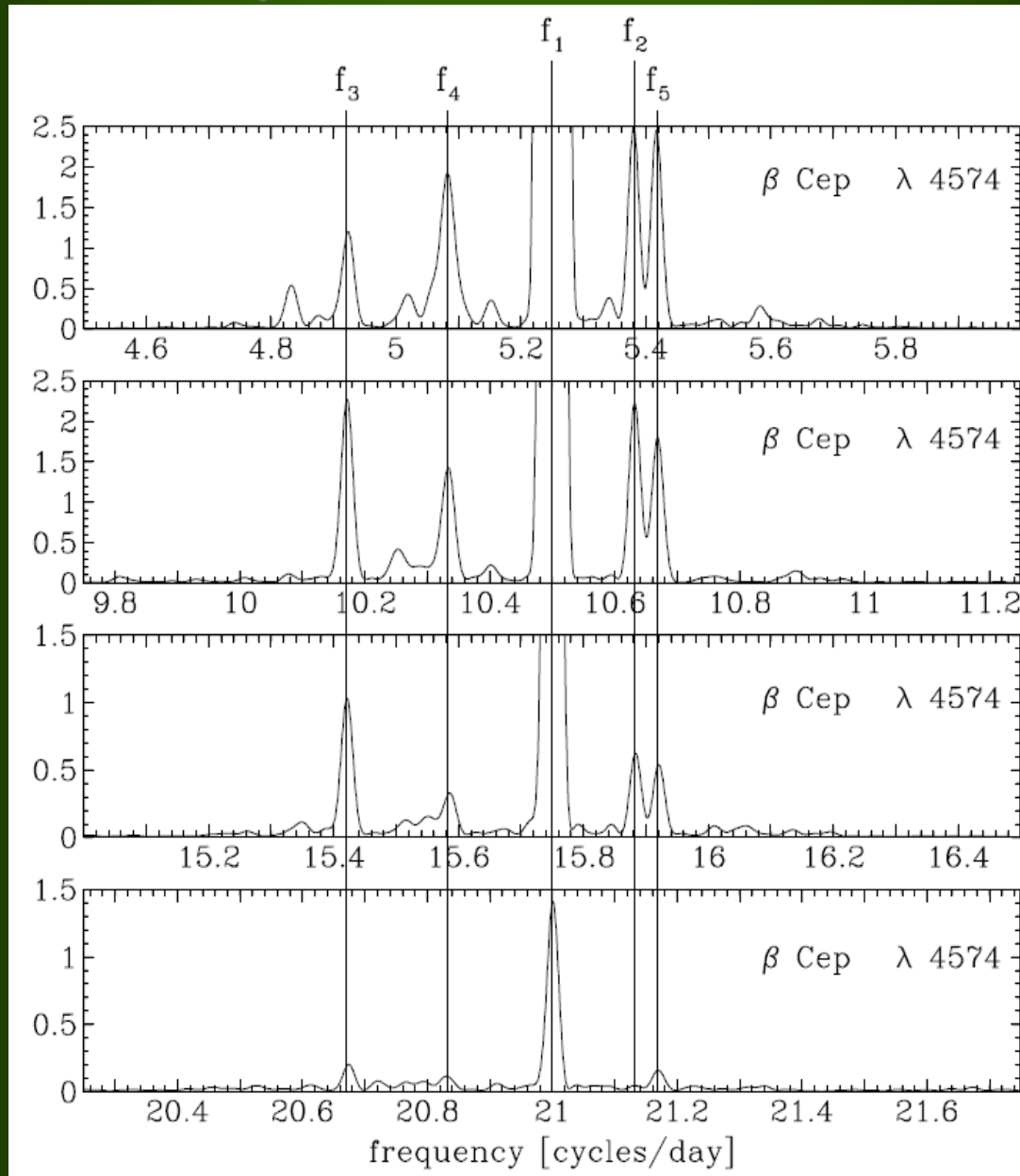
obserwacji z jednej nocy dla SiIII 4574 Å



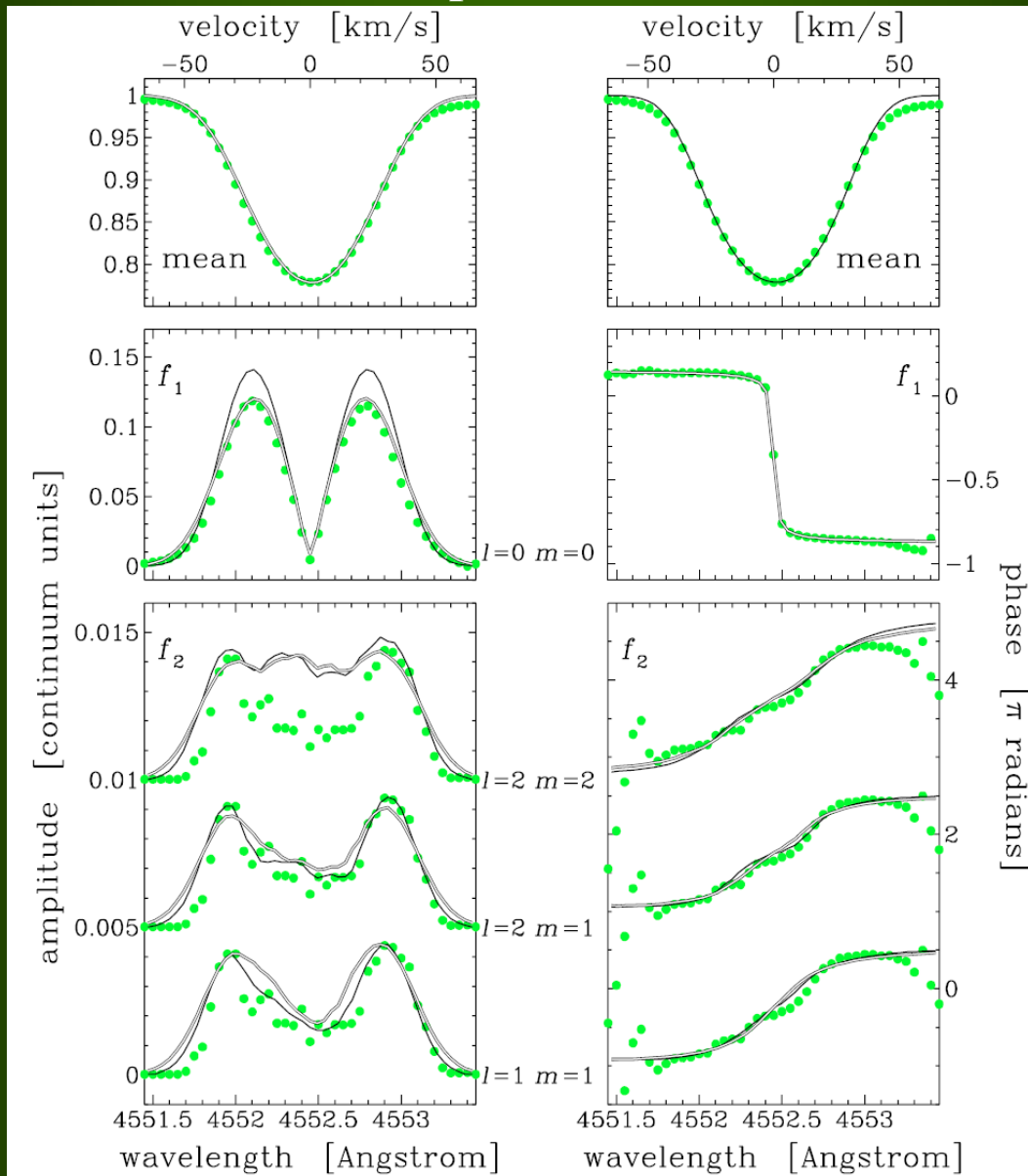
Periodogram ze zmian w linii SiIII 4574 Å



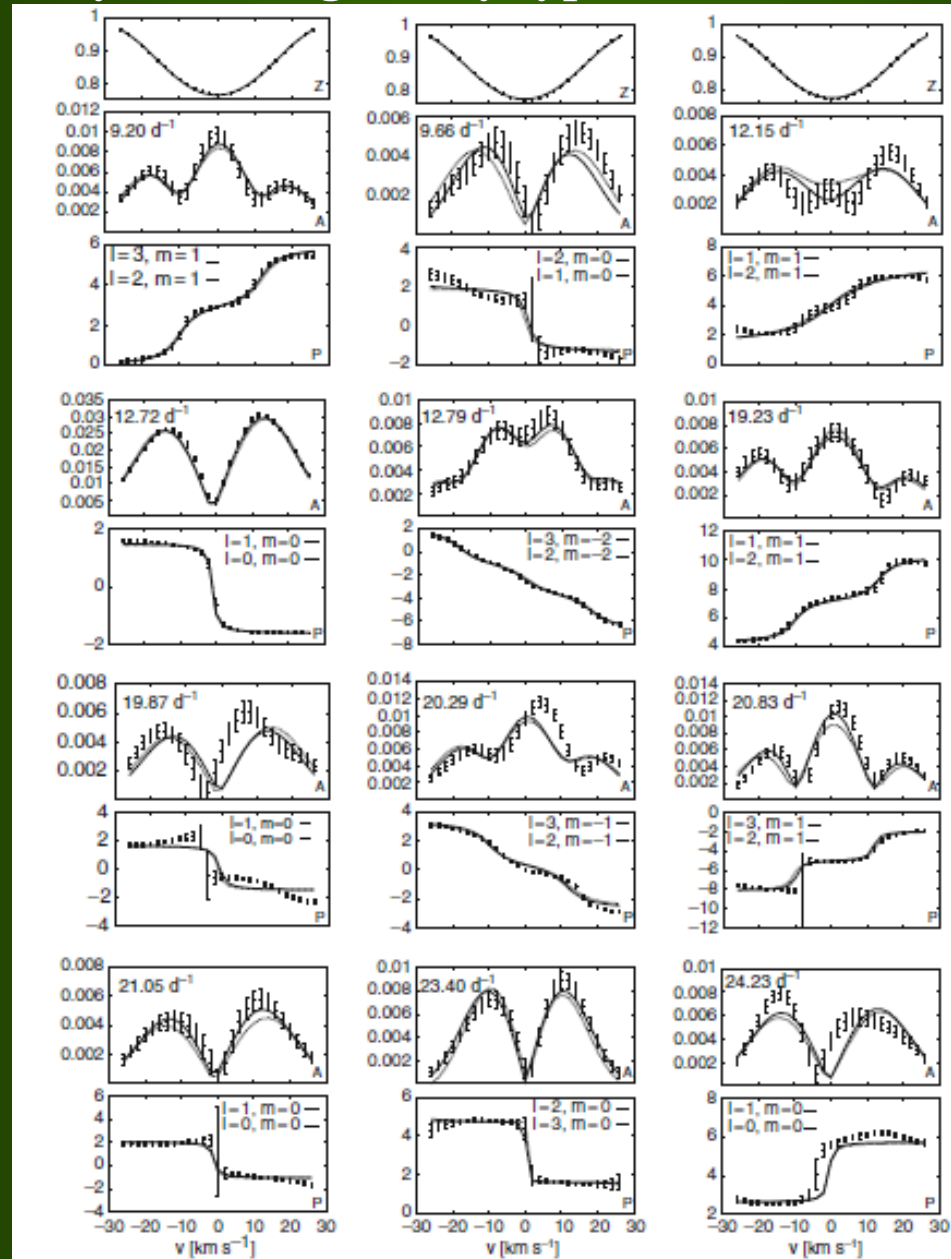
Periodogram wysumowany po długościach fali w okolicy linii Si III 4574 (4573.7–4575.5)



Obserwacje (kropki) i wielokresowe modele zmian profili linii Si III 4574 Å.



Przykład dla gwiazdy typu δ Scuti FG Vir



Zima et al. (2006).

SPEKTROSKOPOWE DIAGRAMY DIAGNOSTYCZNE

**Metoda ta polega na konstruowaniu diagramów
ze stosunków amplitud i różnic faz wybranych
charakterystyk zmian profilu danej linii widmowe.**

**Cugier & Daszyńska 2001, A&A 377, 113
Daszyńska & Cugier 2001, ASP Conf. Ser. 259, 212**

Dla modeli o masie $10 M_{\odot}$ zostały wyliczone serie czasowe profilu linii SiIII 4552.62 Å. Rozważane były oscylacje jednookresowe.

$$\begin{aligned} \ell &= 0, 1, 2 \quad m = -\ell, \dots, +\ell \\ \varepsilon &= 0.015, \quad V_{\text{rot}} = 50 \text{ km/s}, \quad i = 60^{\circ} \end{aligned}$$

Po unormowaniu profili do kontinuum, zostały wyliczone:

$$\begin{aligned} &F_{\text{min}}, V_r(\text{min}), \text{FWHM}, V_r(\text{FWHM}), F(\lambda_0 = 4552.62 \text{ \AA}), \\ &F(\lambda_1 = 4553.12 \text{ \AA}), \text{EW}, M_0, M_1, M_2, M_3 \end{aligned}$$

Diagram dla M_1 i M_2

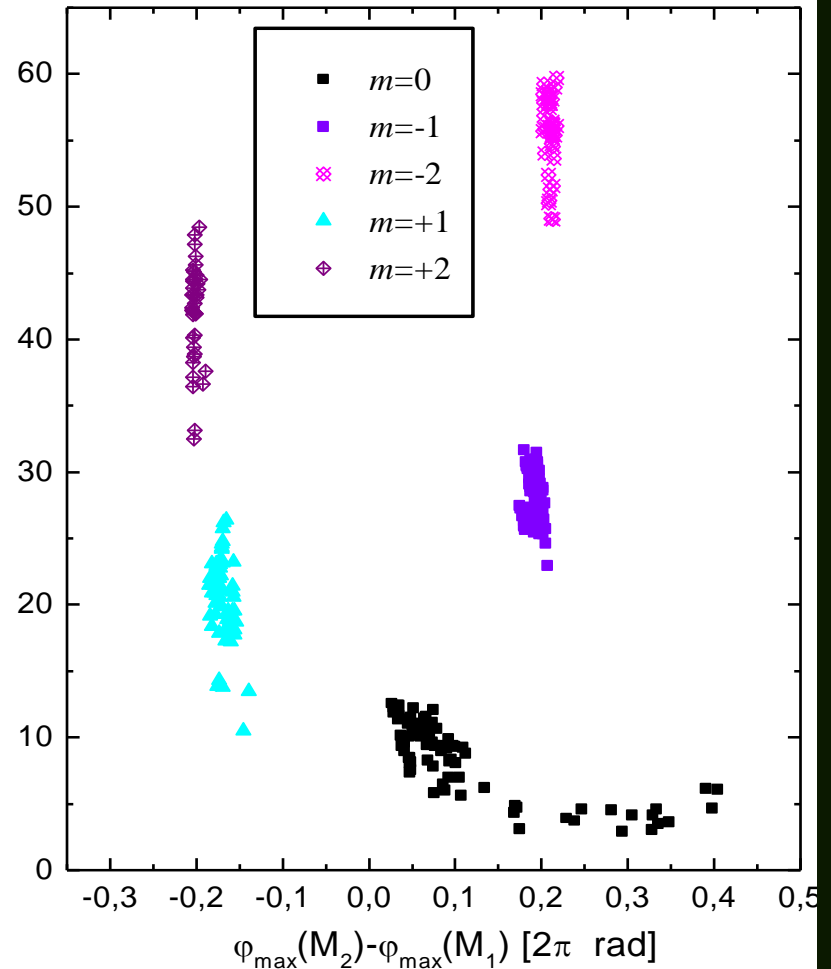
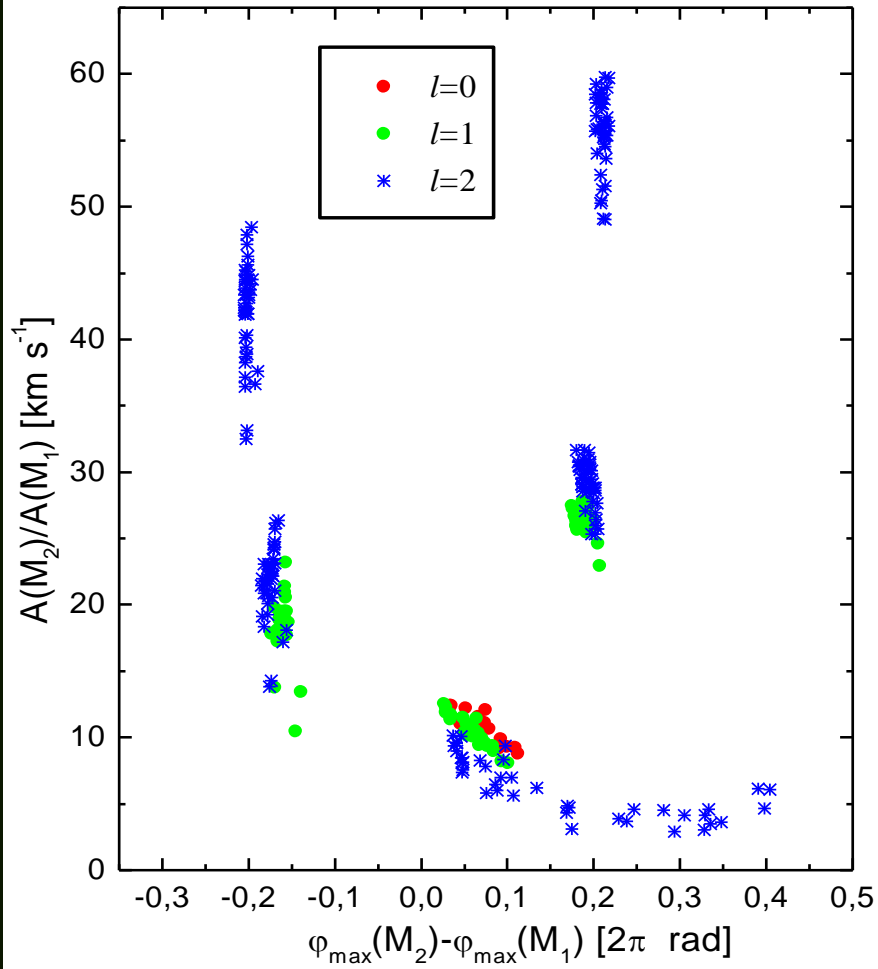


Diagram dla M_1 i M_3

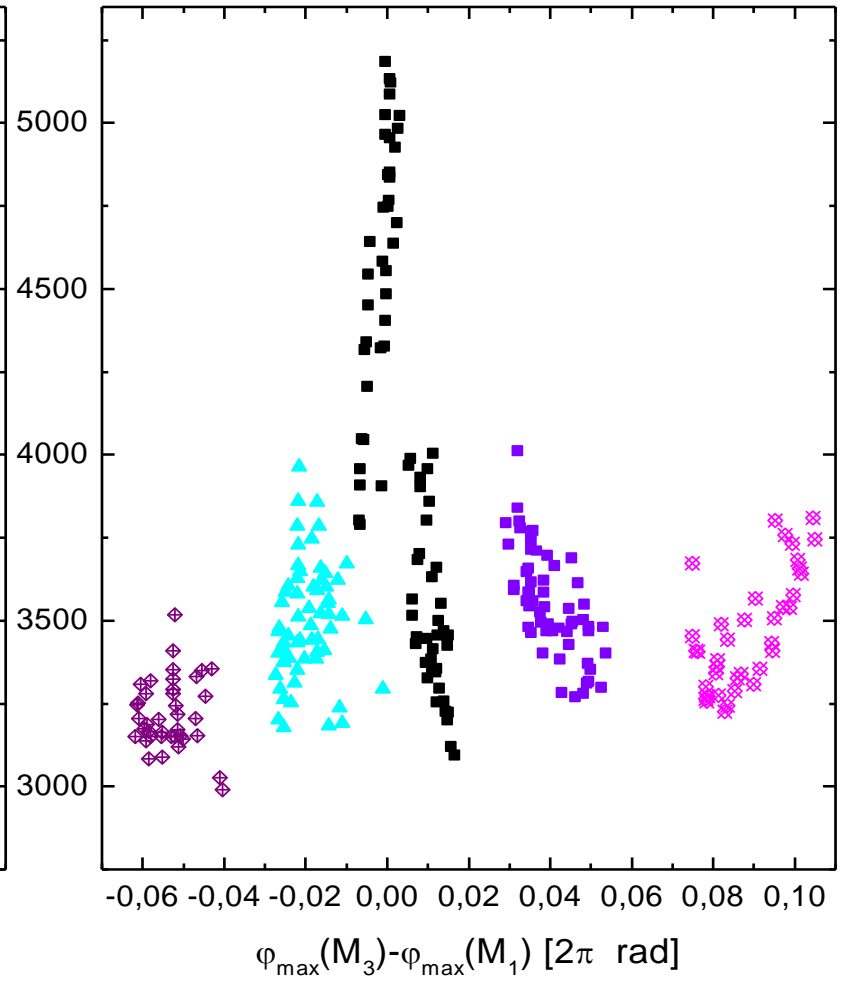
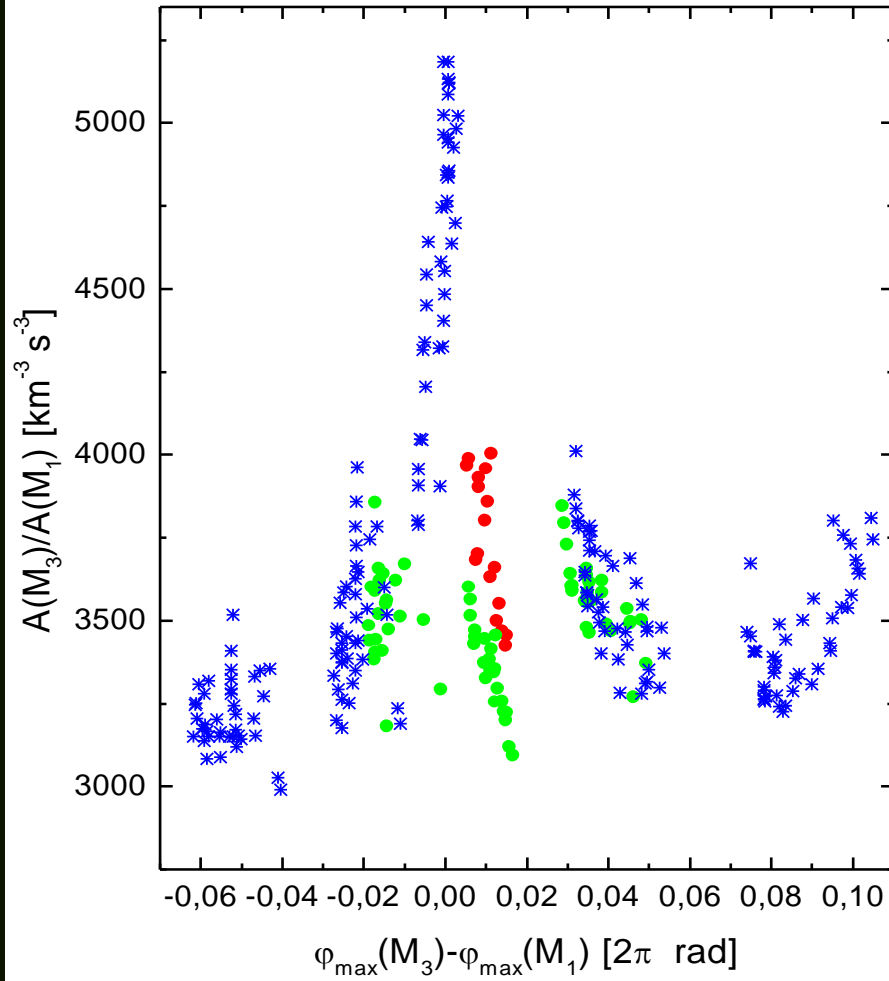
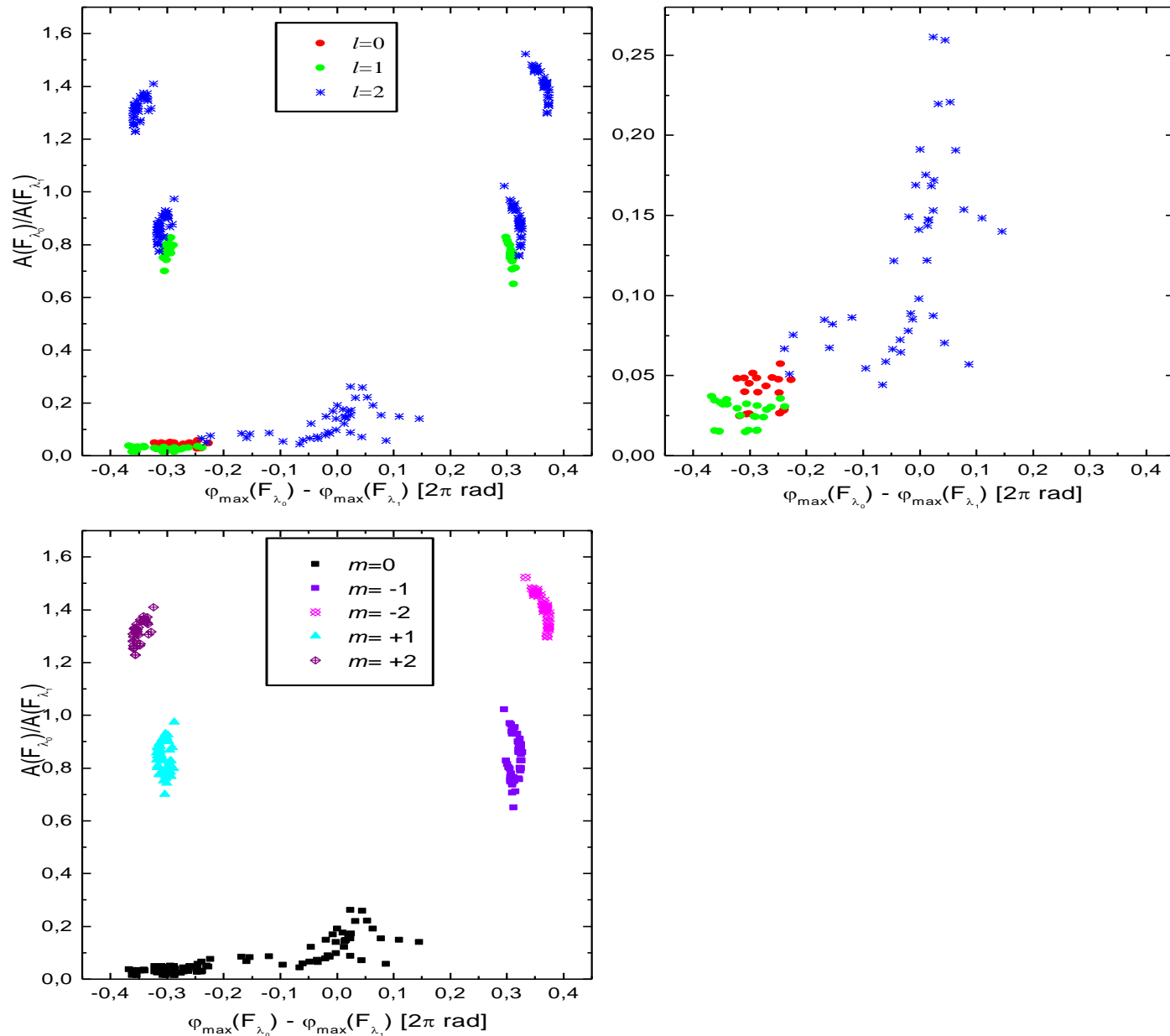
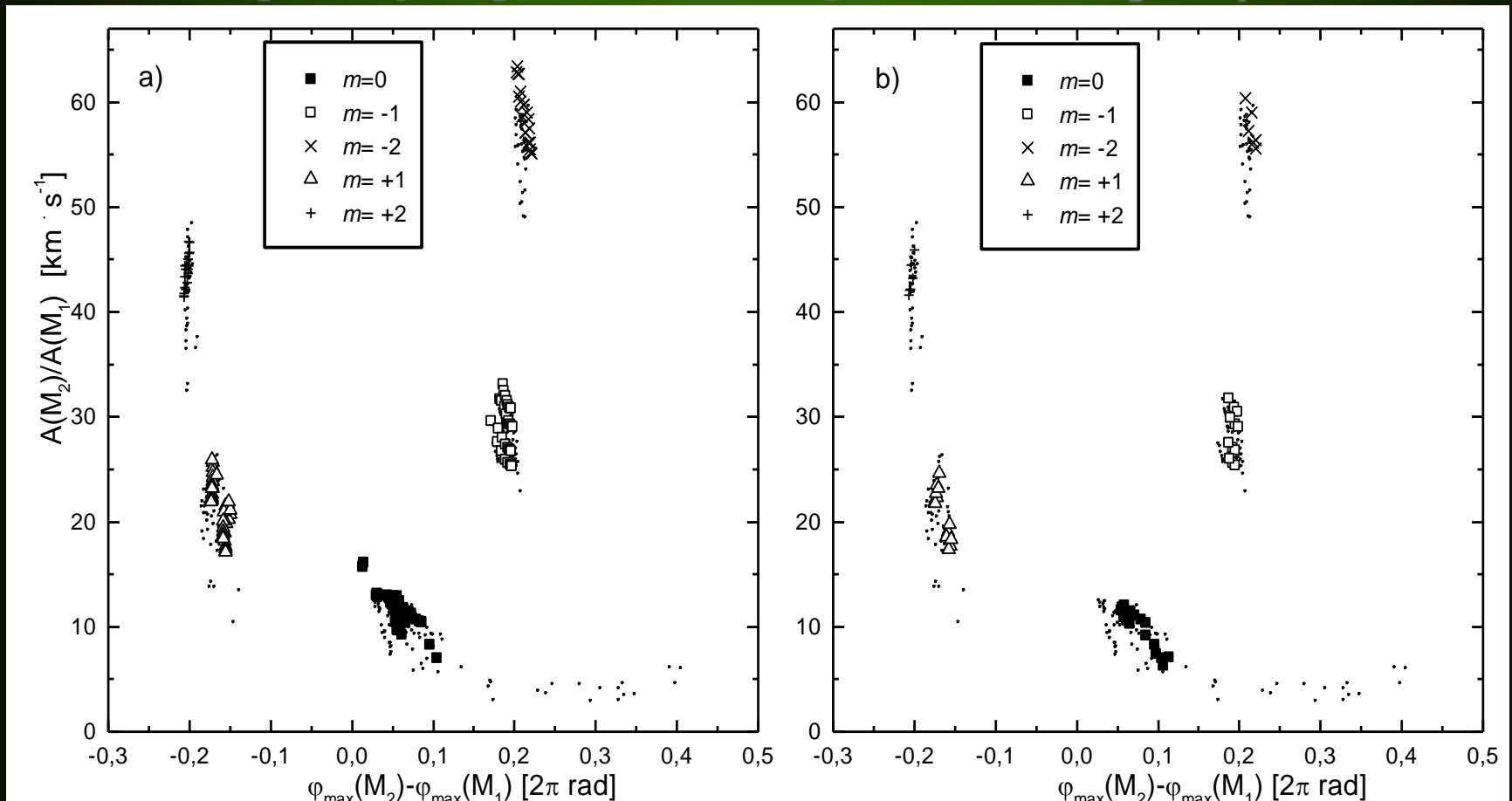


Diagram dla $F(\lambda_0 = 4552.62 \text{ \AA})$ i $F(\lambda_1 = 4553.12 \text{ \AA})$.



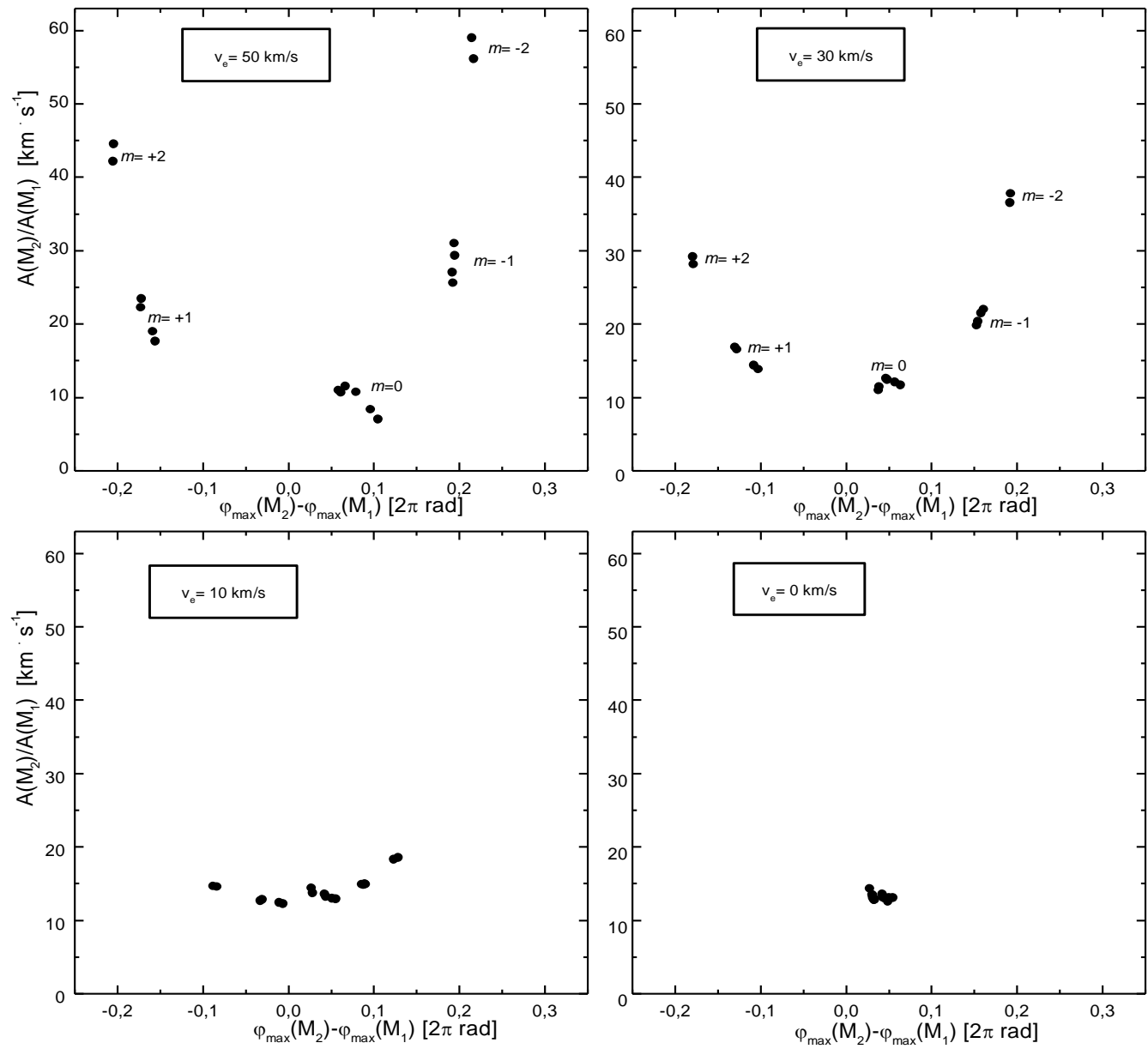
Na diagramach spektroskopowych mody o różnych wartościach m zajmują dobrze rozdzielone obszary.

Efekt kąta inklinacji (panel a) oraz amplitudy pulsacji ε (panel b) na diagramie dla M_2 i M_1 .



Identyfikacja m z tego diagramu nie zależy od kąta inklinacji oraz amplitudy pulsacji ε .

Efekt prędkości rotacji na diagramie dla M_2 i M_1 .



- Z każdego diagramu, niezależnie od ε oraz i możemy powiedzieć czy dany mod jest współ- czy przeciwbieżny
- Z każdego diagramu, niezależnie od ε oraz i możemy powiedzieć czy dany mod jest strefowy czy nie
- Identyfikacja m z diagramu zawierającego charakterystyki M_2 i M_1 nie zależy od inklinacji i amplitudy pulsacji.
- Wszystkie diagramy są bardzo czułe na wartość V_{rot}