

Pulsacje Gwiazdowe
II rok Astronomii (Studia II-go stopnia)
Rok akademicki 2018/2019
Lista nr 3

1. Pokazać, że

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{\rho(\Gamma_3 - 1)} \left(\frac{dp}{dt} - \frac{\Gamma_1 p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right) = c_P \left(\frac{dT}{dt} - \frac{\Gamma_2 - 1}{\Gamma_2} \frac{T}{p} \frac{dp}{dt} \right) = c_V \left(\frac{dT}{dt} - (\Gamma_3 - 1) \frac{T}{\rho} \frac{d\rho}{dt} \right)$$

2. Przekształcić adiabaticzne równania pulsacyjne do równań w zmiennych bezwymiarowych.

3. Pokazać, że jeśli współczynnik $U = 4\pi\rho r^3/M_r$ jest mały to przybliżenie Cowlinga jest dobre.

4. Porównać powierzchniowe wartości przesunięcia horyzontalnego w stosunku do radialnego (ξ_h/ξ_r) dla:

1) 5 min oscylacji słonecznych,

2) 10 min pulsacji białego karła ($M = 0.6M_\odot$, $R = 0.013R_\odot$).

Dlaczego wynik jest tak różny?

Wsk. Skorzystać z odpowiedniego warunku brzegowego.

5. Dlaczego mody g zanikają w warstwie konwekcyjnej ?

6. Pokazać, że wprowadzając zmienne

$$\tilde{\xi} \equiv r^2 \xi_r \exp \left(- \int_0^r \frac{g}{c^2} \right)$$

$$\tilde{\eta} \equiv \frac{p'}{\rho} \exp \left(- \int_0^r \frac{N^2}{g} \right) = \omega^2 r \xi_h \exp \left(- \int_0^r \frac{N^2}{g} \right)$$

równania na liniowe radialne pulsacje adiabaticzne możemy napisać w postaci

$$\frac{d\tilde{\xi}}{dr} = h(r) \frac{r^2}{c^2} \left(\frac{S_\ell^2}{\omega^2} - 1 \right) \tilde{\eta}$$

$$\frac{d\tilde{\eta}}{dr} = \frac{1}{r^2 h(r)} (\omega^2 - N^2) \tilde{\xi}$$

gdzie

$$h(r) \equiv \exp \left[\int_0^r \left(\frac{N^2}{g} - \frac{g}{c^2} \right) dr \right] > 0.$$

7. Pokazać, że częstotliwość Brunta-Väisälä'a można zapisać w następującej postaci

$$N^2 \simeq \frac{g^2 \rho}{p} (\nabla_{\text{ad}} - \nabla + \nabla_\mu), \quad \text{gdzie} \quad \nabla_\mu = \frac{d \ln \mu}{d \ln p}, \quad p = p_{\text{gas}}$$