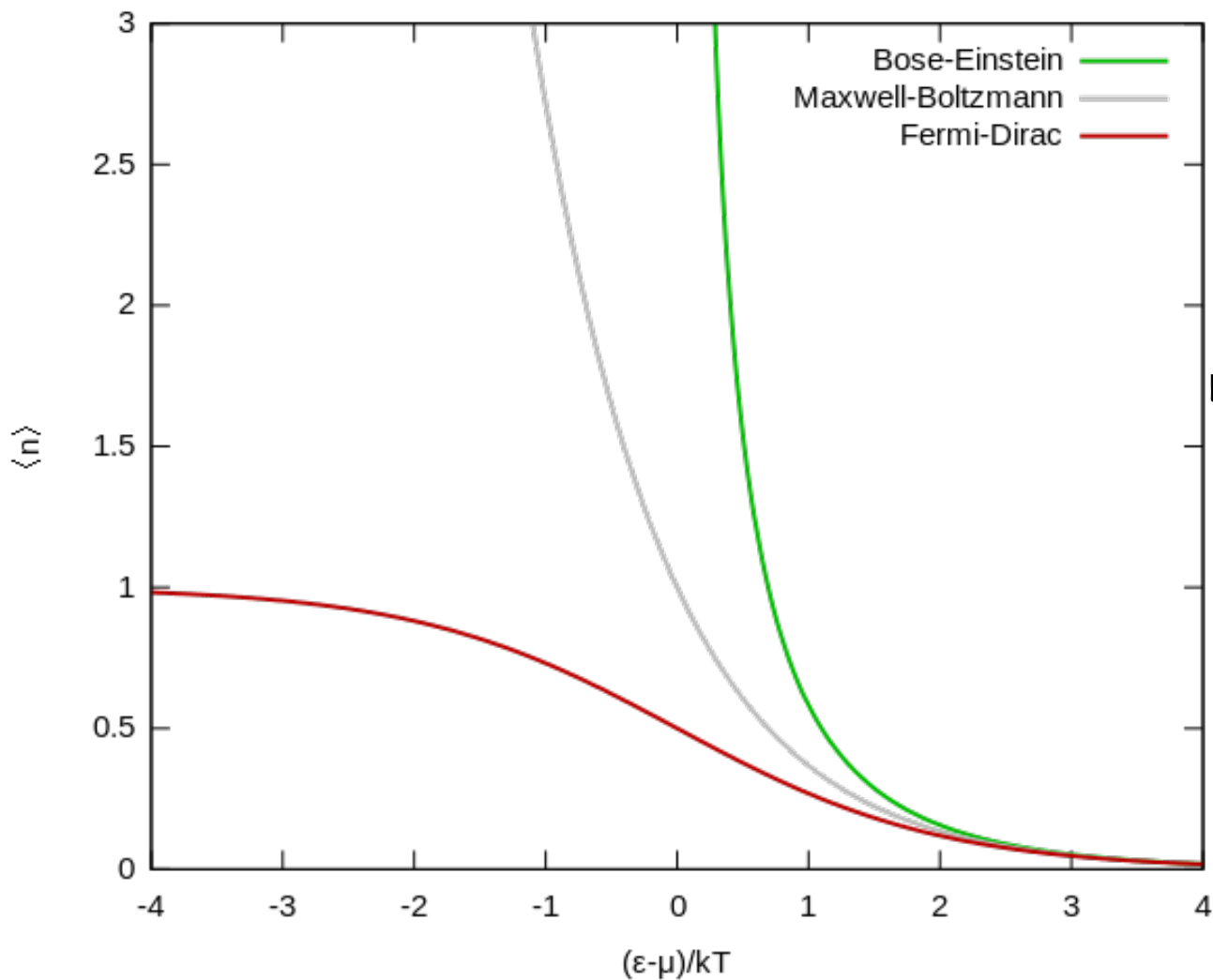


BUDOWA I EWOLUCJA GWIAZD

Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz

Semestr letni, 2018/2019

Porównanie statystyk



$$\sim 1/(e^x - 1)$$

$$\sim e^{-x}$$

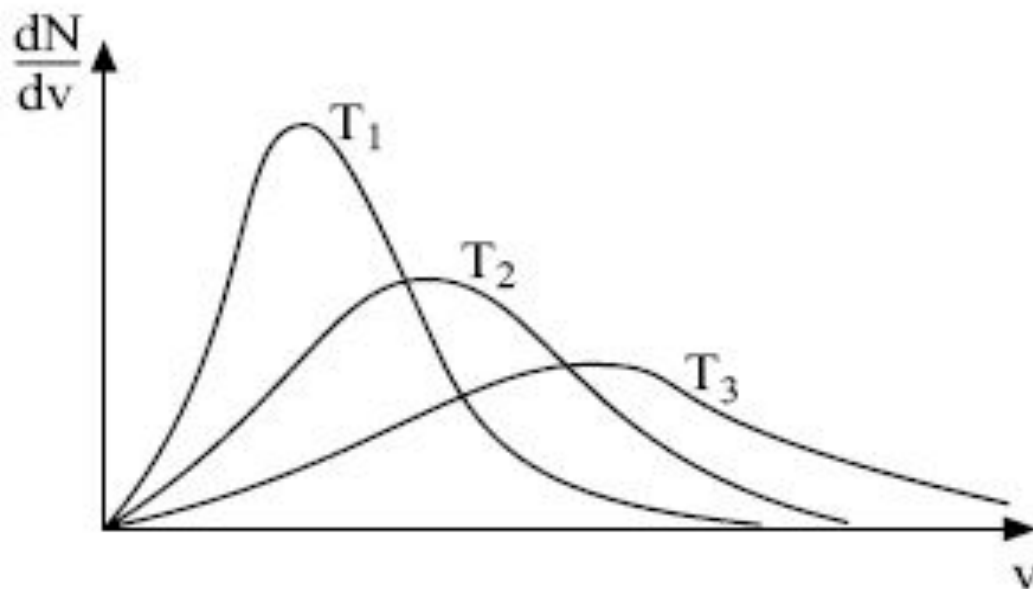
$$\sim 1/(e^x + 1)$$

$$x = (\epsilon - \mu)/kT$$

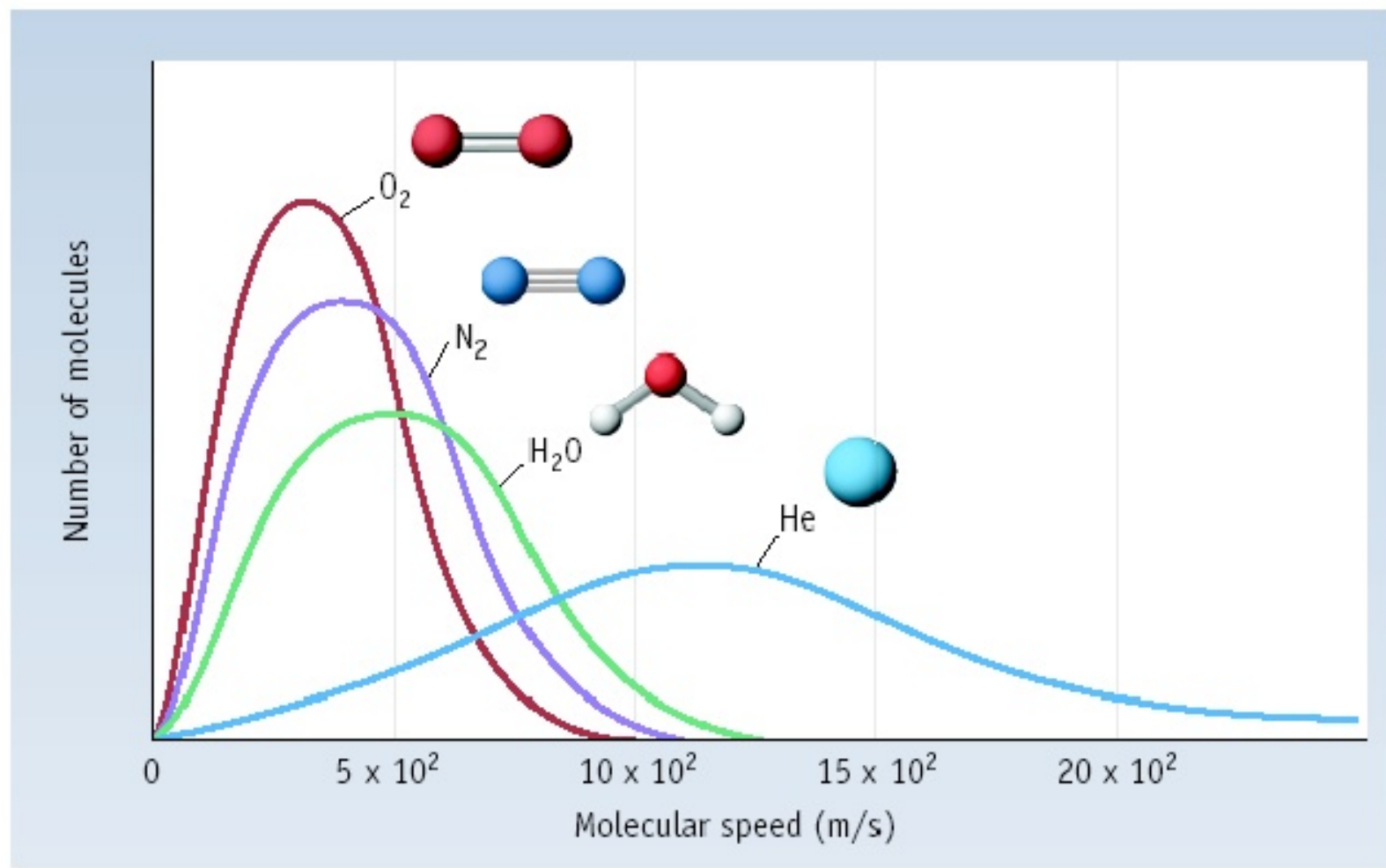
μ - potencjał chemiczny

$$\mu_i = \left(\frac{\partial U}{\partial N_i} \right)_{S, V, N_{j \neq i}}$$

Rozkład Maxwella dla temperatur $T_1 < T_2 < T_3$



Rozkład Maxwella dla różnych cząstek o tej samej T



Ze statystyki Maxwella-Boltzmannna można znaleźć stosunek liczby cząstek gazu klasycznego znajdujących się w dwóch różnych stanach energetycznych

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right)$$

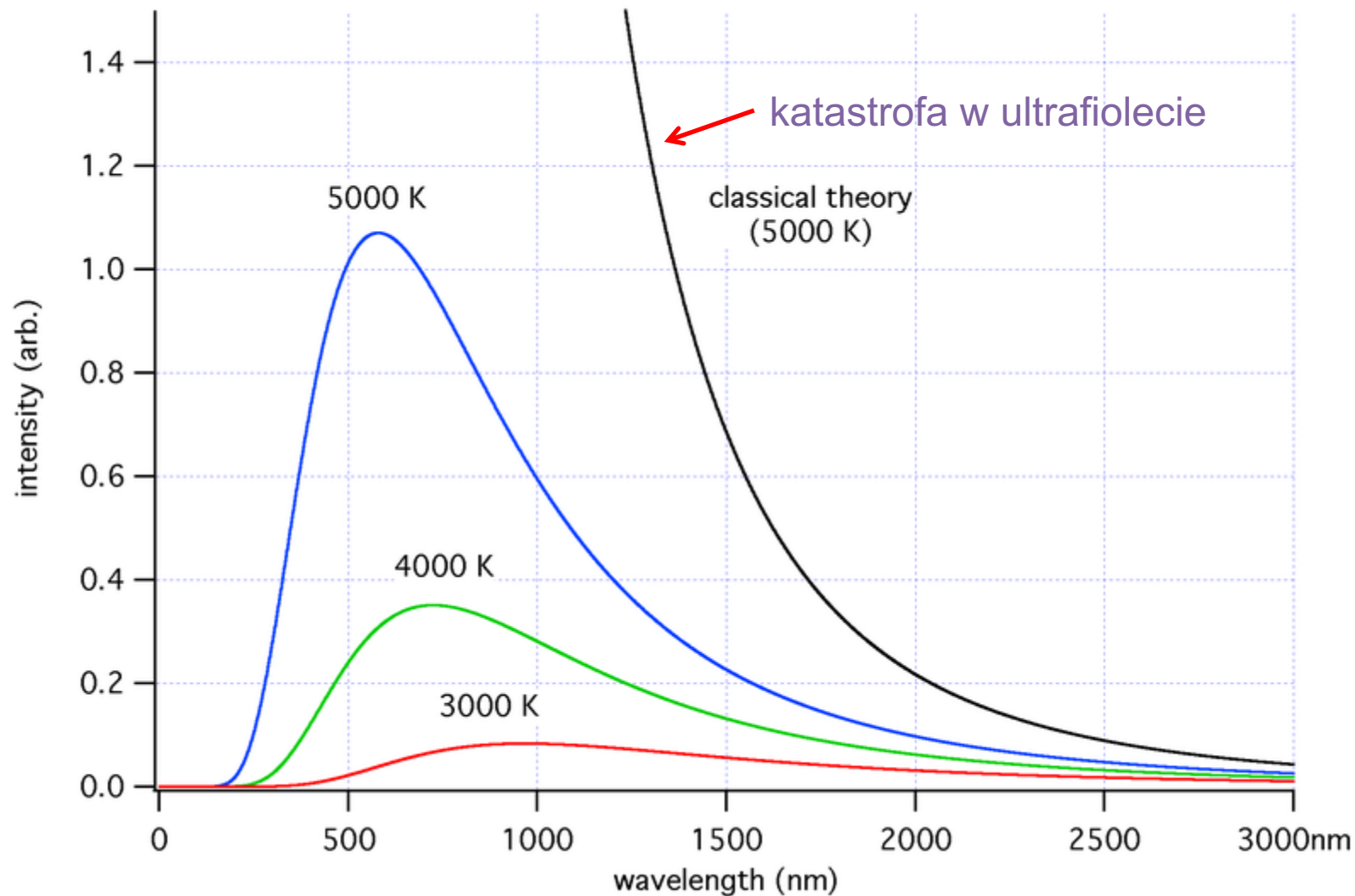
Jest to rozkład Boltzmannna

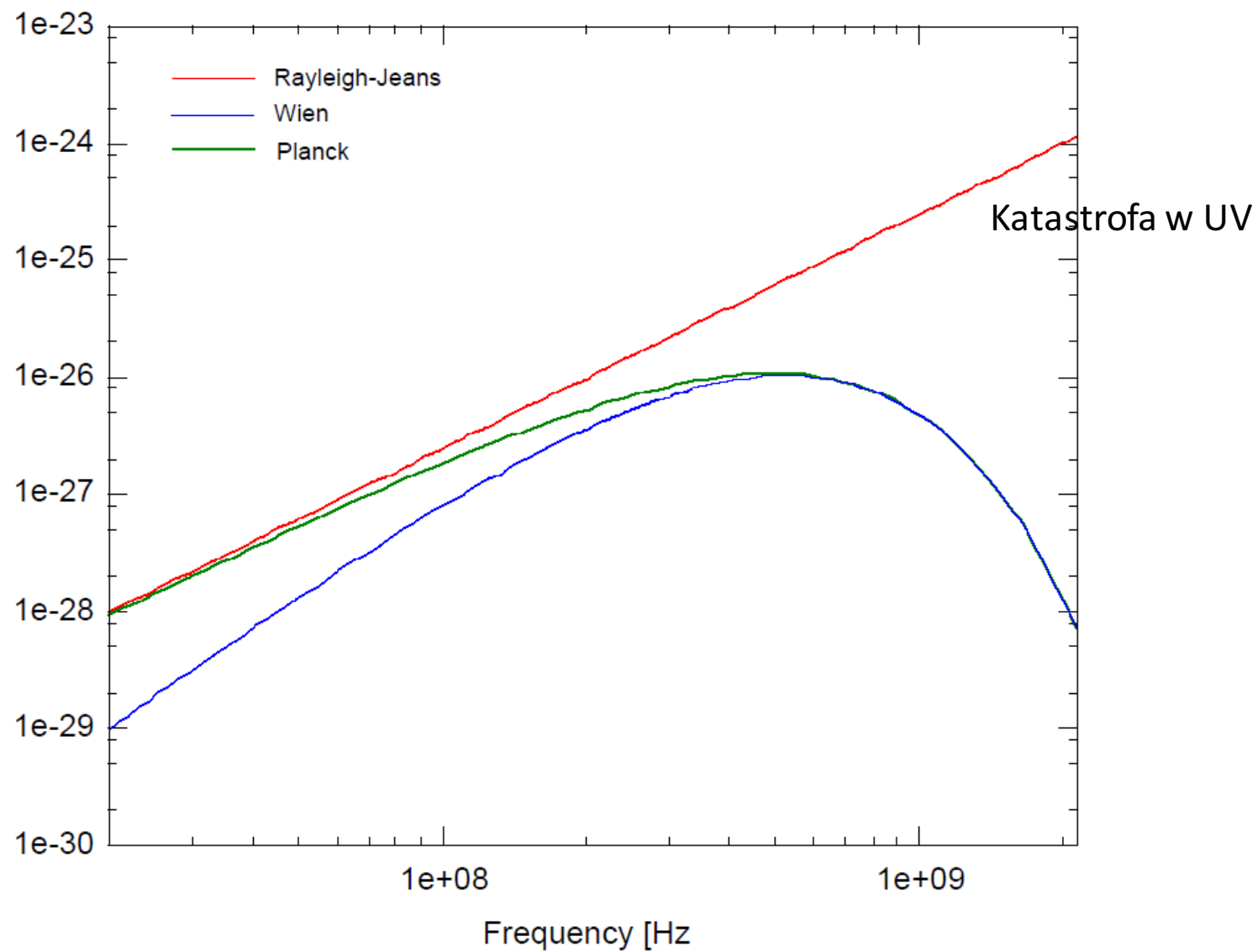
Podobnie stosując statystykę M-B można znaleźć stosunek liczby atomów w dwóch różnych stanach jonizacji

$$\frac{n_{i+1} n_e}{n_i} = \frac{(2\pi m k T)^{1.5}}{h^3} \frac{2g_{i+1}}{g_i} e^{-X/kT}$$

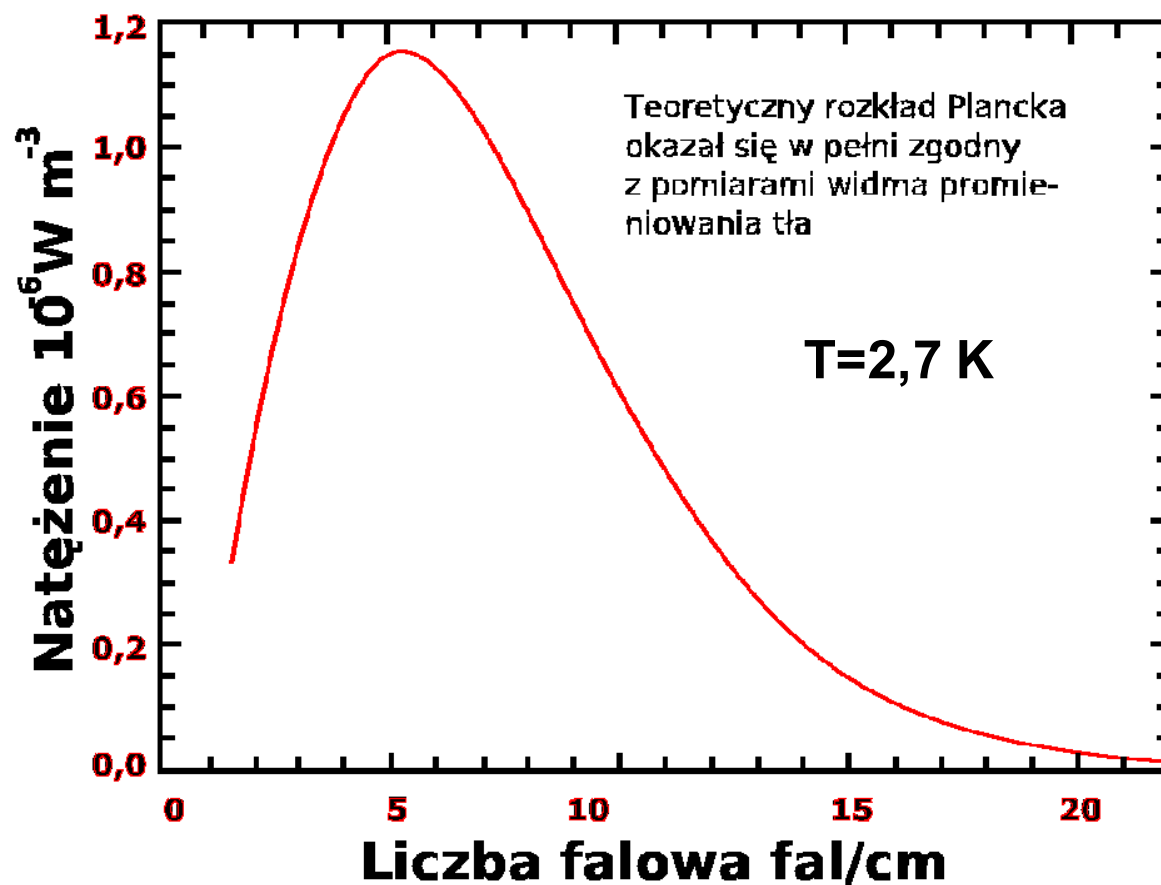
Jest to równanie Sahy

Rozkład Plancka

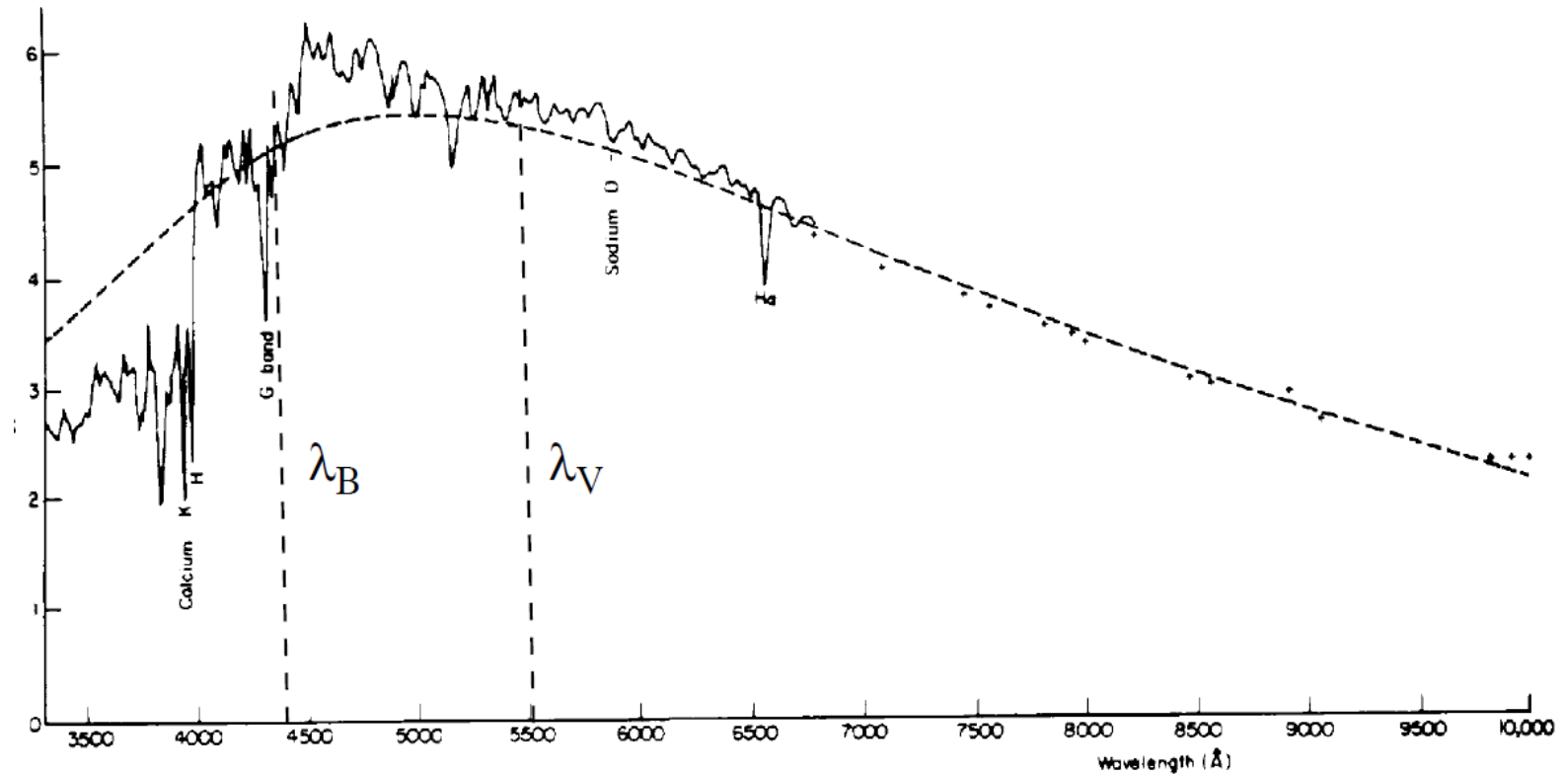




Widmo promieniowania tła uzyskane z satelity COBE



Widmo Słońca w porównaniu z rozkładem dla ciała doskonale czarnego o $T_{\text{eff}} = T_{\text{eff}}(\text{Sun})$

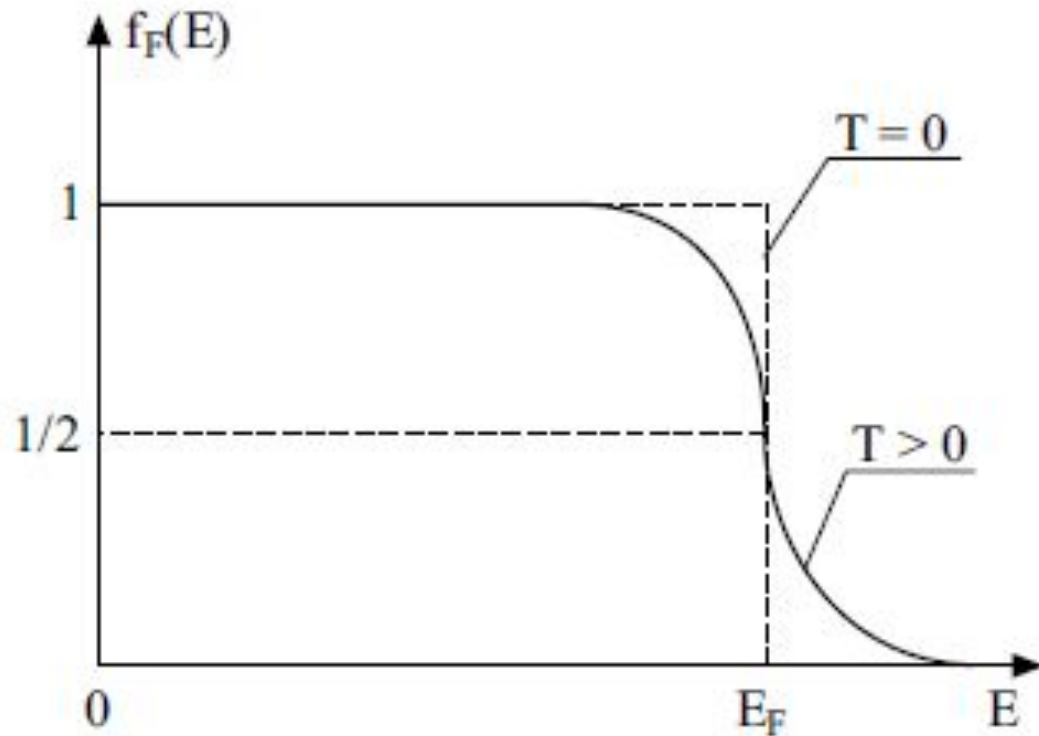


LTE (Local Thermodynamic Equilibrium)

W pewnych warunkach lokalnie materia i promieniowanie dążą do stanu równowagi termodynamicznej.

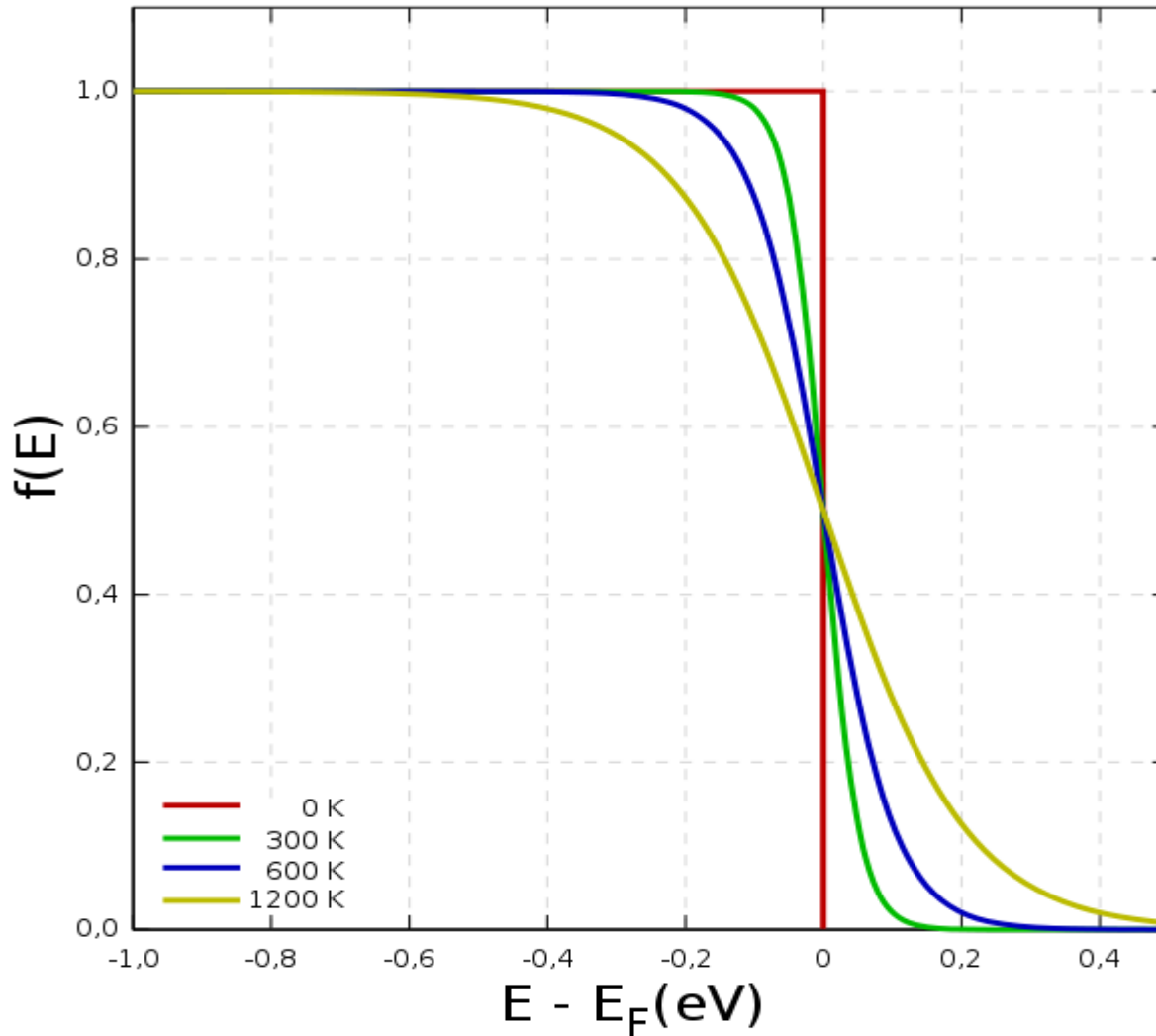
Wówczas pole promieniowania staje się izotropowe i funkcje rozkładów dla cząstek i fotonów są scharakteryzowane przez tę samą wartość **temperatury**.

Rozkład Fermiego-Diraca dla $T=0$ K i $T>0$ K



$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

Rozkład Fermiego-Diraca dla różnych temperatur



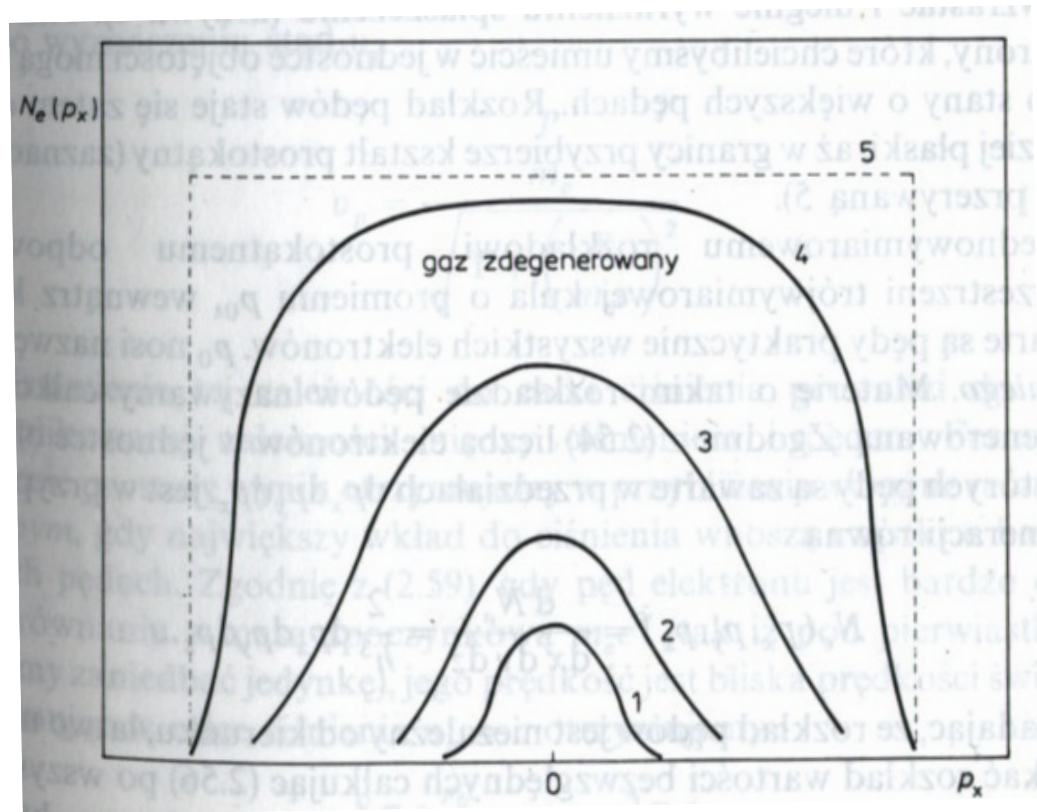
- * Dla dowolnej temperatury prawdopodobieństwo zapełnienia stanu o energii E_F wynosi 0.5 !
- * W $T=0K$ zapełnione są wszystkie stany o energiach niższych od E_F

Przypadki graniczne rozkładu Fermiego-Diraca

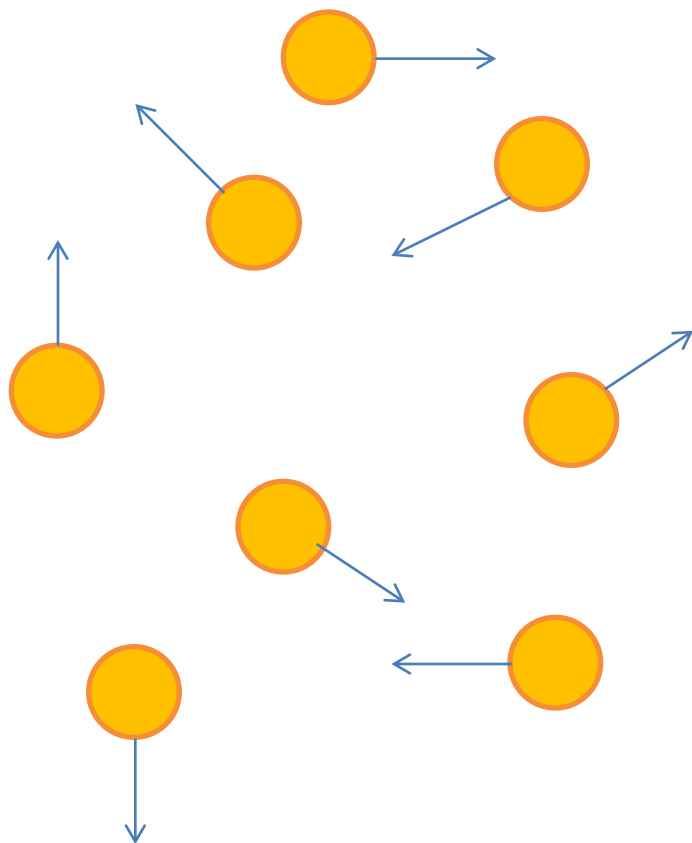
$$\left. \begin{array}{l} E < E_f \\ \frac{E - E_f}{kT} \rightarrow -\infty \end{array} \right\} f(E) = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} E > E_f \\ \frac{E - E_f}{kT} \rightarrow +\infty \end{array} \right\} f(E) = 0$$

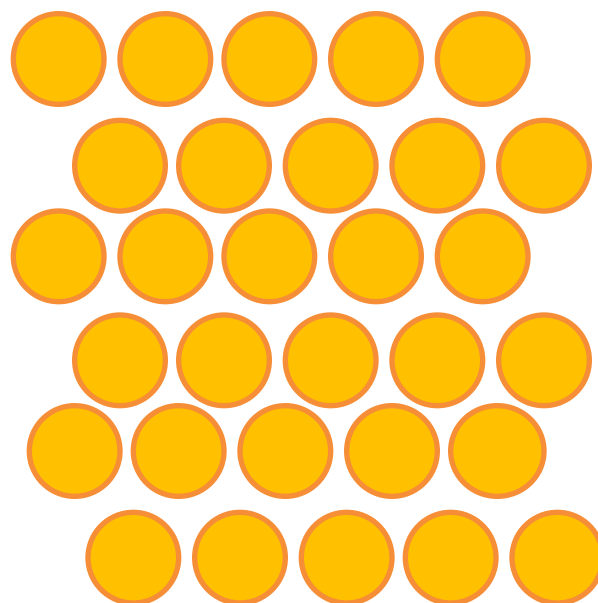
$$\left. \begin{array}{l} E = E_f \\ \frac{E - E_f}{kT} = 0 \end{array} \right\} f(E) = \frac{1}{2}$$



Gaz „normalny”



Gaz zdegenerowany



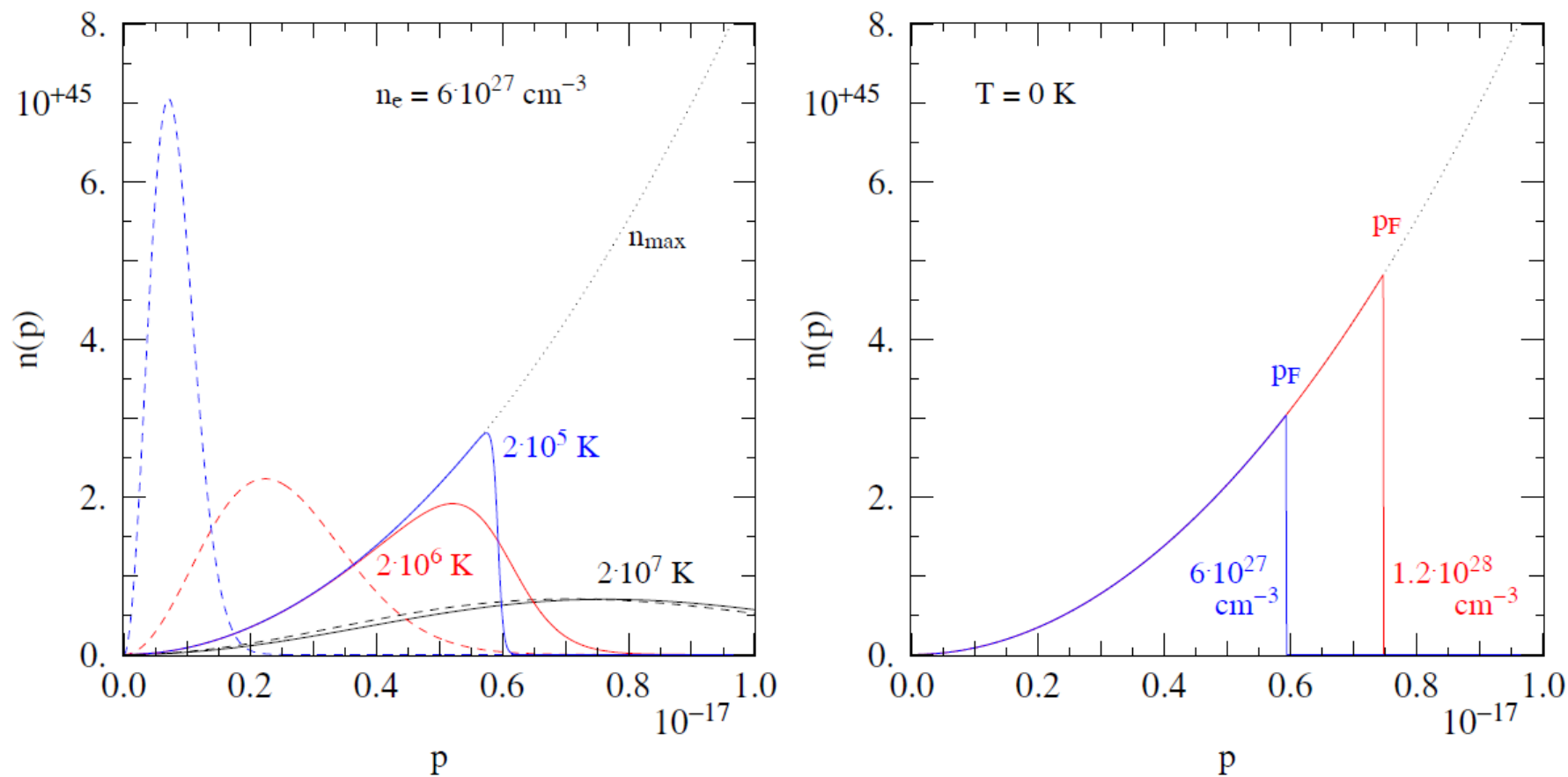
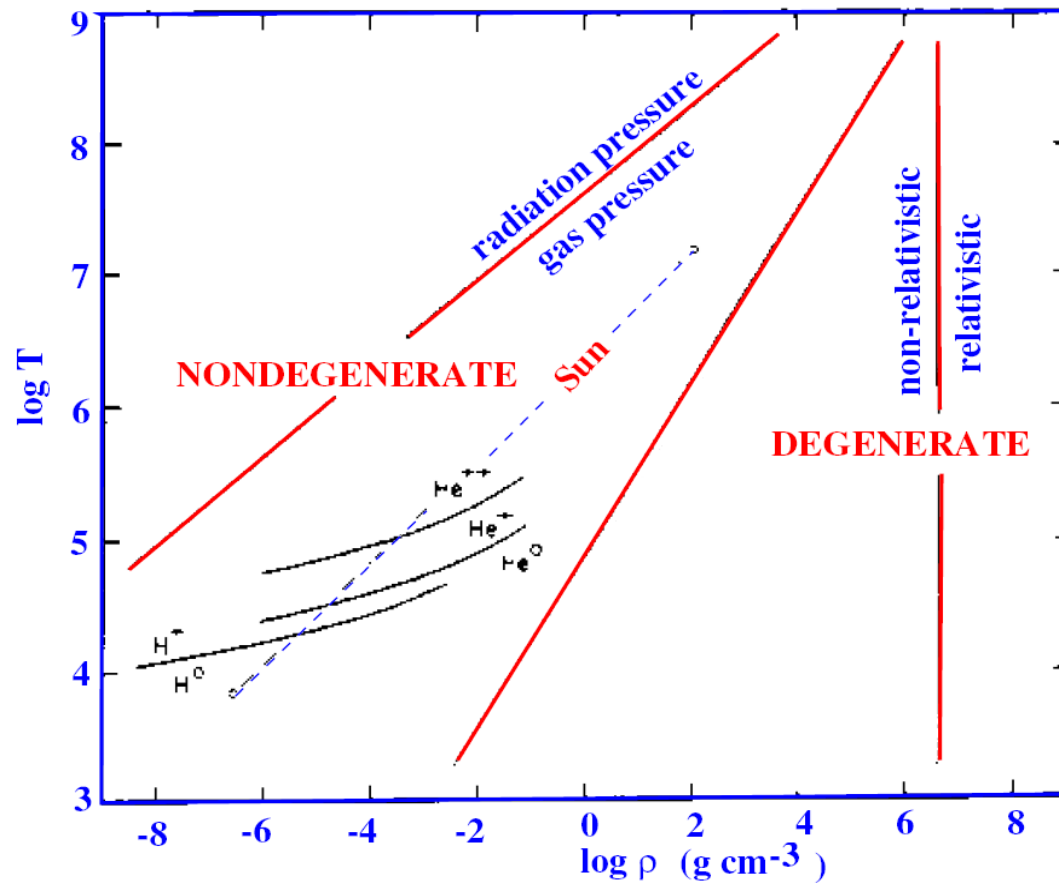
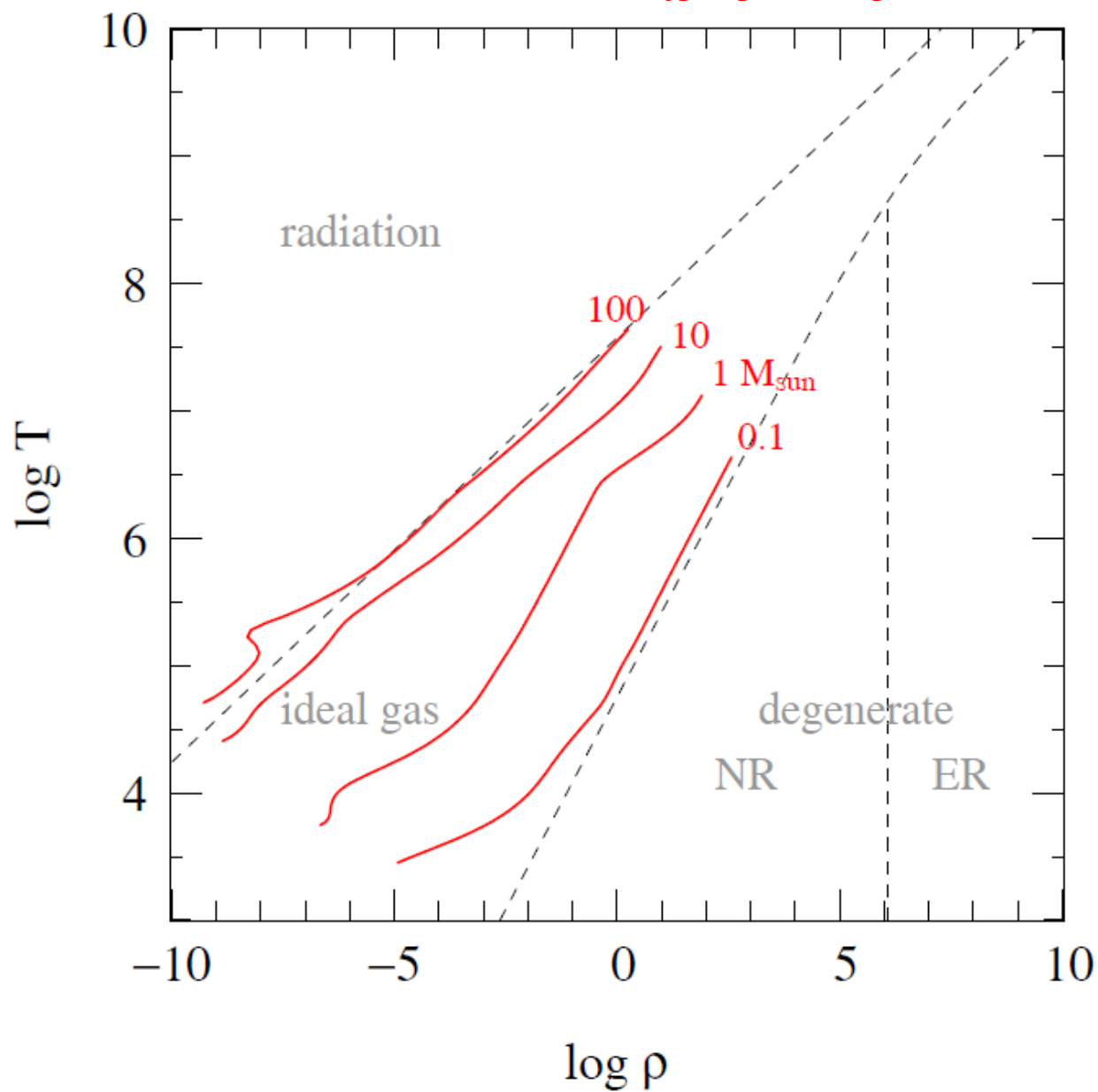


Figure 3.2. (left panel) Electron momentum distributions $n(p)$ for an electron density of $n_e = 6 \times 10^{27} \text{ cm}^{-3}$ (corresponding to $\rho = 2 \times 10^4 \text{ g/cm}^{-3}$ if $\mu_e = 2$), and for three different temperatures: $T = 2 \times 10^7 \text{ K}$ (black lines), $2 \times 10^6 \text{ K}$ (red lines) and $2 \times 10^5 \text{ K}$ (blue lines). The actual distributions, governed by quantum mechanics, are shown as solid lines while the Maxwell-Boltzmann distributions for the same n_e and T values are shown as dashed lines. The dotted line n_{max} is the maximum possible number distribution if all quantum states with momentum p are occupied. (right panel) Distributions in the limit $T = 0$, when all lowest available momenta are fully occupied. The blue line is for the same density as in the left panel, while the red line is for a density two times as high.

Równanie stanu



Jednorodne modele ciągu głównego



nieprzezroczystość materii, κ_ν

średnia droga swobodna dla fotonu o $E=h\nu$

$$\bar{l} = \frac{1}{\kappa_\nu \rho}$$

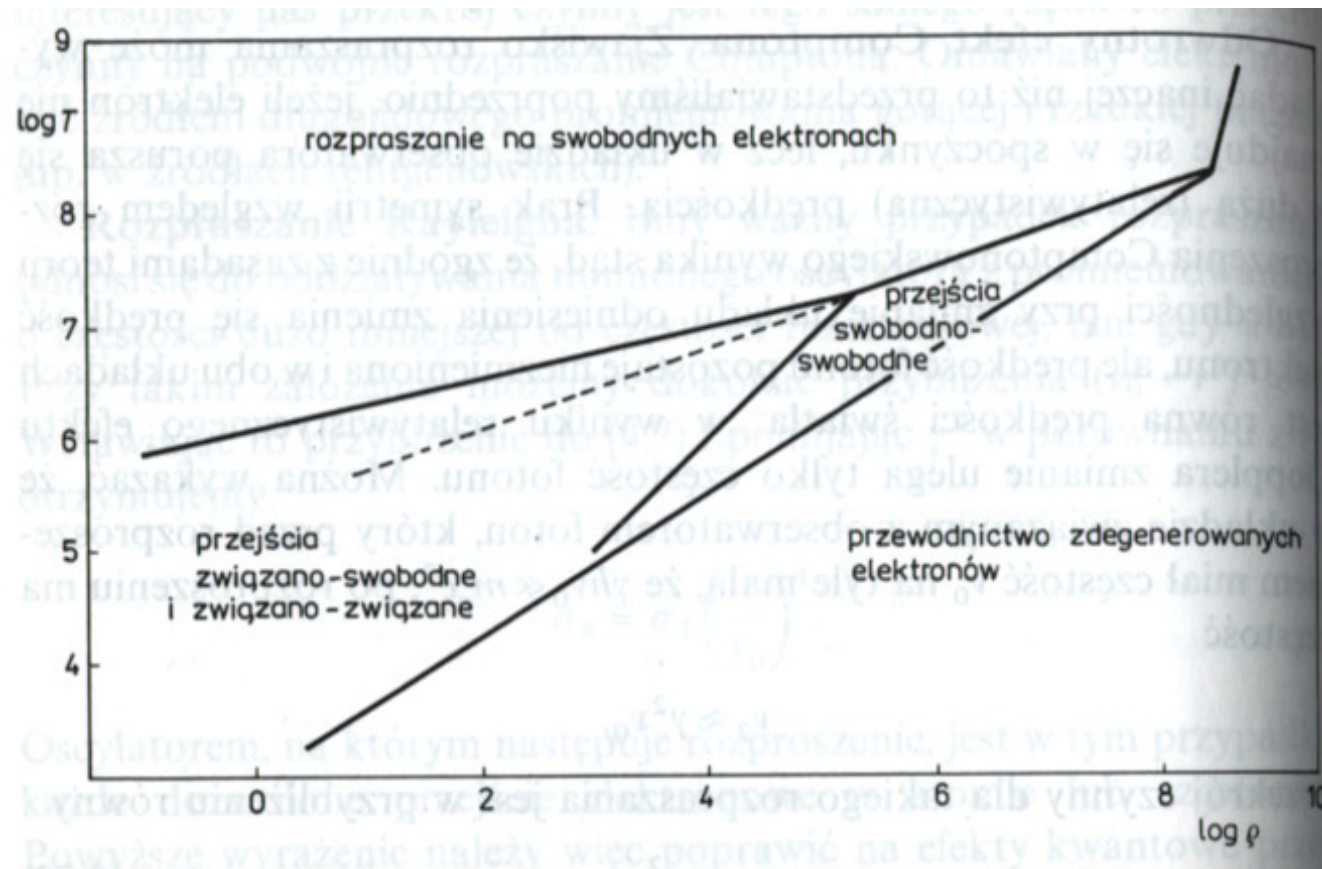
$$\kappa_\nu \rho = \sigma_\nu N$$

$$\kappa_\nu = \sigma_\nu N / \rho \quad [\text{cm}^2 \text{g}^{-1}]$$

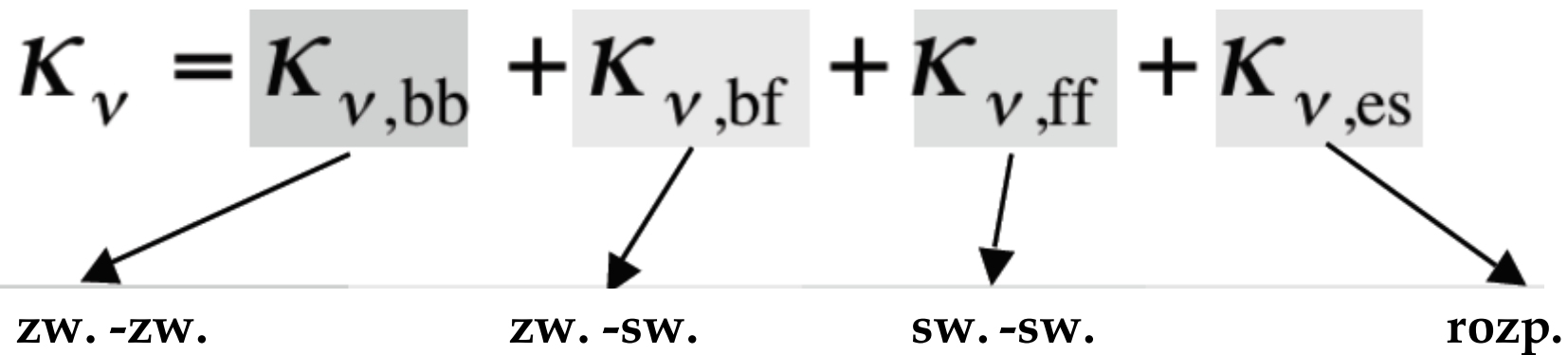
nieprzezroczystość materii, κ , zależy od

- ◆ **temperatury**
- ◆ **gęstości**
- ◆ **składu chemicznego**

nieprzezroczystość determinuje transport energii



Linia przerywana – zakres T i ρ [kg/m³]
dla materii słonecznej,

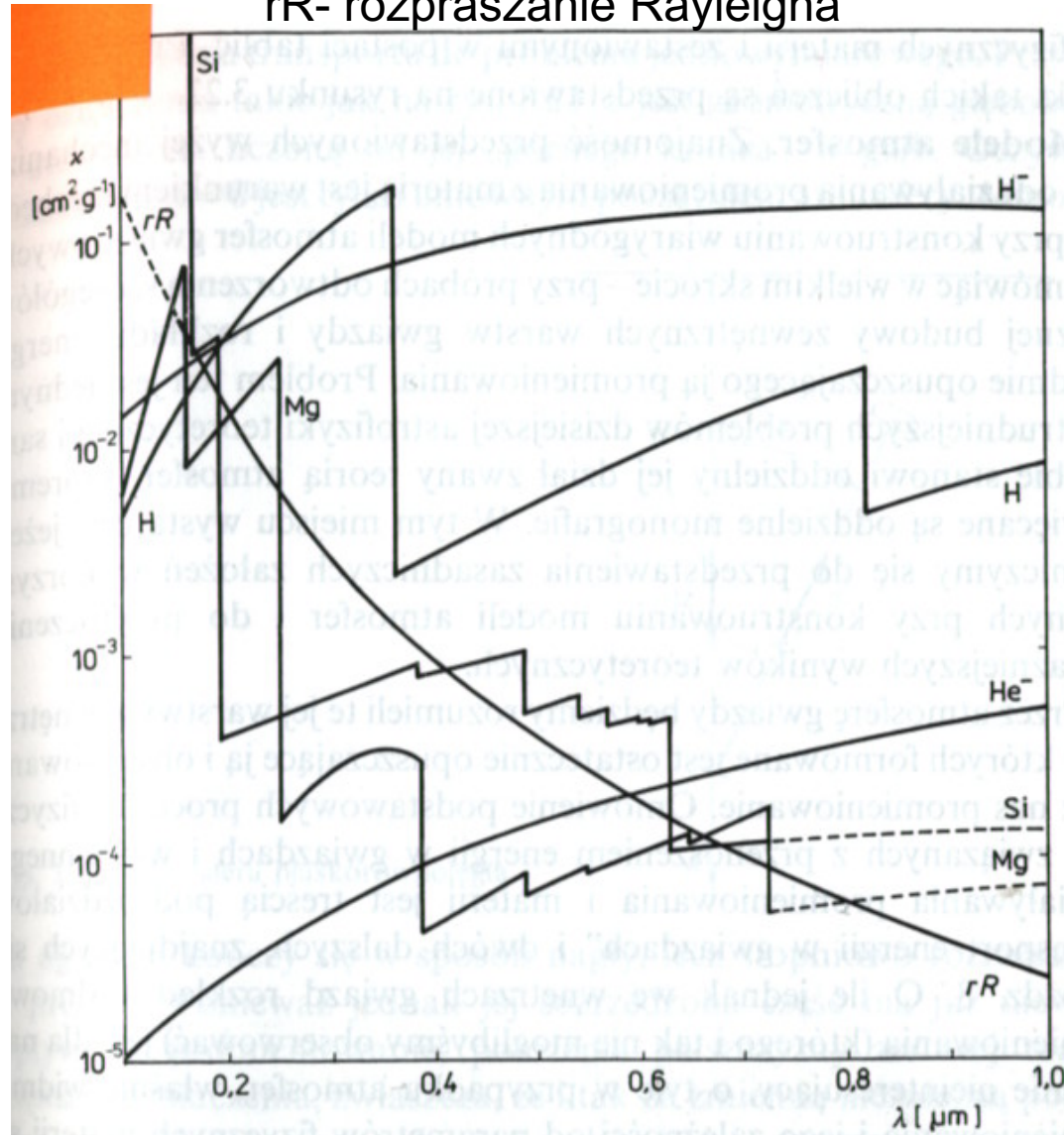
$$K_v = K_{v,bb} + K_{v,bf} + K_{v,ff} + K_{v,es}$$


The diagram illustrates the decomposition of the total stiffness K_v into four components, each represented by a gray box in the equation above. Arrows point from each box to a label below a horizontal line:

- $K_{v,bb}$ points to **ZW. -ZW.**
- $K_{v,bf}$ points to **ZW. -SW.**
- $K_{v,ff}$ points to **SW. -SW.**
- $K_{v,es}$ points to **rozp.**

Wkład różnych atomów do nieprzezroczystości materii słonecznej

rR- rozpraszanie Rayleigha



O nieprzezroczystości w dziedzinie widzialnej decyduje H^- oraz przejścia związane-swoobodne w neutralnych jonach wodoru

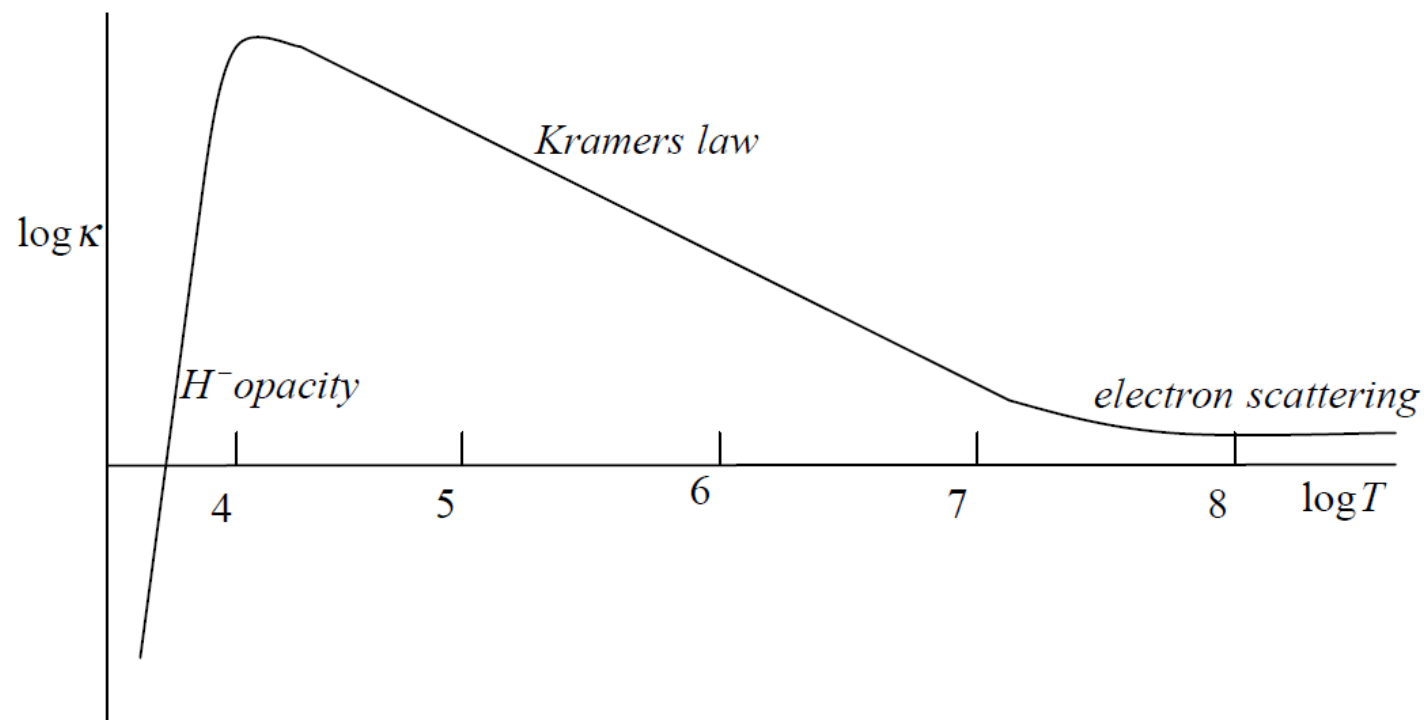
Kubiak 1994

średnia Rosselanda

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} = \frac{\int_0^\infty \frac{1}{\kappa_\nu} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}{\int_0^\infty \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}$$

Jeśli $\kappa \propto \nu^{-n}$ to $\bar{\kappa} \propto T^{-n}$

Taka średnia daje znacznie większy wkład
wysokoenergetycznych fotonów



Wysokie temperatury

$$\kappa = 0.02(1+X) \text{ (rozp. Thomsona)}$$

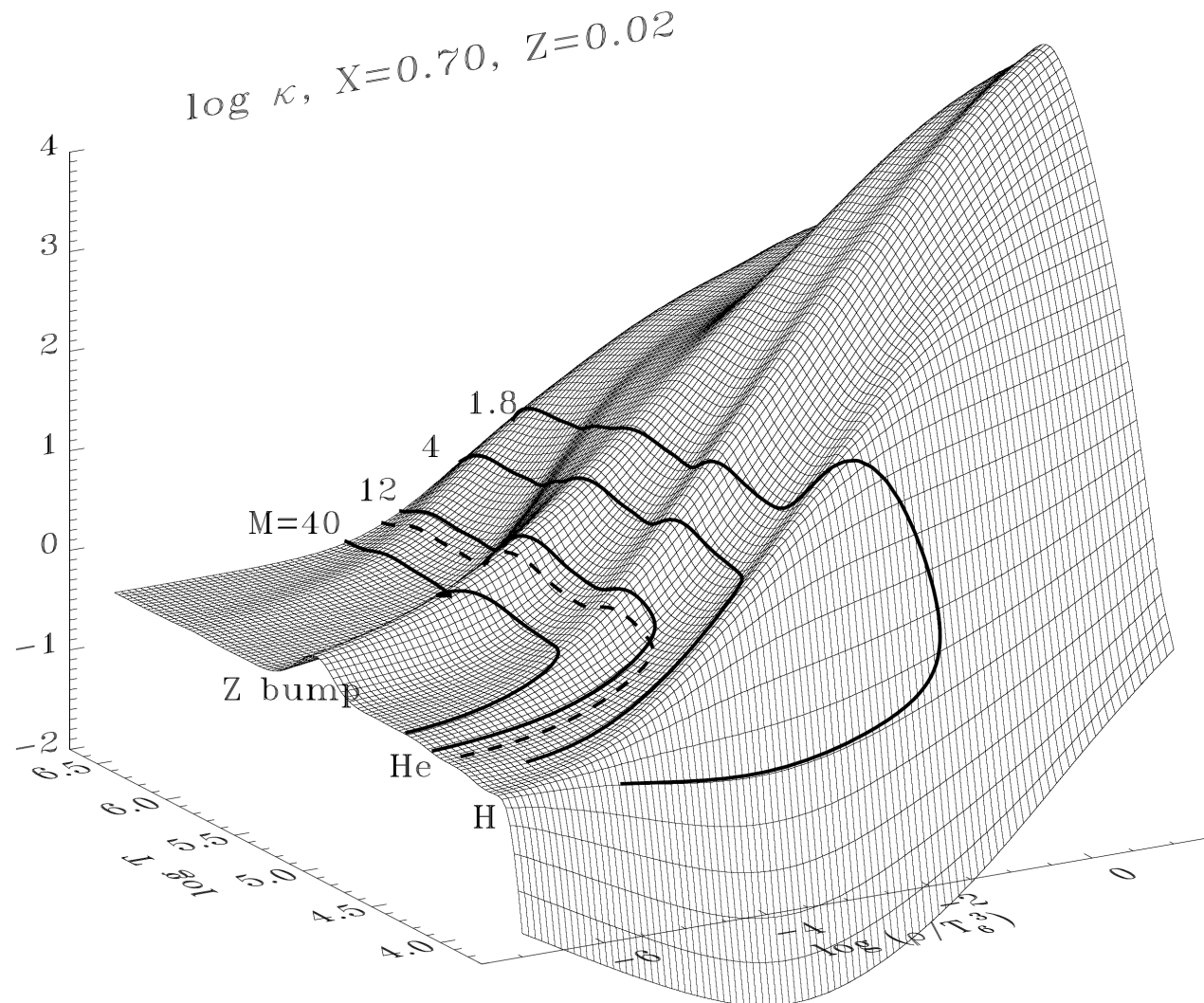
Pośrednie temperatury

$$\kappa = \kappa_1 \rho T^{-3.5} \text{ (wzór Kramersa)}$$

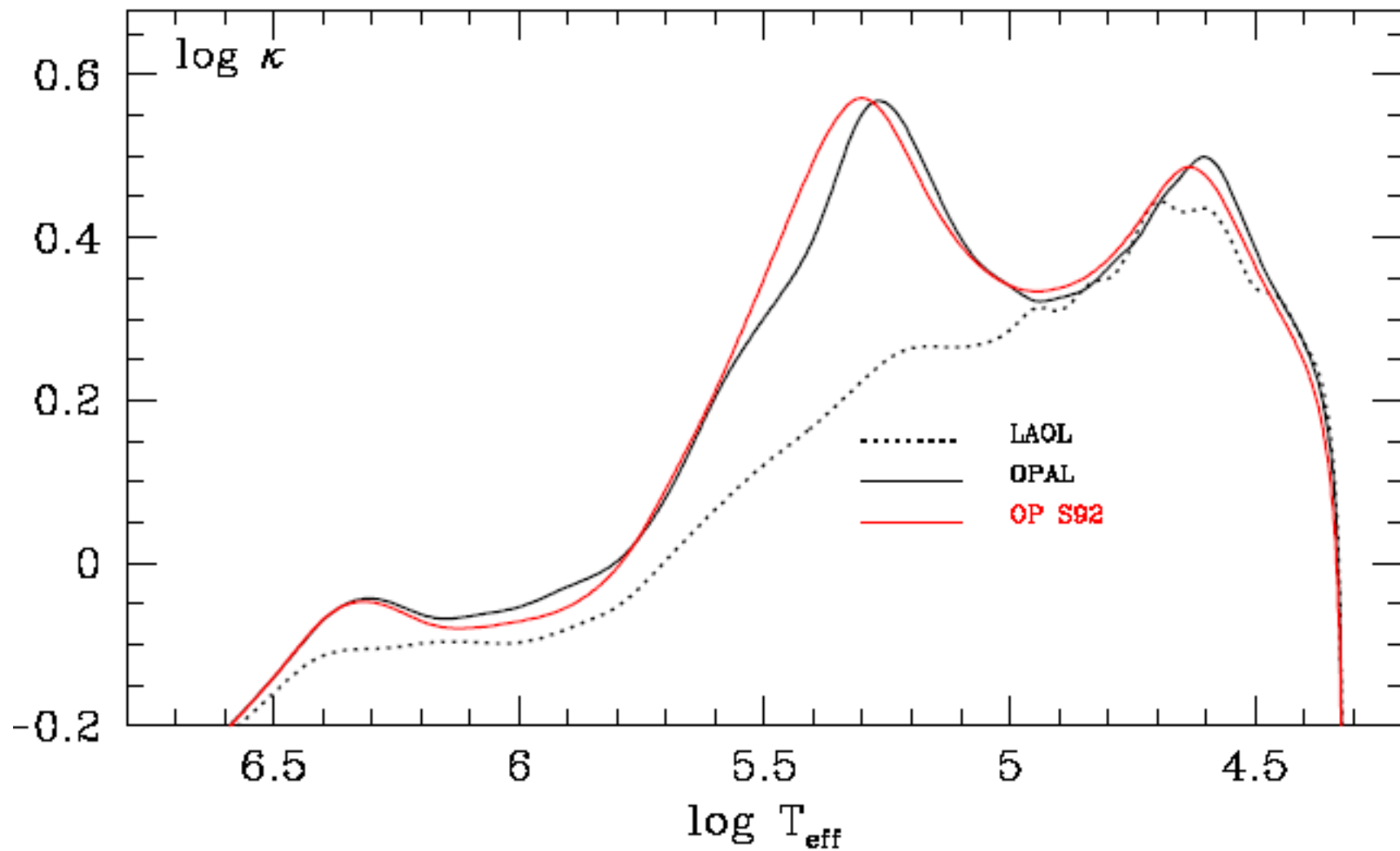
bardzo niskie temperatury

$$\kappa = \kappa_1 \rho^{1/2} T^4$$

Nieprzezroczystość, κ (OPAL), w zależności od $\log T$ i $\log \rho/T_6^3$ ($T_6 = T/10^6$)



„Opacity” wewnątrz modelu $M=12 M_{\odot}$, $X=0.70$, $Z=0.02$:
 OP (Seaton et al.) vs. OPAL (Livermore) vs. LAOL (Los Alamos)



OPAL 1996

Iglesias & Rogers

<http://opalopacity.llnl.gov/>

<http://adg.llnl.gov/Research/OPAL/opal.html>

OP 2005

Seaton i in.

<http://opacities.osc.edu/>

Low Temperature Rosseland Opacities

Aleksander & Ferguson 2005

<http://webs.wichita.edu/physics/opacity/>

OPLIB (nowe Los Alamos)

Colgan i in. 2013, 2015

REAKCJE JĄDROWE

we wnętrzach gwiazd



Energia wiązania na jeden nukleon

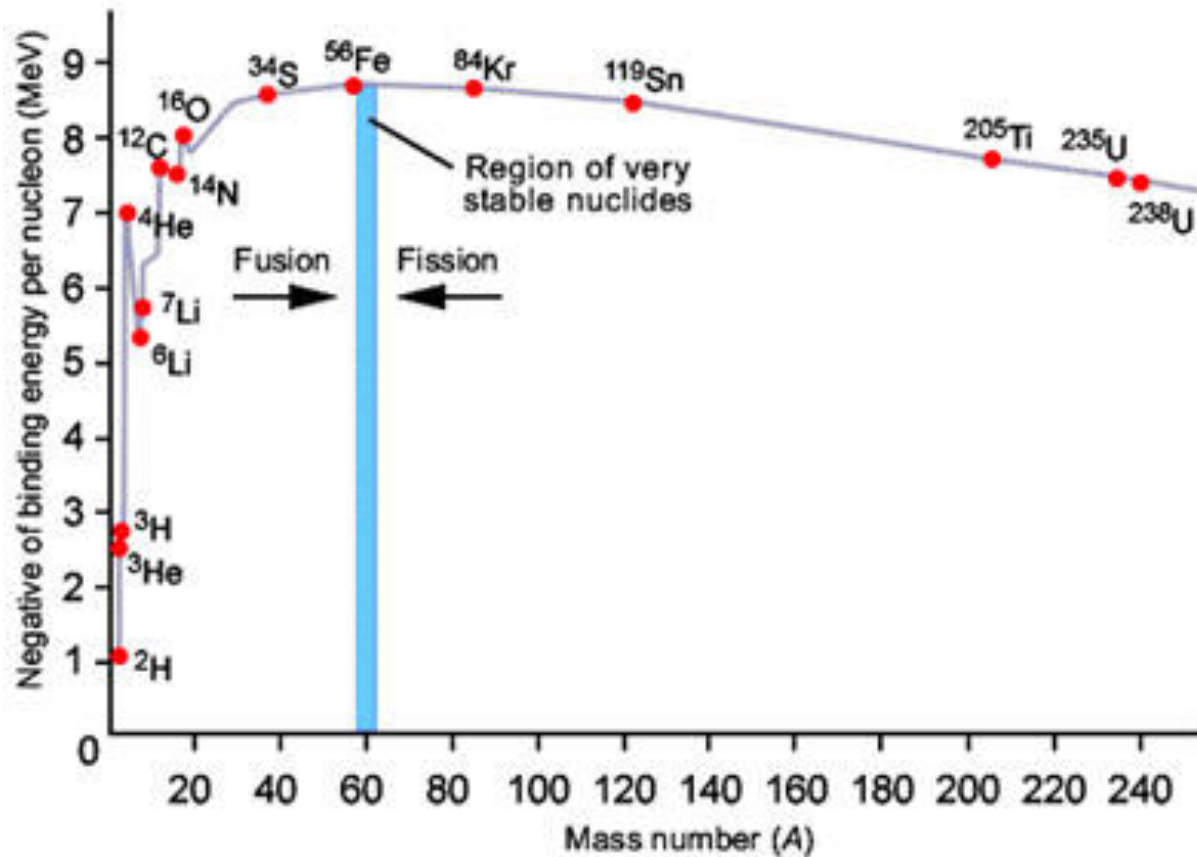
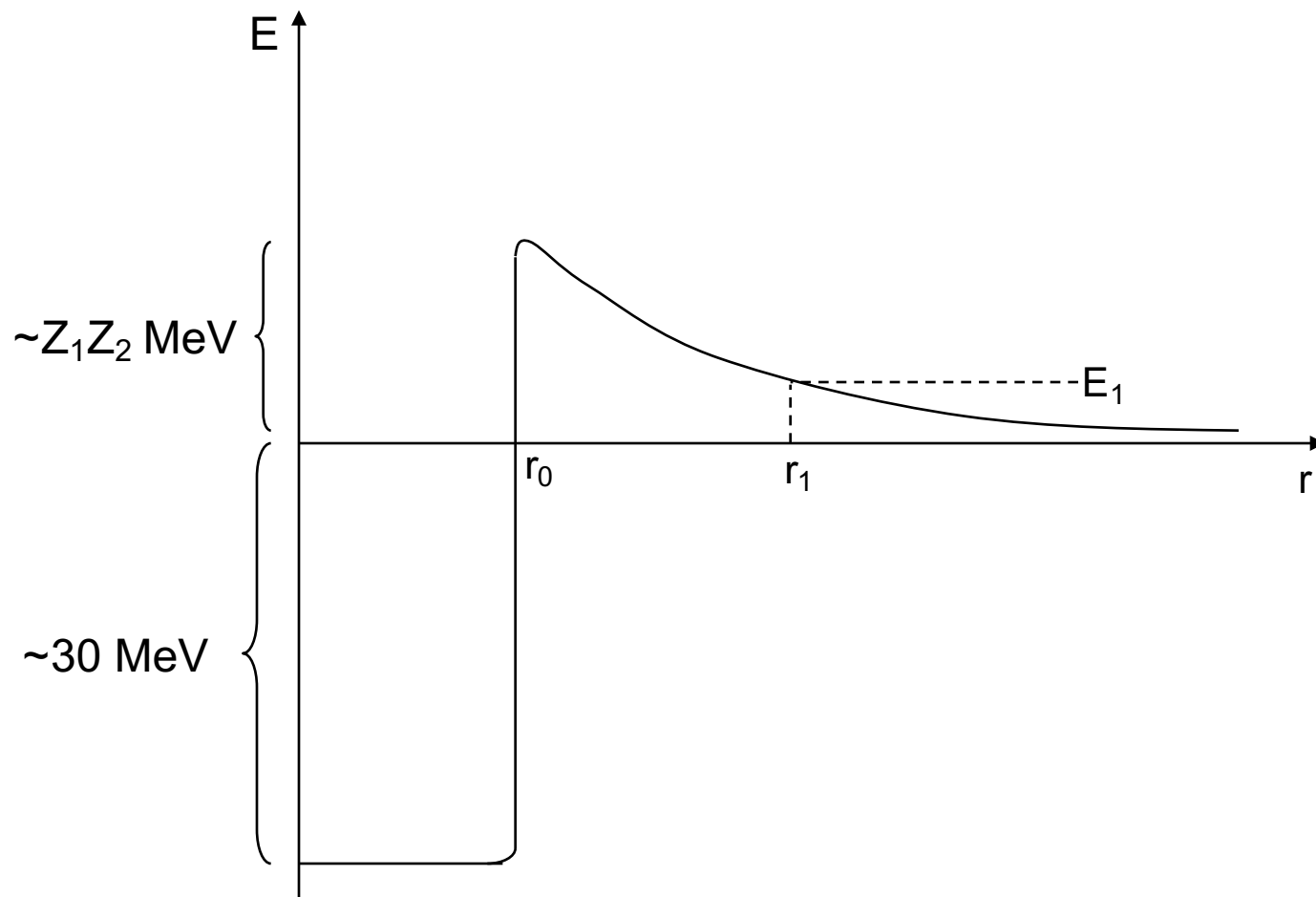


Tabela 8.1. Wartości nadwyżek masy ΔM w MeV dla kilku pierwiastków ważnych z punktu widzenia reakcji jądrowych przebiegających w gwiazdach

Z	jądro	A	ΔM	Z	jądro	A	ΔM	Z	jądro	A	ΔM
0	n	1	8,071	5	B	9	12,418	9	F	16	10,904
1	H	1	7,289			10	12,052	17		17	1,951
	D	2	13,136			11	8,668	18		18	0,872
	T	3	14,950			12	13,370	19		19	-1,486
	H	4	28,220			13	16,562	20		20	-0,012
		5	31,090	6	C	9	28,990	21		21	-0,046
2	He	3	14,931			10	15,658	10	Ne	18	5,319
		4	2,425			11	10,648	19		19	1,752
		5	11,454			12	0	20		20	-7,042
		6	17,598			13	3,125	21		21	-5,730
		7	26,030			14	3,020	22		22	-8,025
		8	32,000			15	9,873	23		23	-5,148
3	Li	5	11,679	7	N	12	17,364	24		24	-5,949
		6	14,088			13	5,345	11	Na	20	8,280
		7	14,907			14	2,864	21		21	-2,185
		8	20,946			15	0,100	22		22	-5,182
		9	24,965			16	5,685	23		23	-9,528
4	Be	6	18,376			17	7,871	24		24	-8,418
		7	15,769	8	O	14	8,008	25		25	-9,356
		8	4,944			15	2,860	26		26	-7,690
		9	11,351			16	-4,737	12	Mg	22	-0,140
		10	12,607			17	-0,808	23		23	-5,472
		11	20,181			18	-0,782	24		24	13,033
5	B	7	27,990			19	3,333	25		25	-13,191
		8	22,923			20	3,799	26		26	-16,214

$$\Delta m = m - m_u(Z + N) \text{ - nadwyżka masy}$$



Tempo reakcji jądrowych

$$\tilde{r}_{ij} = n_i n_j v \sigma, \quad [\text{s}^{-1} \text{cm}^{-3}]$$

$$\sigma(E) \equiv \frac{S(E)}{E} \exp \left(-\frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} \right)$$

$$\sigma(E) \equiv \frac{S(E)}{E} \exp \left(-b E^{-1/2} \right),$$

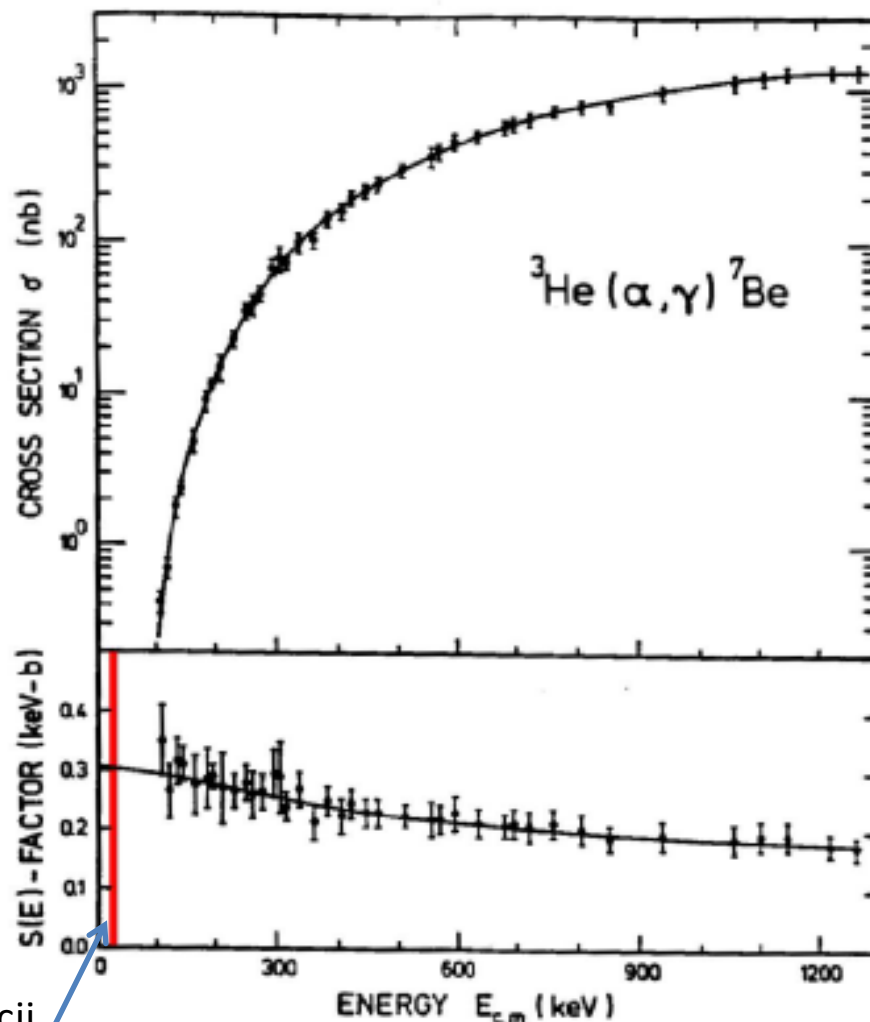
$$b = 31.291 Z_1 Z_2 \mathcal{A}^{1/2} \text{ keV}^{1/2}.$$

S(E) – (astrofizyczny) czynnik S

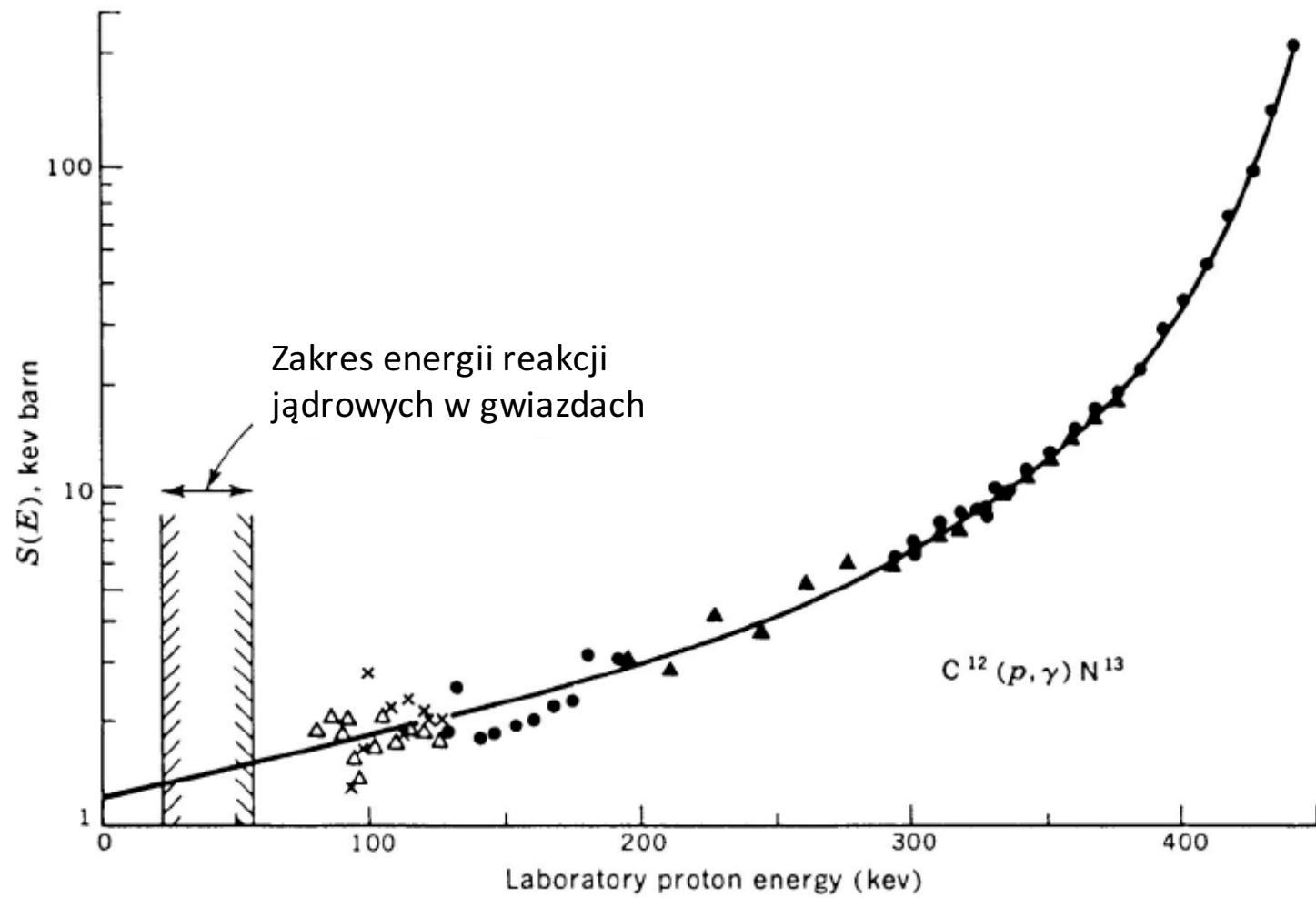
$S(E)$ – (astrofizyczny) czynnik S

- wolnozmienna funkcji E (σ - szybkozmienna)
- zawiera informację w własnościach jądrowych
- można ekstrapolować z pomiarów przy dużych E

Zależność przekroju czynnego i czynnika $S(E)$ od energii dla reakcji ${}^3\text{He}+{}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be}+\gamma$



energie reakcji
jądrowych w gwiazdach



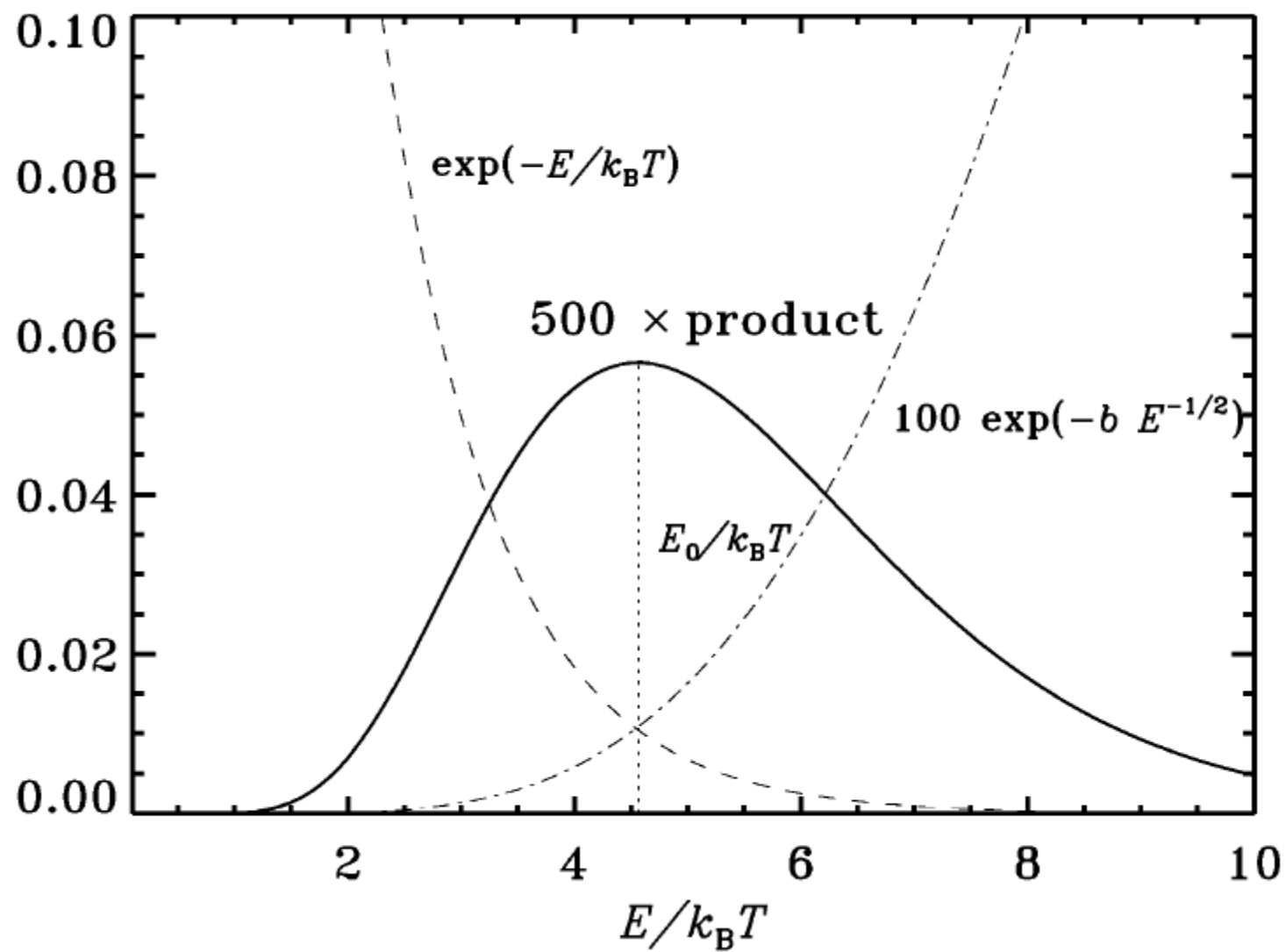
1 barn = 10^{-28} m²

Tempo reakcji jądrowych

$$\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{m\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty S(E) \exp \left(-\frac{E}{k_B T} - \frac{b}{E^{1/2}} \right) dE .$$

$\exp(-bE^{-1/2})$ **wzrost $\langle \sigma v \rangle$ z E (efekt tunelowy)**

$\exp(-E/k_B T)$ **spadek $\langle \sigma v \rangle$ z E (rozkład Maxwella)**



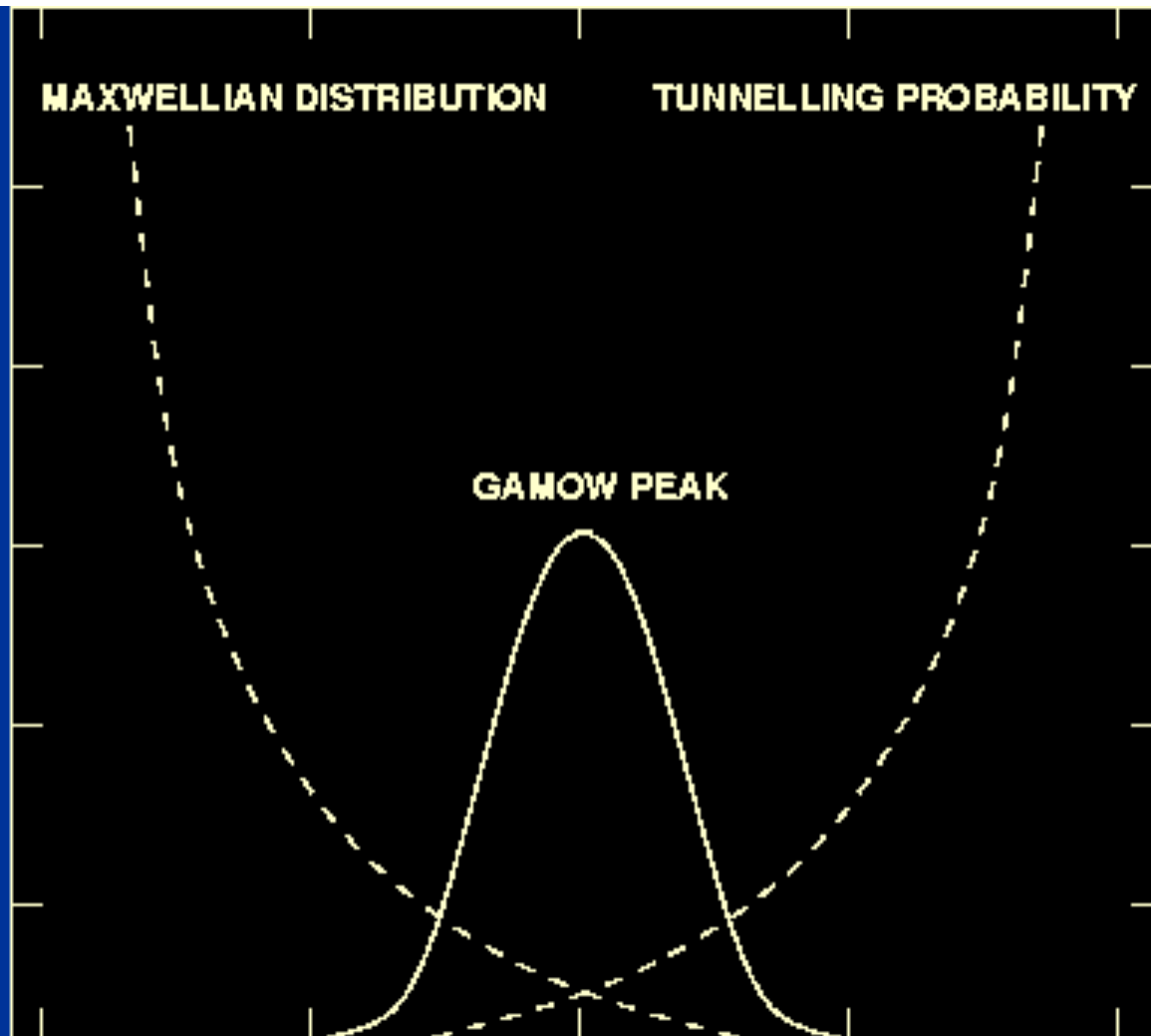
FUSION PROBABILITY

MAXWELLIAN DISTRIBUTION

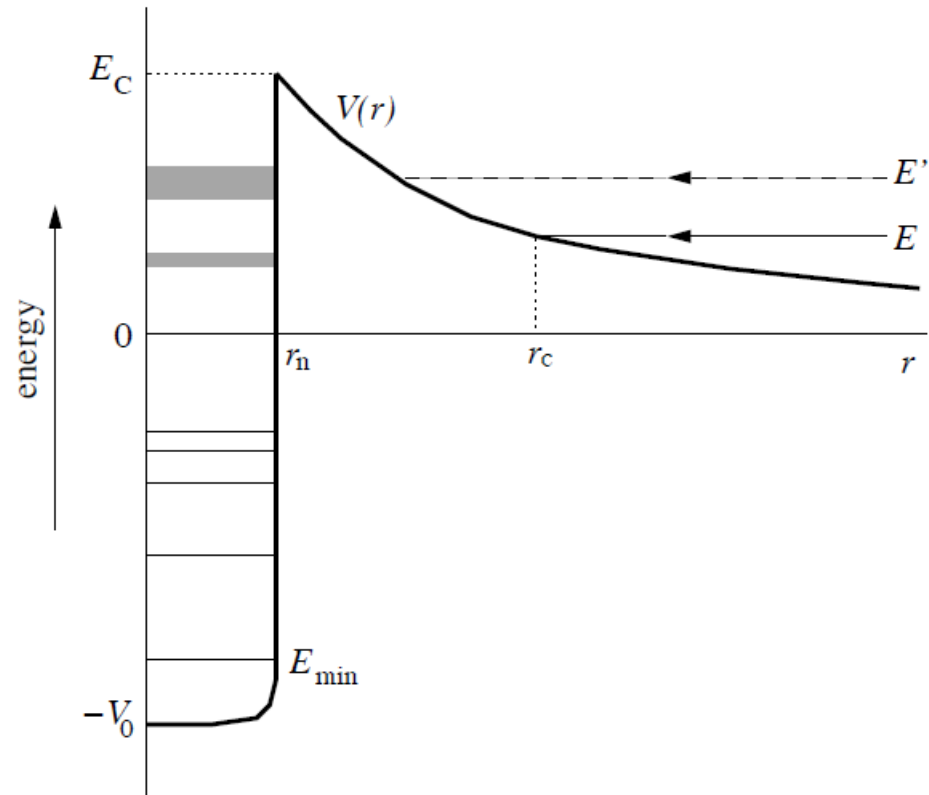
TUNNELLING PROBABILITY

GAMOW PEAK

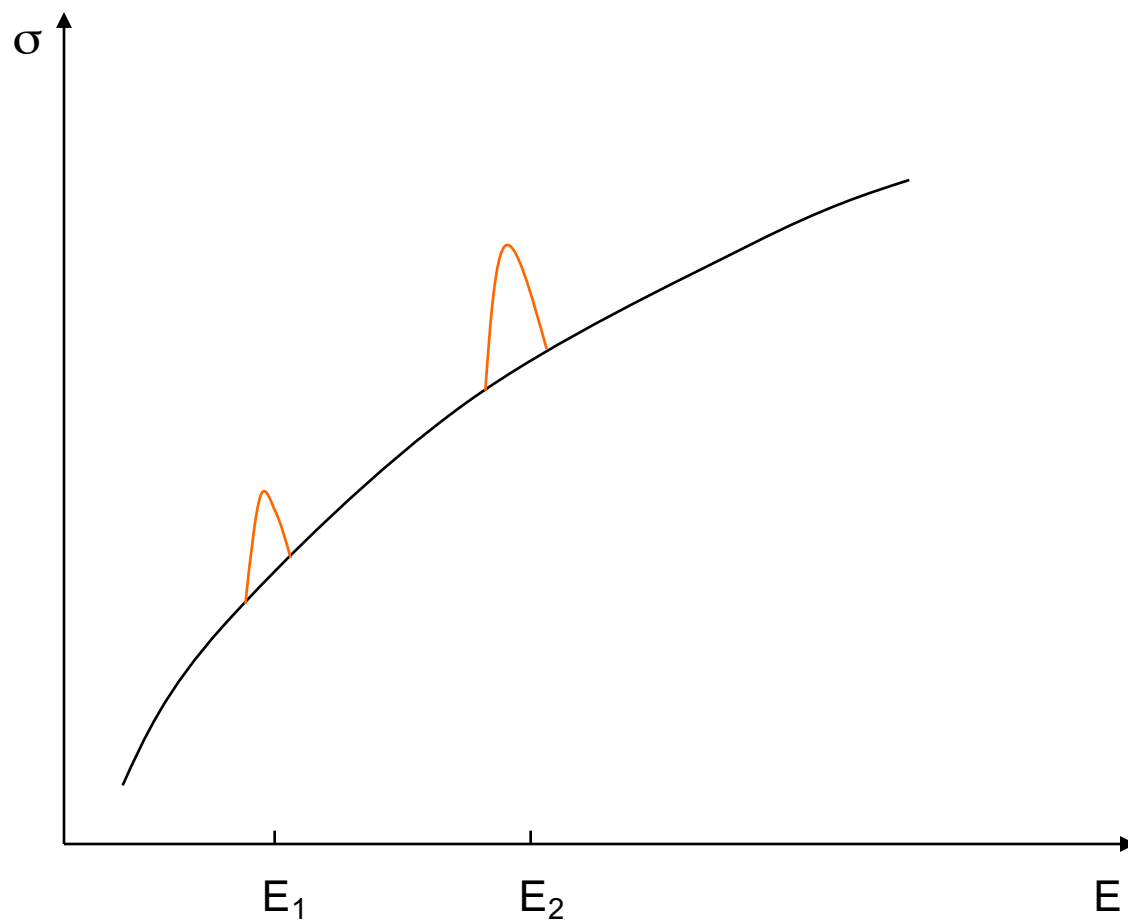
ENERGY



Reakcje rezonansowe



Rezonans dla E_1 i E_2



Bazy danych o reakcjach jądrowych

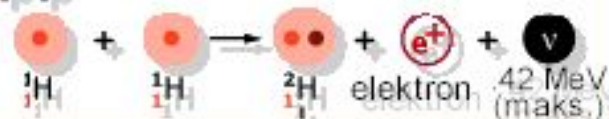
NACRE

<http://pntpm.ulb.ac.be/Nacre>

JINA

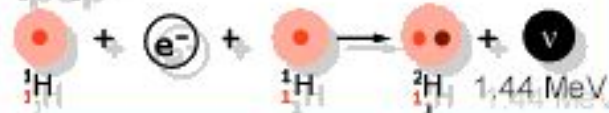
**dane dla ponad 76000 reakcji
ponad 4500 izotopów**

1 **reakcja p-p**

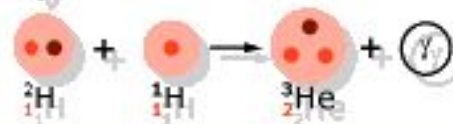


Lecz raz na 400 razy:

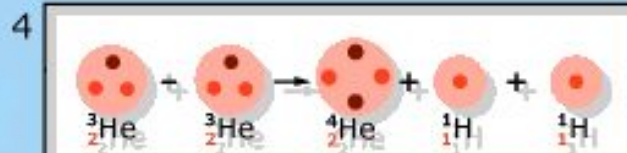
2 **reakcja "pep"**



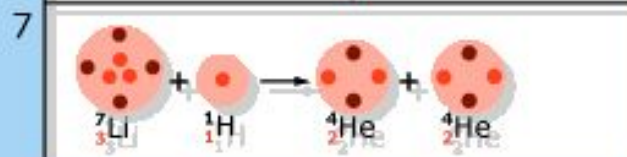
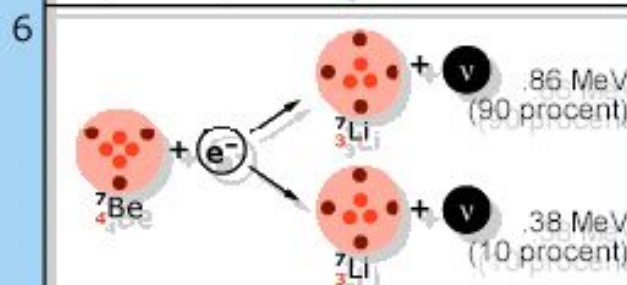
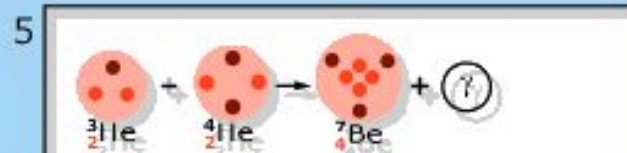
3



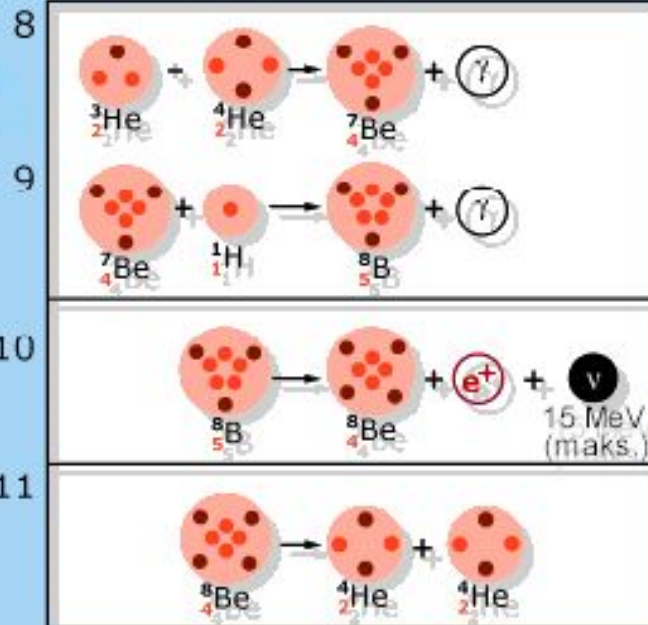
gałąź 1
(85%)

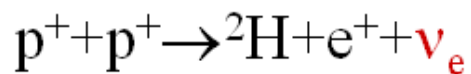


gałąź 2
(15%)



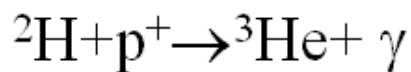
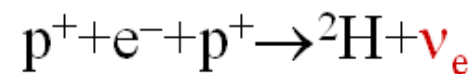
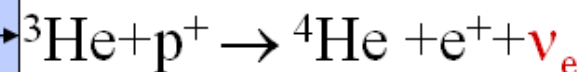
galaž 3
(0,01%)



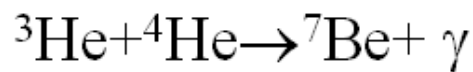
pp

99,77 %

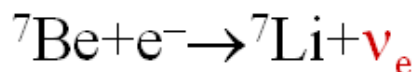
0,23 %

pep $10^{-5} \%$ **hep**

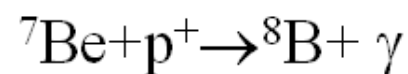
15,08 %

 **${}^7\text{Be}$**

99,9 %



0,1 %

 **${}^8\text{B}$**

84,92 %

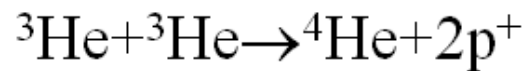
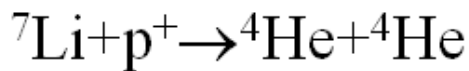
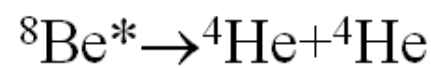
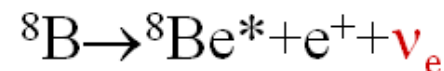
**ppI****ppII****ppIII**

Tabela 4.1. Reakcje jądrowe w cyklach pp

	Reakcja	Q' [MeV]	Q_ν [MeV]	Oznaczenie
ppI	$p(p, e^+ \nu) d$	1,192	0,250	λ_{pp}
	$d(p, \gamma) {}^3\text{He}$	5,494		λ_{pd}
	${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p)\alpha$	12,860		λ_{33}
ppII	${}^3\text{He}(\alpha, \gamma) {}^7\text{Be}$	1,586	0,813	λ_{34}
	${}^7\text{Be}(e^-, \nu) {}^7\text{Li}$	0,049		λ_{e7}
	${}^7\text{Li}(p, \alpha)\alpha$	17,348		λ'_{17}
ppIII	${}^7\text{Be}(p, \gamma) {}^8\text{B}$	0,137	7,2	λ_{17}
	${}^8\text{B}(e^+, \nu) {}^8\text{Be}^*$	7,9		λ_8
	${}^8\text{Be}^*(\alpha, \alpha)\alpha$	2,995		λ'_8

Cykl CNO

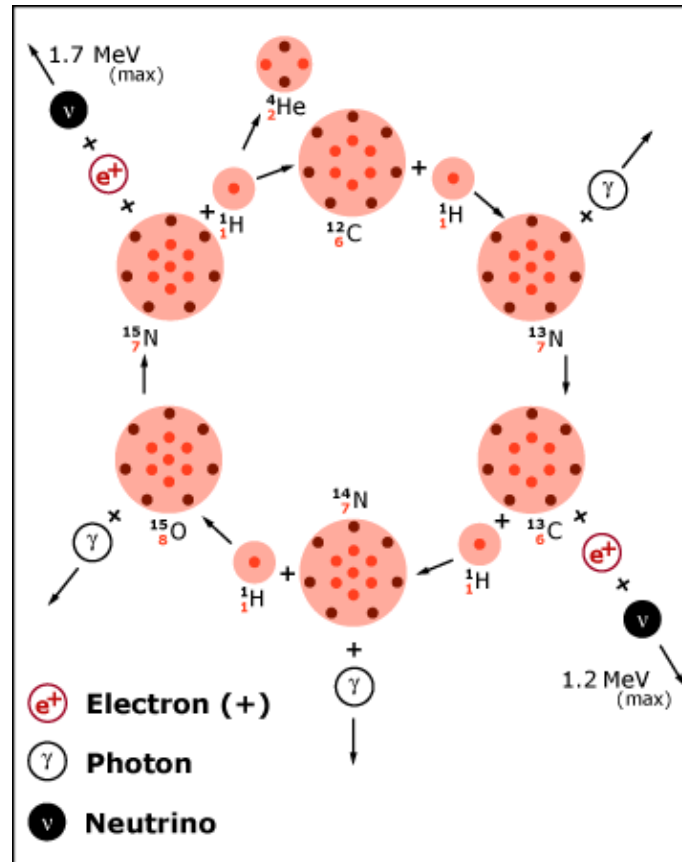
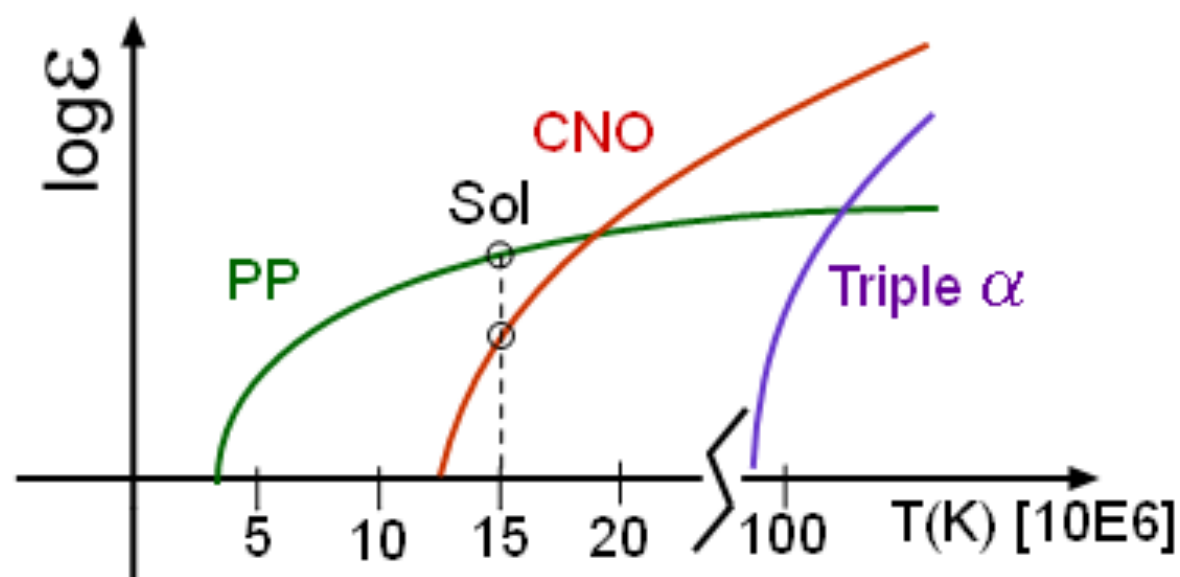


Tabela 4.2. Reakcje jądrowe w cyklu CNO

	Reakcja	Q' [MeV]	Q_ν [MeV]	Oznaczenie
CN	$^{12}\text{C}(p,\gamma)^{13}\text{N}$	1,944	0,71	λ_{p12}
	$^{13}\text{N}(\text{,}e^+\nu)^{13}\text{C}$	1,510		λ_{13}
	$^{13}\text{C}(p,\gamma)^{14}\text{N}$	7,551		λ_{p13}
	$^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$	7,298	1,00	λ_{p14}
	$^{15}\text{O}(\text{,}e^+\nu)^{15}\text{N}$	1,752		λ_{15}
	$^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$	4,966		λ_{p15}
ON	$^{15}\text{N}(p,\gamma)^{16}\text{O}$	12,126	0,94	λ_{p15}
	$^{16}\text{O}(p,\gamma)^{17}\text{F}$	0,601		λ_{p16}
	$^{17}\text{F}(\text{,}e^+\nu)^{17}\text{O}$	2,762		λ_{17}
	$^{17}\text{O}(p,\alpha)^{14}\text{N}$	1,193		λ_{p17}



Reakcje 3 α

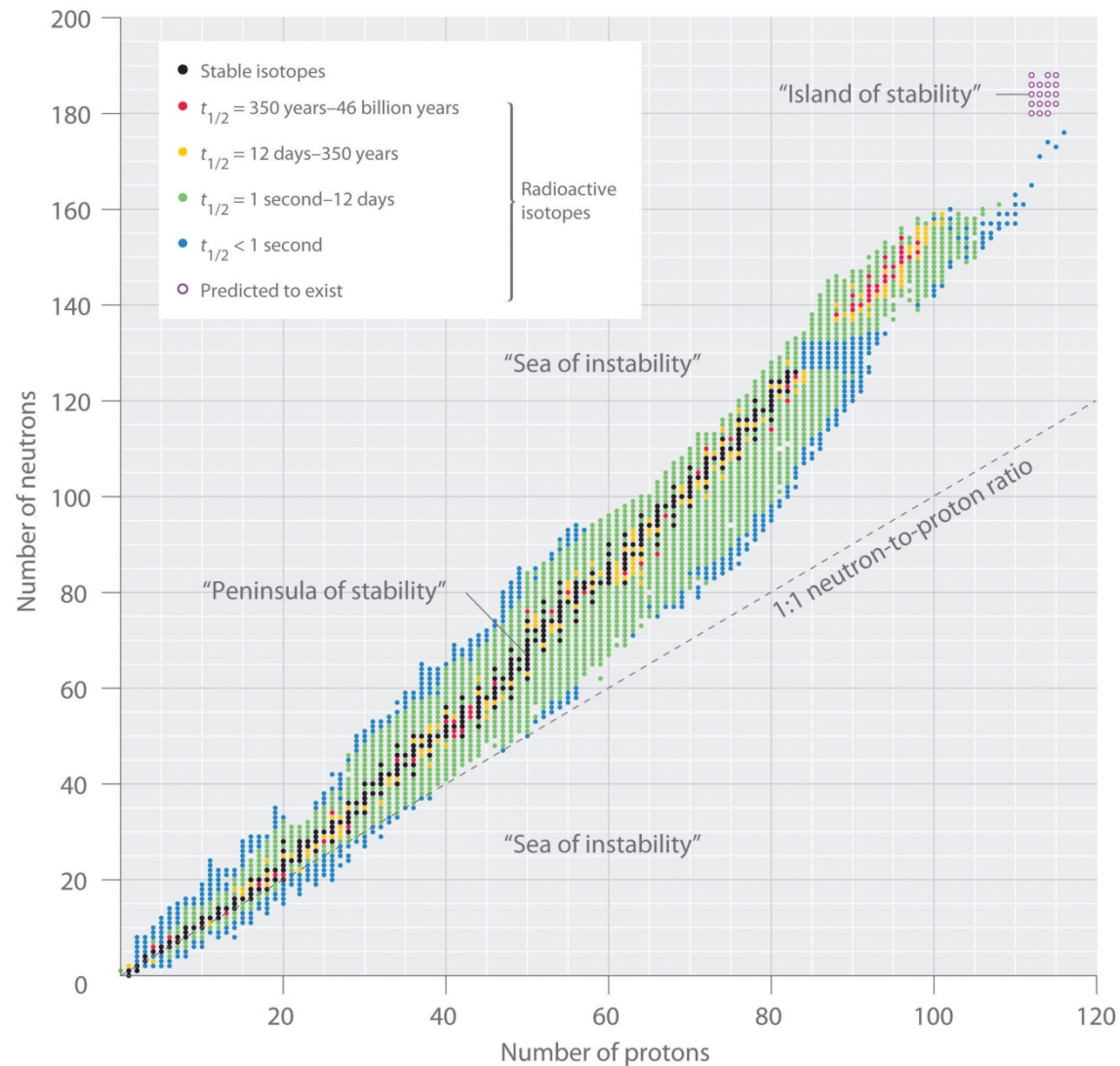
$$T=10^8 \text{ K} \quad \rho=10^4\text{-}10^5 \text{ g/cm}^3$$

Synteza cięższych jąder

Nukleosynteza poprzez wychwyt neutronów

$$(\mathcal{Z}, \mathcal{A}) + n \rightarrow (\mathcal{Z}, \mathcal{A} + 1) + \gamma$$

Wyspa stabilności



rozpad β^-

$$(\mathcal{Z}, \mathcal{A} + 1) \rightarrow (\mathcal{Z} + 1, \mathcal{A} + 1) + e^- + \bar{\nu}_e$$

nowy
pierwiastek

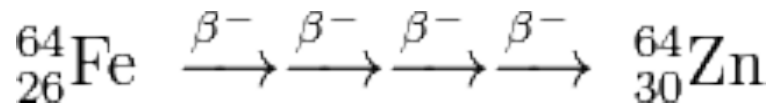
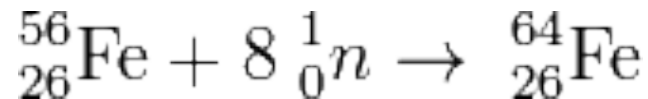
lub

$$(\mathcal{Z}, \mathcal{A} + 1) + n \rightarrow (\mathcal{Z}, \mathcal{A} + 2) + \gamma$$

Proces r (r-process, rapid neutron captures process)

Duży strumień neutronów $n_n = 10^{22} - 10^{23} \text{ cm}^{-3}$

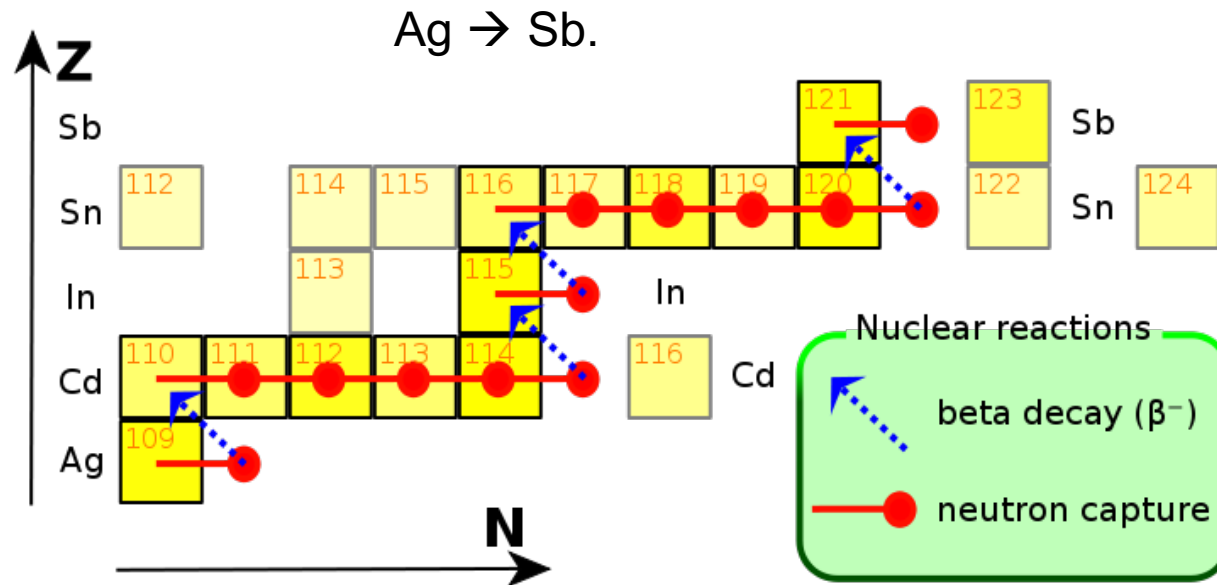
- 1) Szybki wychwyt wielu neutronów
- 2) ciąg spontanicznych rozpadów β^- prowadzących do powstania stabilnego jądra



Występowanie: SN II, zlewające się gwiazdy neutronowe

Proces s (s-process, slow neutron captures process)

strumień neutronów $n_n = 10^5 - 10^{11} \text{ cm}^{-3}$



Występowanie: gwiazdy AGB

Proces s w gwiazdach AGB

Wiele gwiazd AGB jest wzbogaconych o pierwiastki cięższe od żelaza: Zr, Y, Sr, Tc, Ba, La, Pb

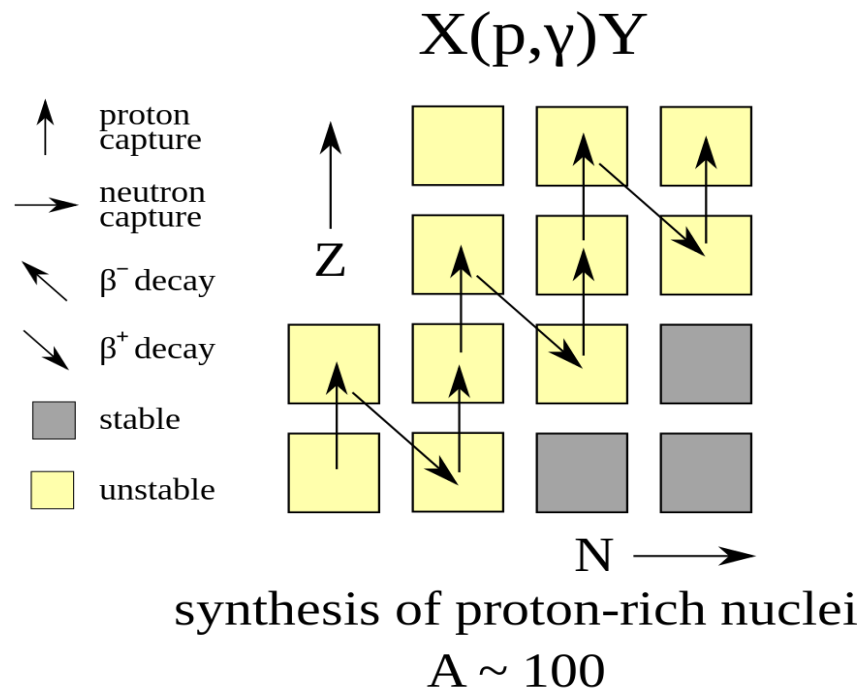
Neutrony są produkowane w obszarach bogatych w He w dwóch reakcjach:



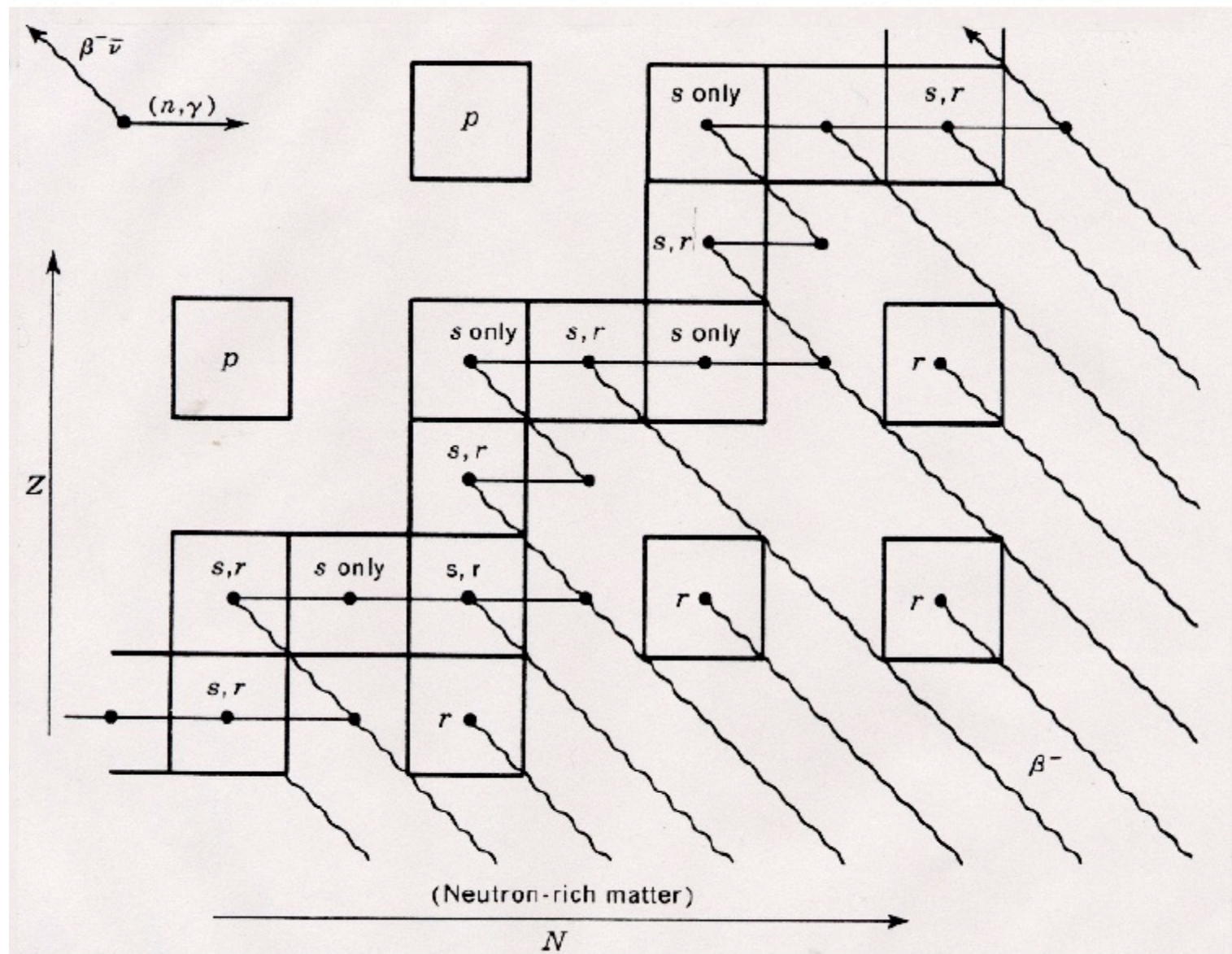
$^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$ (podczas pulsów termicznych, $T \approx 3.5 \times 10^8$ K, masywniejsze gwiazdy AGB)

Proces rp (rapid proton capture, szybki wychwyt protonów)

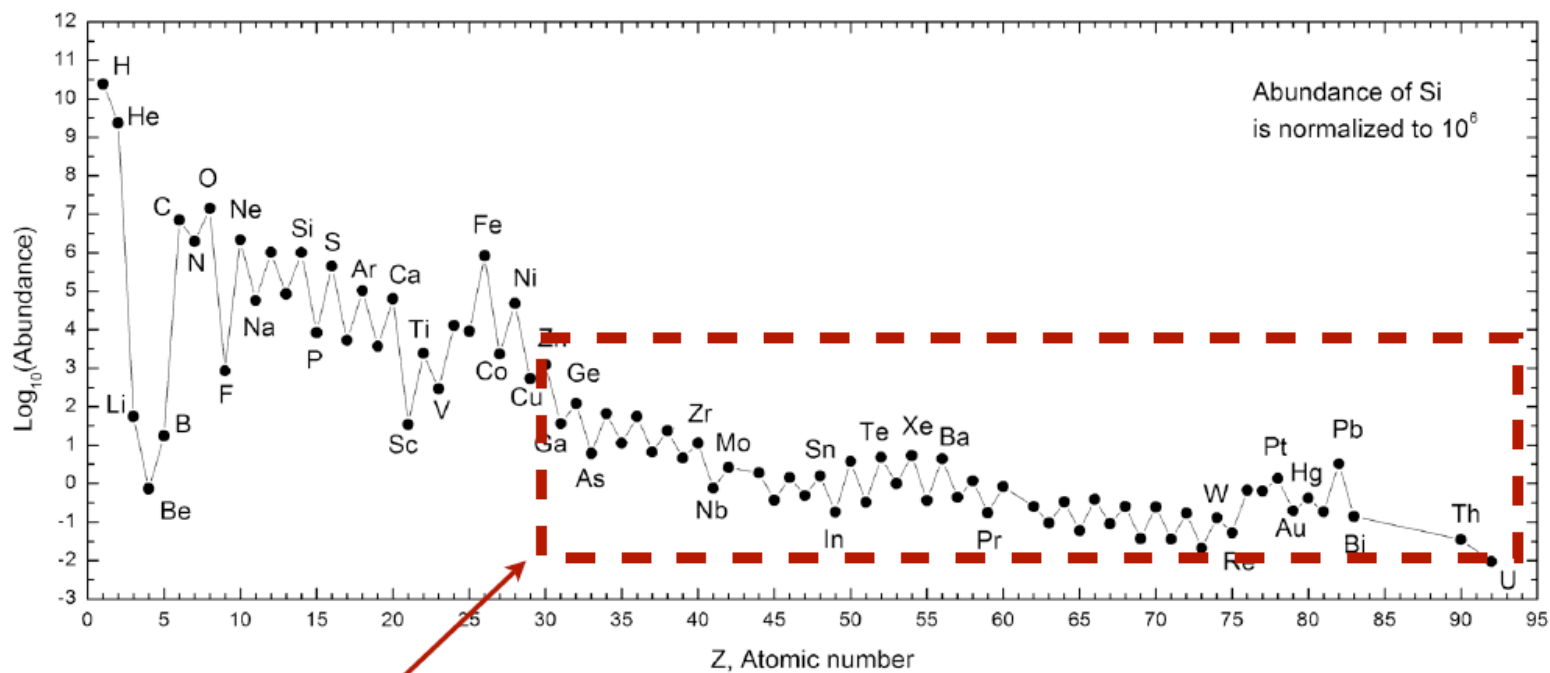
- duży strumień protonów
- $T \approx 10^9$ K (aby pokonać barierę kulombowską)



Występowanie: układy podwójne z gwiazdą neutronową (akrecja)



Obfitości słoneczne



Produkty procesów r i s