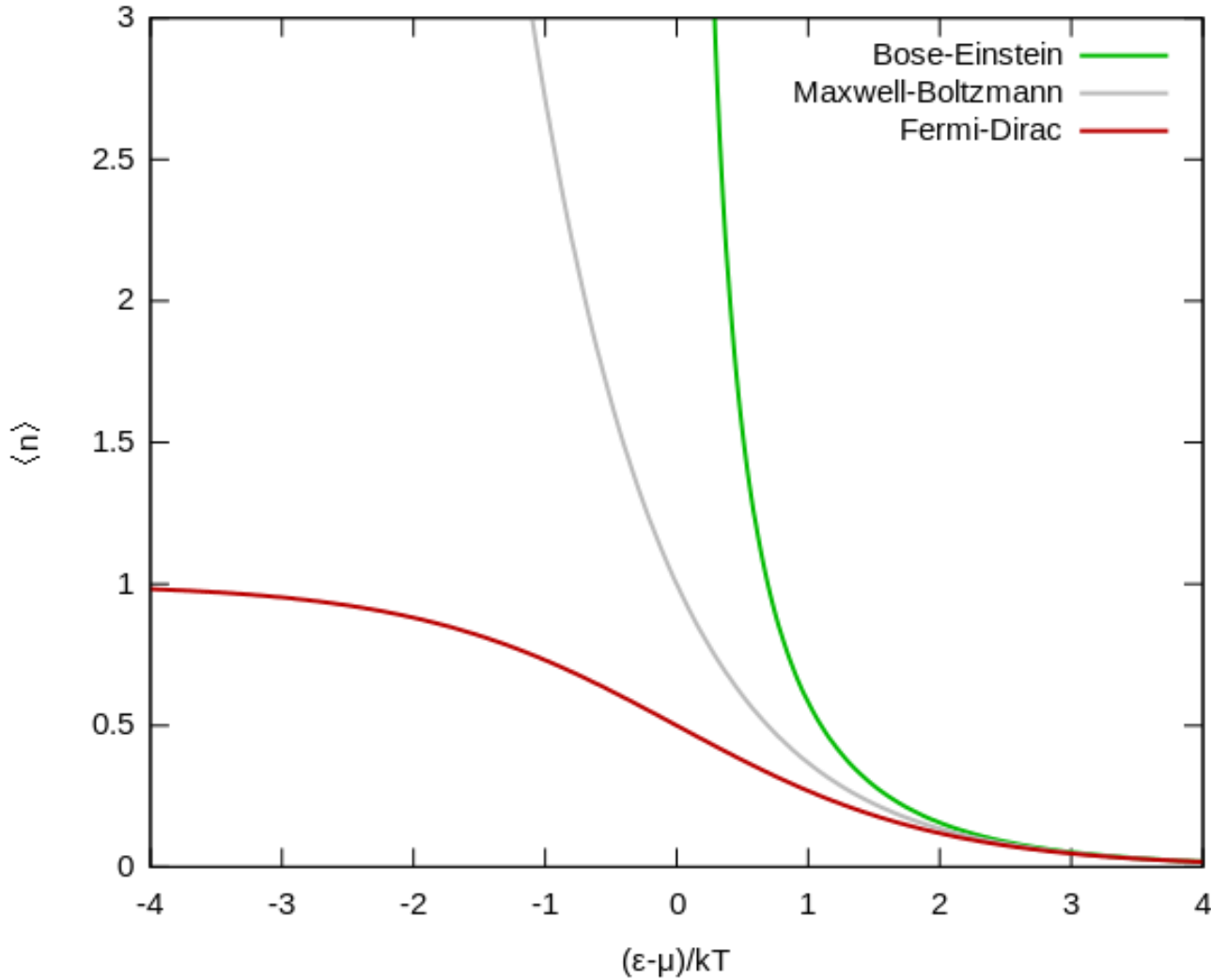


# Porównanie statystyk



$$\sim 1/(e^x - 1)$$

$$\sim e^{-x}$$

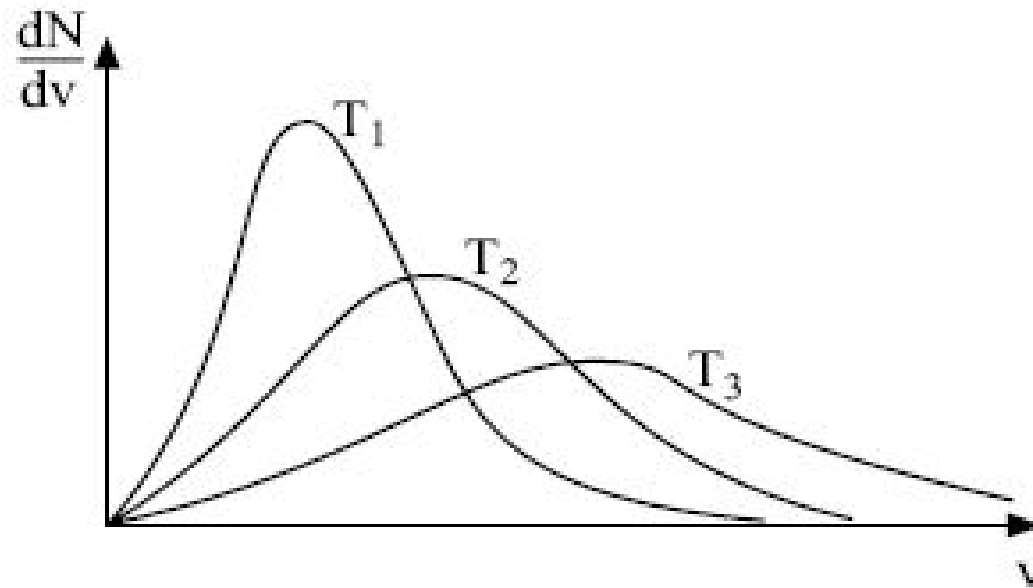
$$\sim 1/(e^x + 1)$$

$$x = (\epsilon - \mu)/kT$$

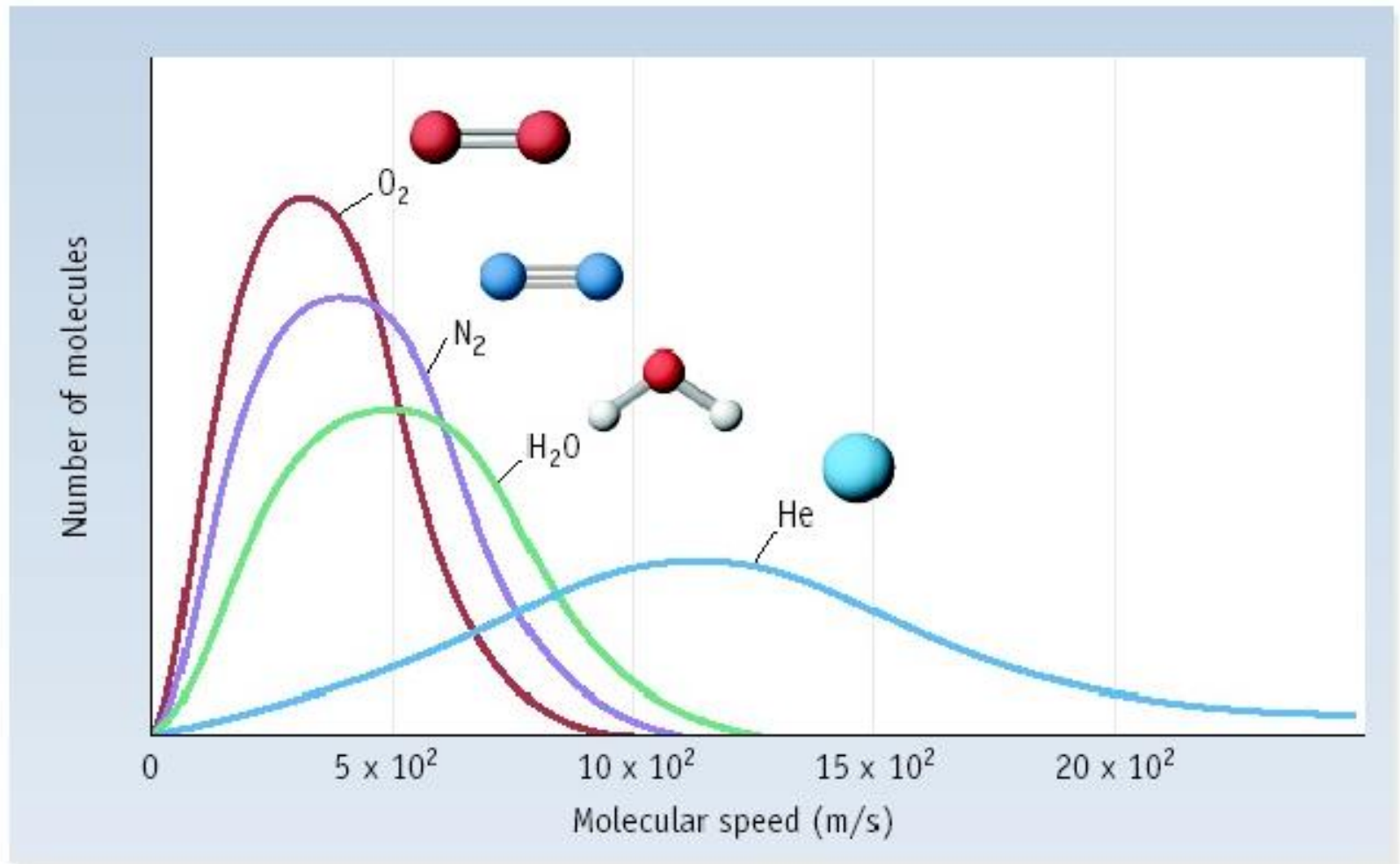
$\mu$  - potencjał chemiczny

$$\mu_i = \left( \frac{\partial U}{\partial N_i} \right)_{S, V, N_{j \neq i}}$$

Rozkład Maxwella dla temperatur  $T_1 < T_2 < T_3$



# Rozkład Maxwella dla różnych cząstek o tej samej T



**Ze statystyki Maxwella-Boltzmannna można znaleźć stosunek liczby cząstek gazu klasycznego znajdujących się w dwóch różnych stanach energetycznych**

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right)$$

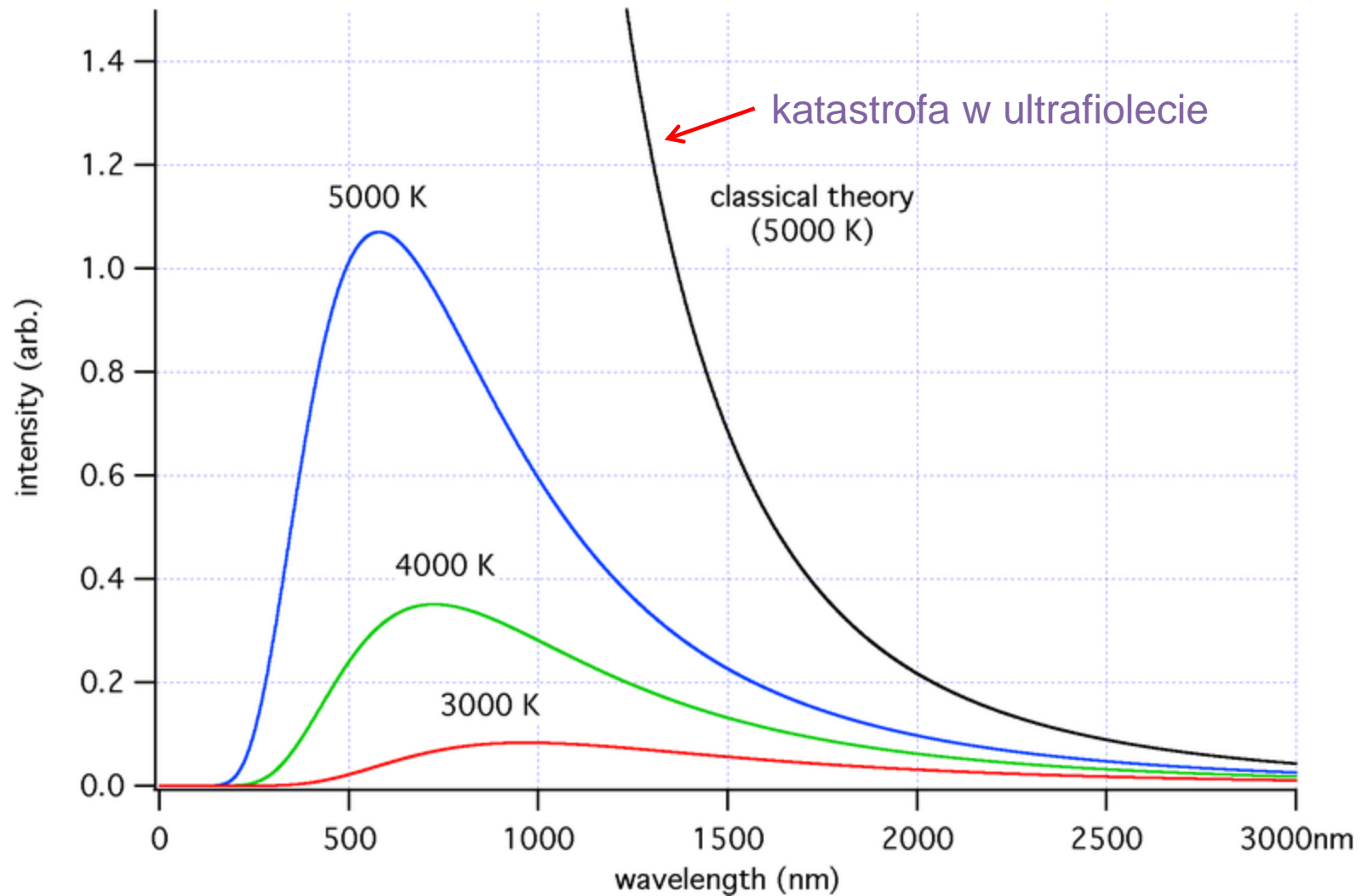
**Jest to rozkład Boltzmannna**

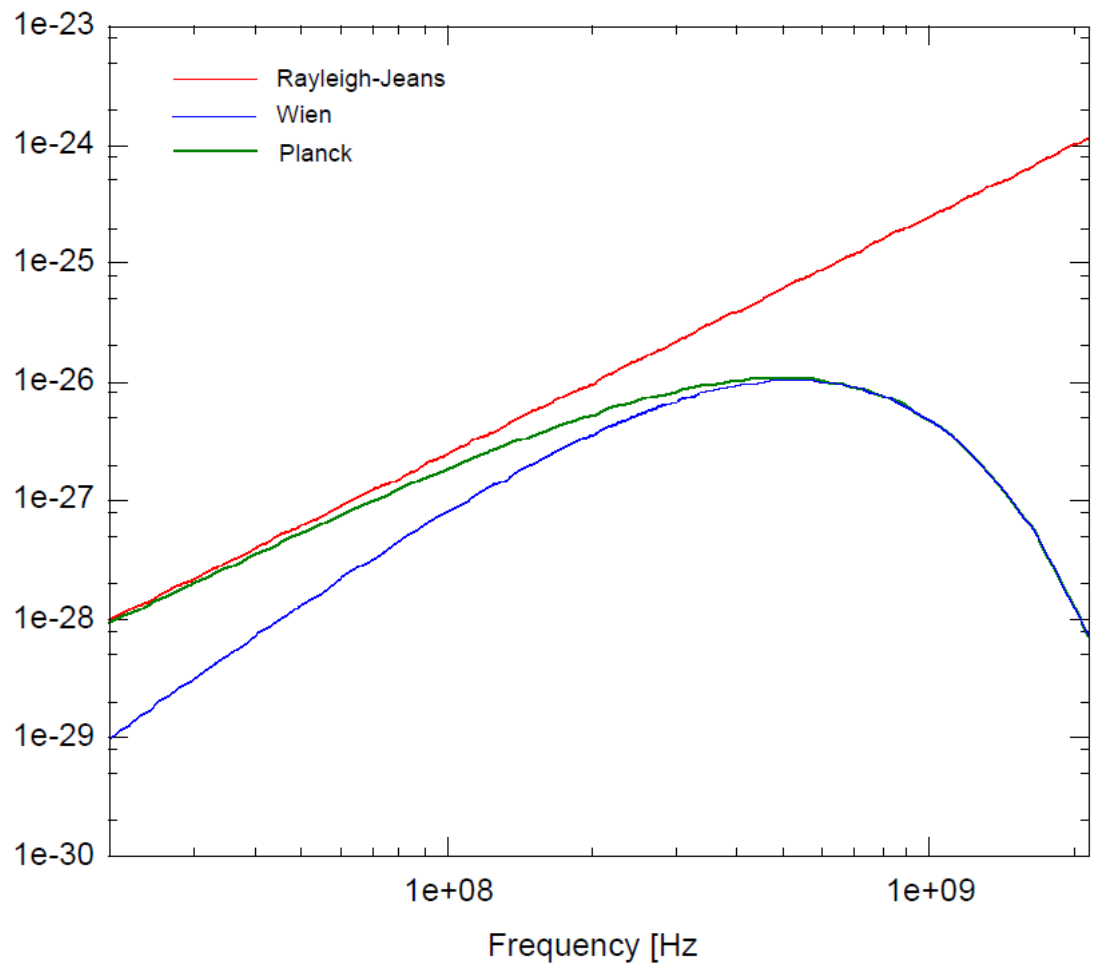
Podobnie stosując statystykę M-B można znaleźć stosunek liczby atomów w dwóch różnych stanach jonizacji

$$\frac{n_{i+1} n_e}{n_i} = \frac{(2\pi m k T)^{1.5}}{h^3} \frac{2g_{i+1}}{g_i} e^{-X/kT}$$

**Jest to równanie Sahy**

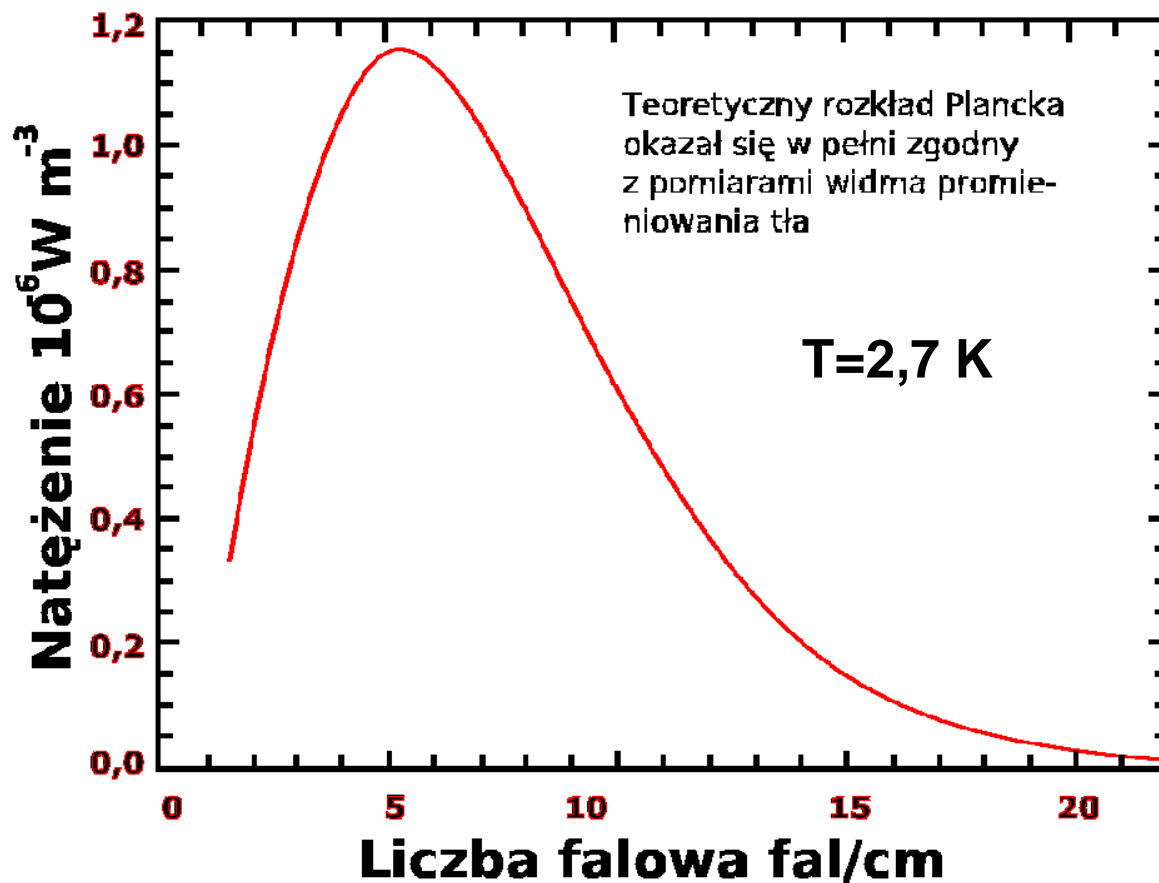
# Rozkład Plancka





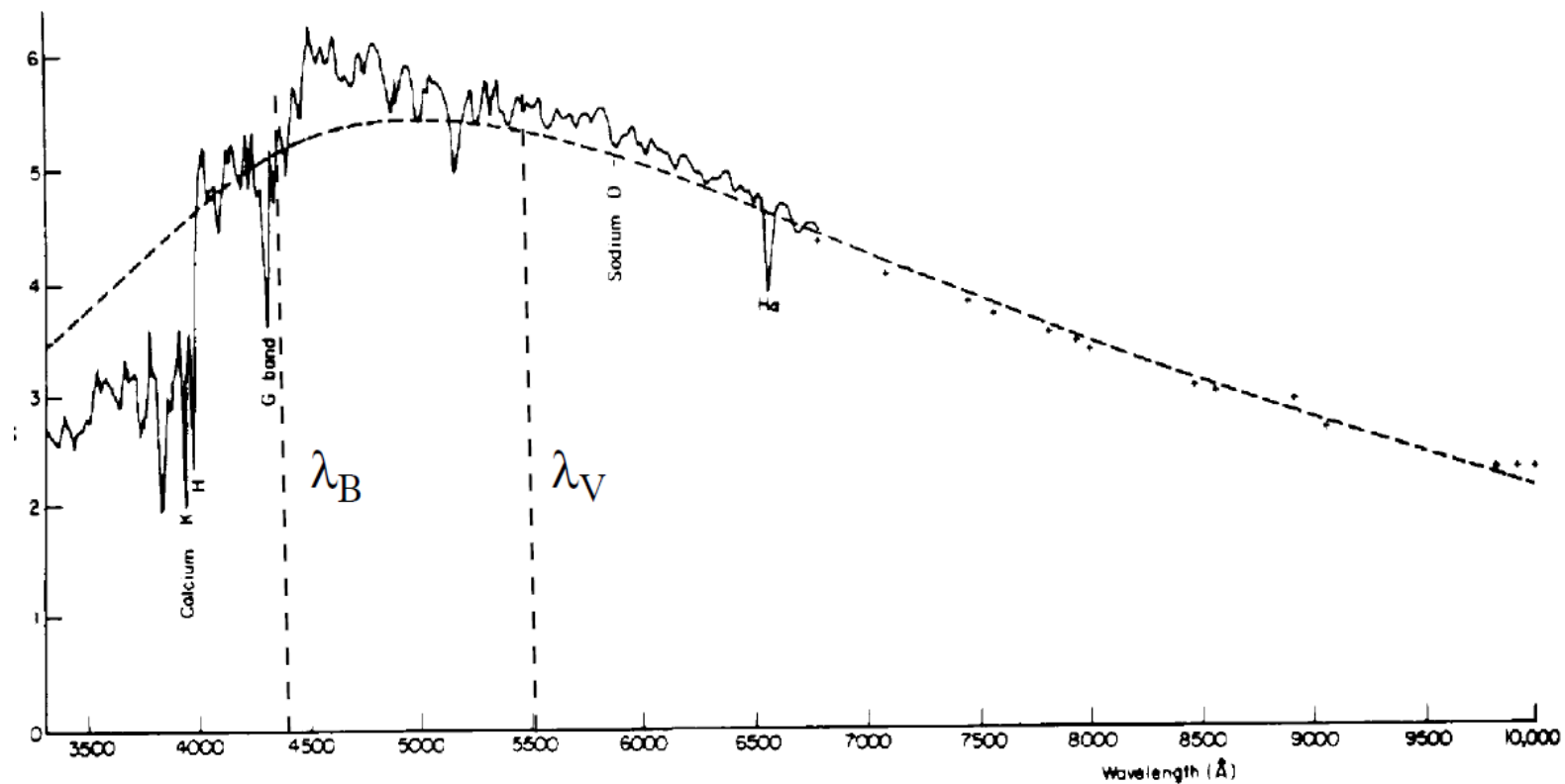
Katastrofa w UV

## Widmo promieniowania tła uzyskane z satelity COBE





## Widmo Słońca w porównaniu z rozkładem dla ciała doskonale czarnego o $T_{\text{eff}}=T_{\text{eff}}(\text{Sun})$

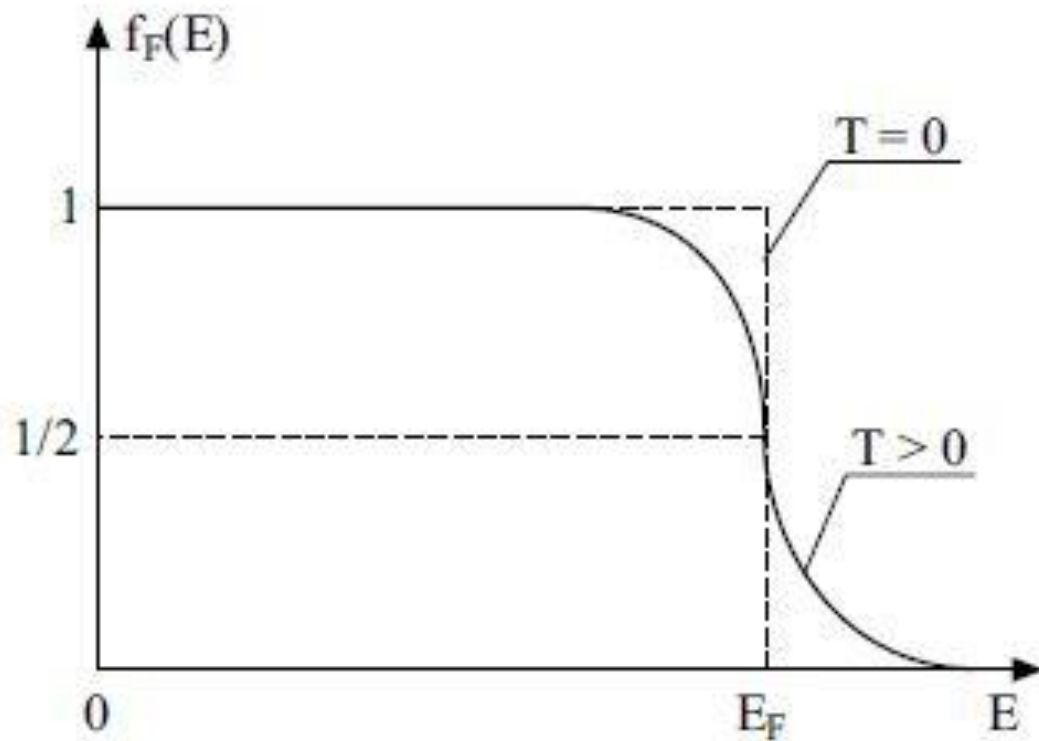


## LTE (Local Thermodynamic Equilibrium)

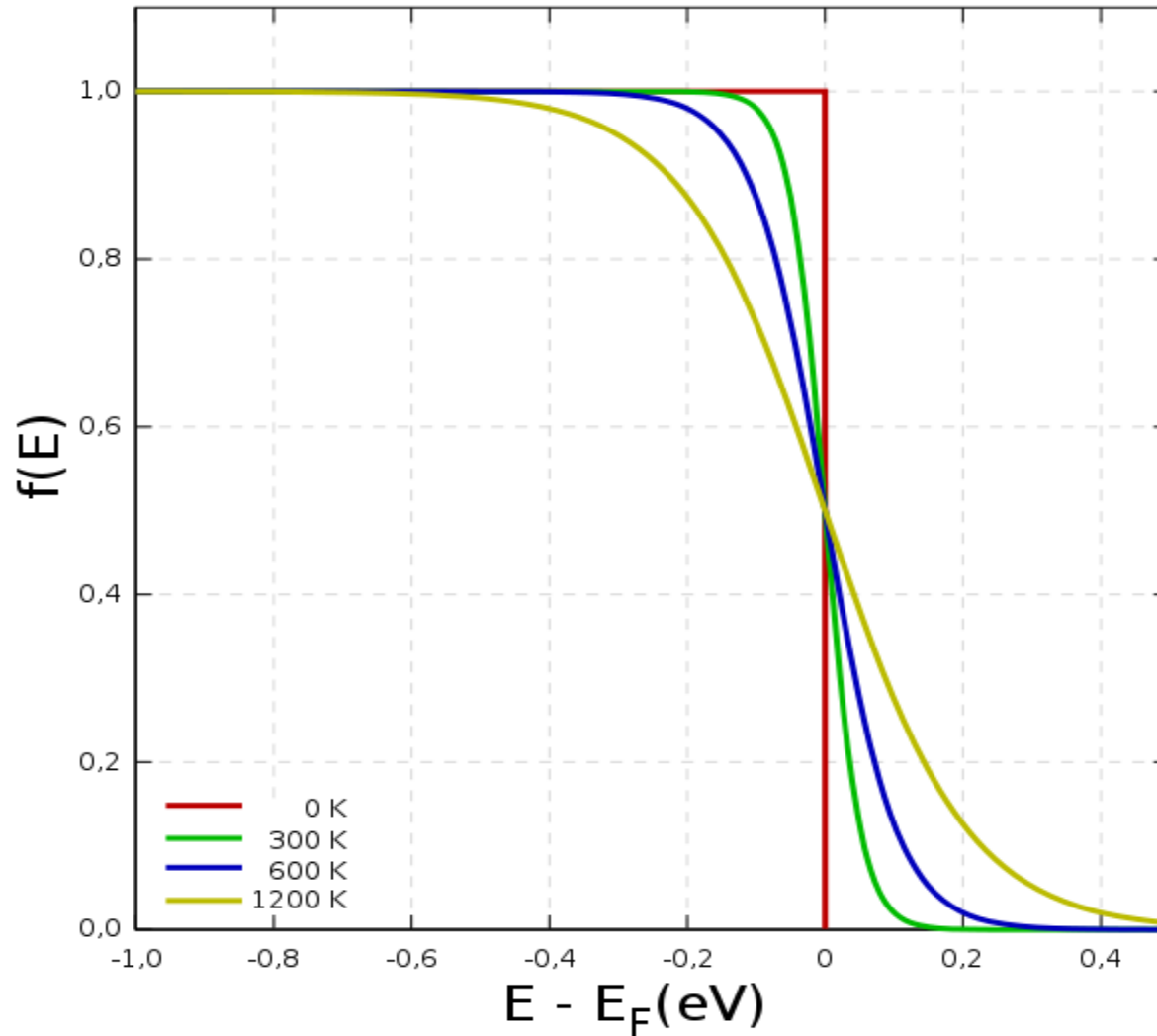
W pewnych warunkach lokalnie materia i promieniowanie dążą do stanu równowagi termodynamicznej.

Wówczas pole promieniowania staje się izotropowe i funkcje rozkładów dla cząstek i fotonów są scharakteryzowane przez tę samą wartość **temperatury**.

## Rozkład Fermiego-Diraca dla $T=0$ K i $T>0$ K



# Rozkład Fermiego-Diraca dla różnych temperatur



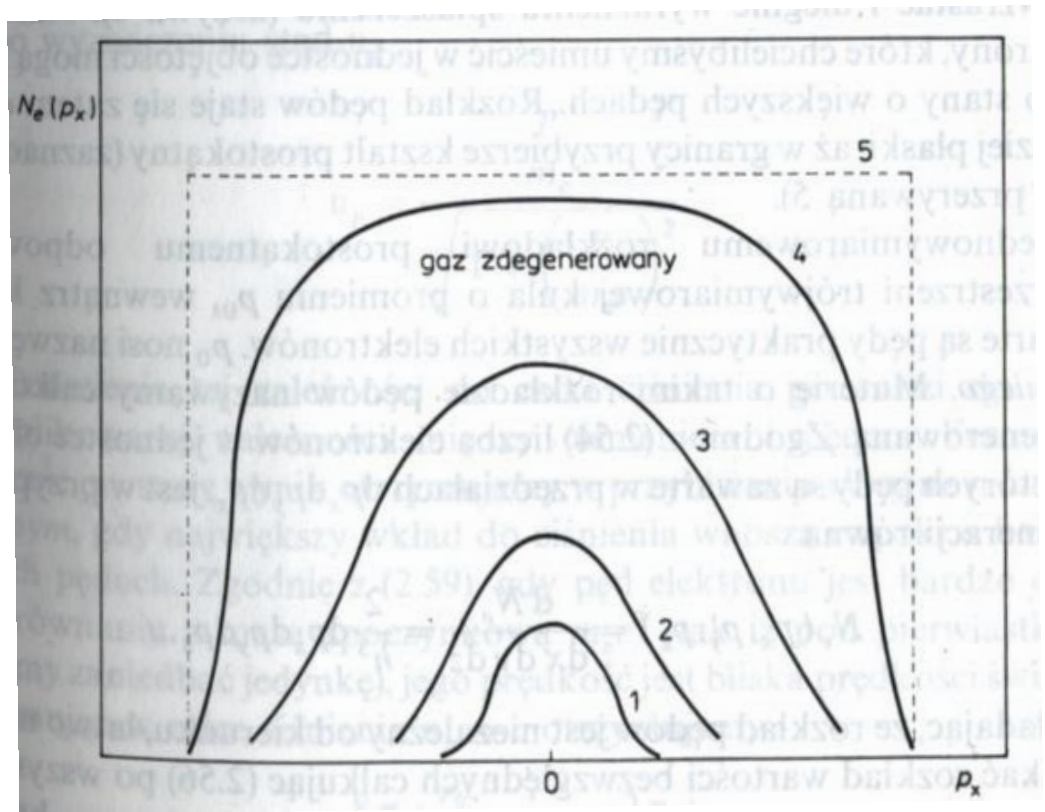
- \* Dla dowolnej temperatury prawdopodobieństwo wypełnienia stanu o energii  $E_F$  wynosi 0.5 !
- \* W  $T=0K$  wypełnione są wszystkie stany o energiach niższych od  $E_F$

## Przypadki graniczne rozkładu Fermiego-Diraca

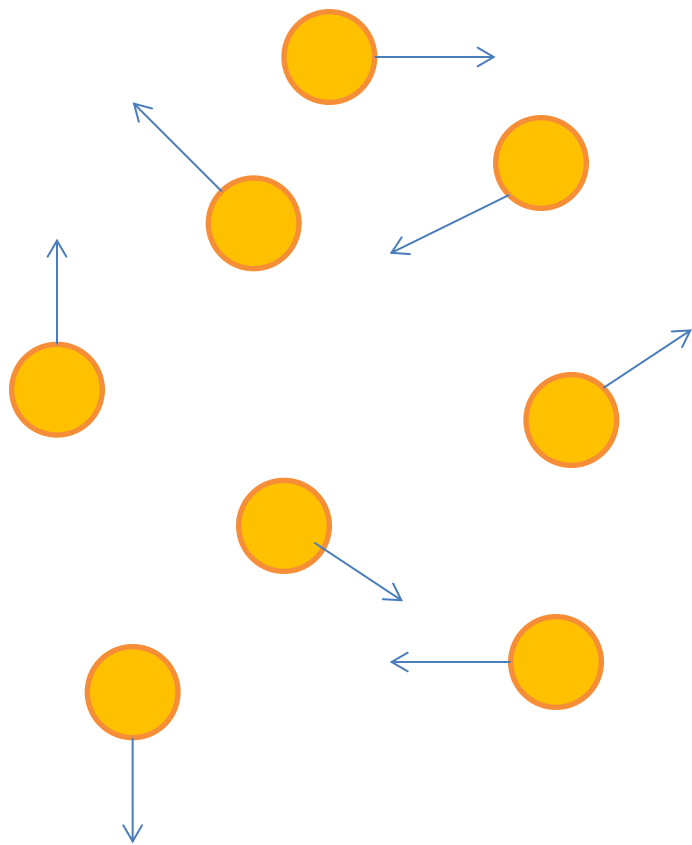
$$\left. \begin{array}{l} E < E_f \\ \frac{E - E_f}{kT} \rightarrow -\infty \end{array} \right\} f(E) = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} E > E_f \\ \frac{E - E_f}{kT} \rightarrow +\infty \end{array} \right\} f(E) = 0$$

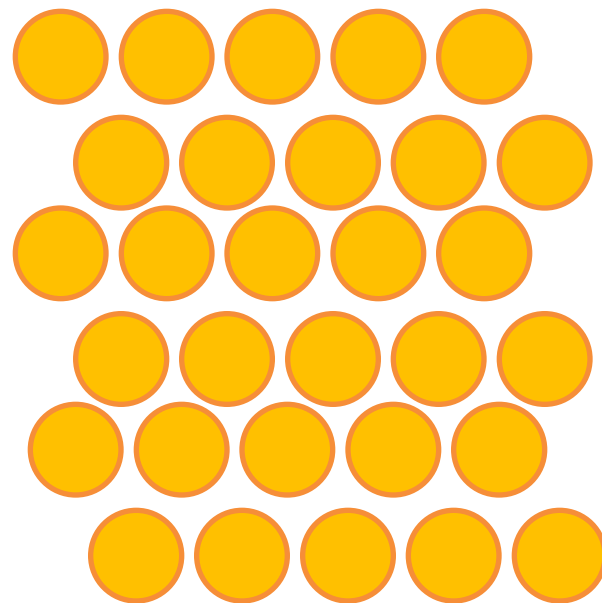
$$\left. \begin{array}{l} E = E_f \\ \frac{E - E_f}{kT} = 0 \end{array} \right\} f(E) = \frac{1}{2}$$

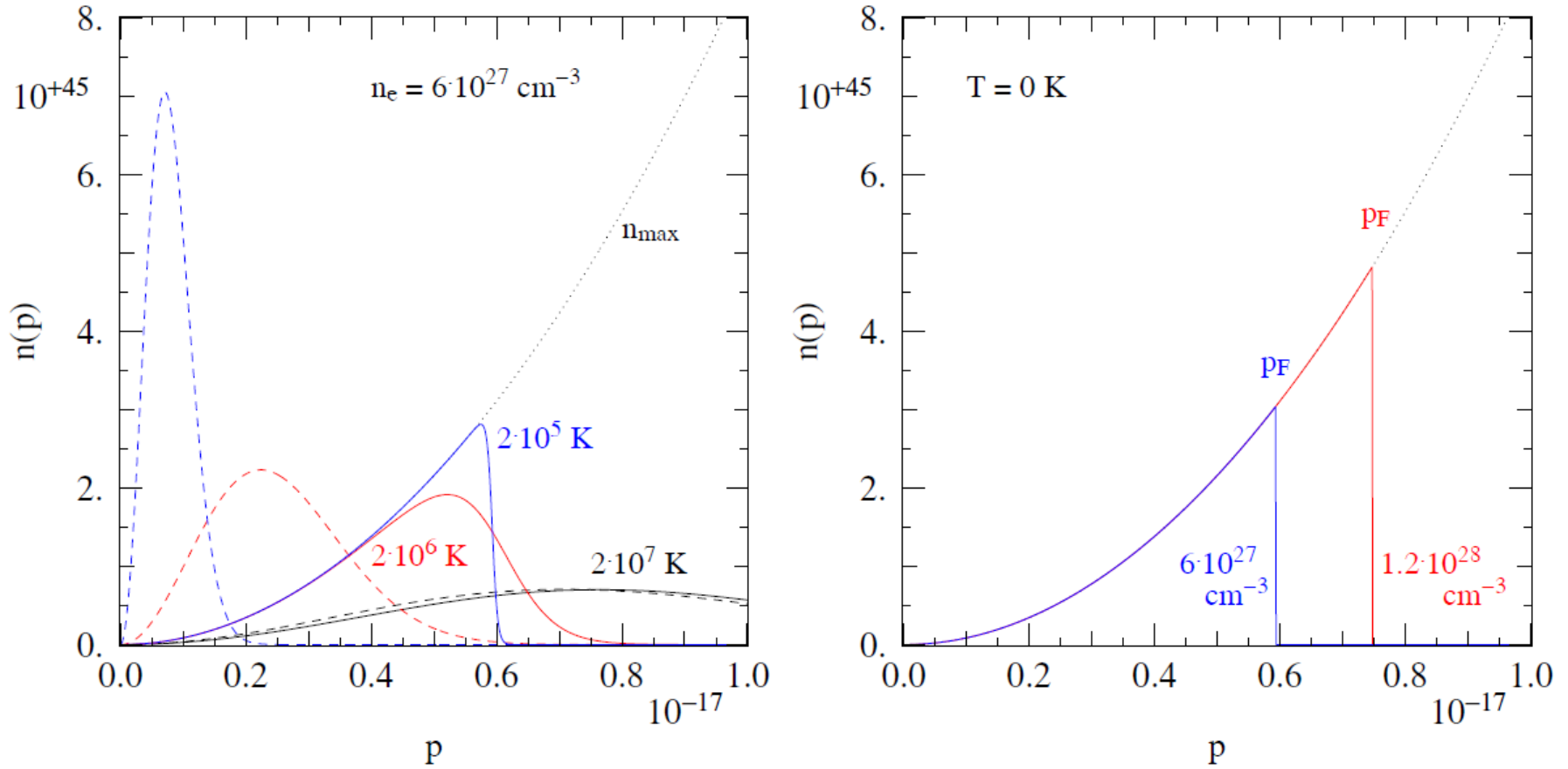


Gaz „normalny”



Gaz zdegenerowany

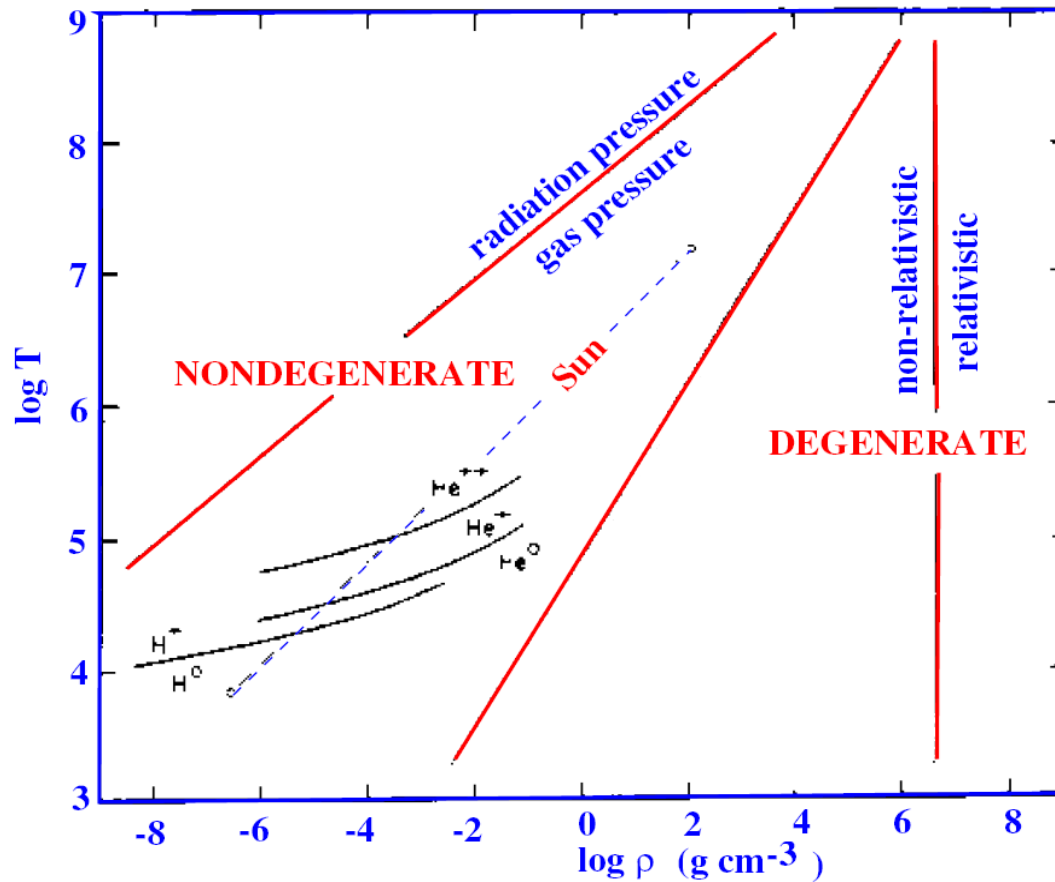




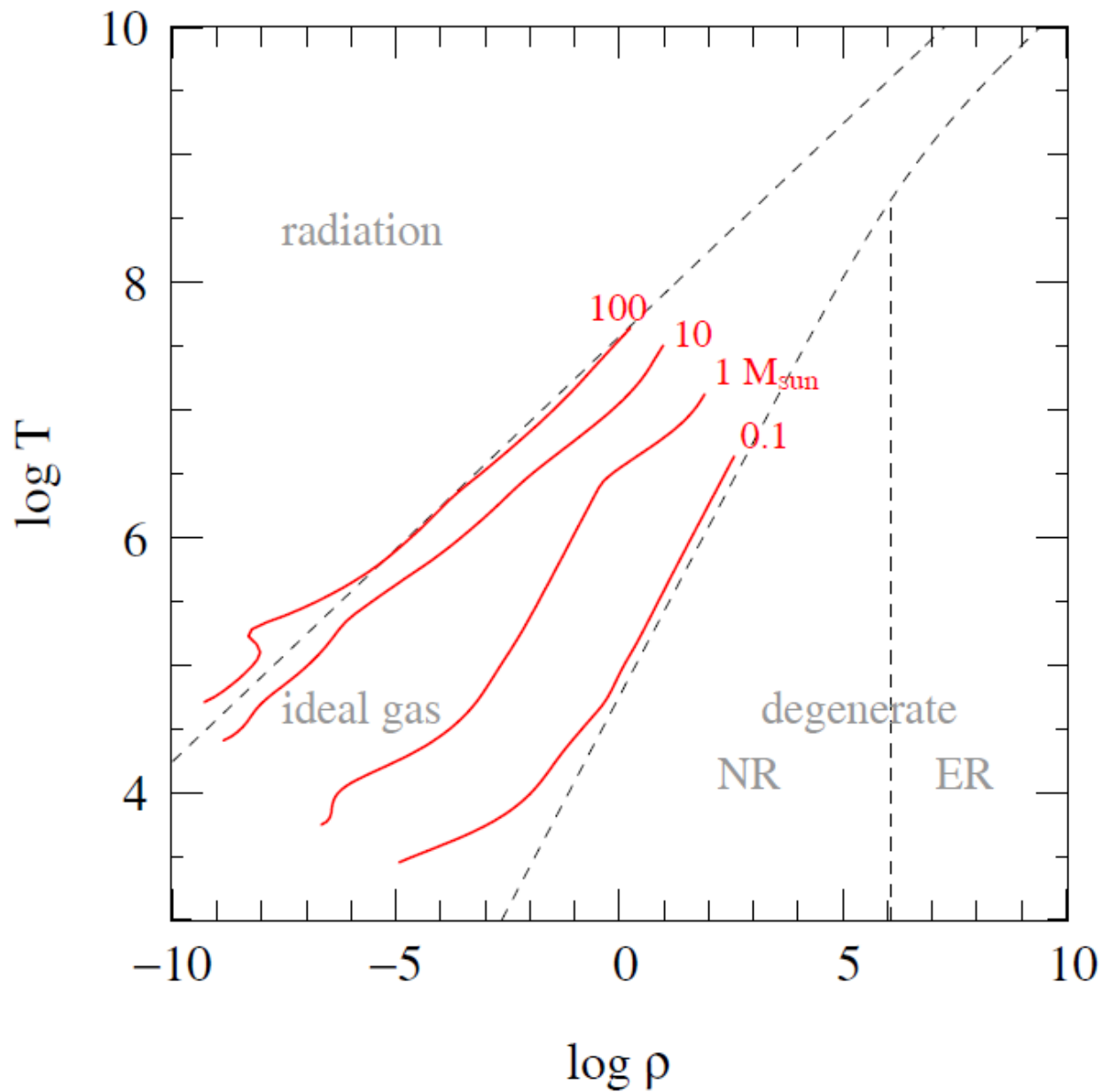
**Figure 3.2.** (left panel) Electron momentum distributions  $n(p)$  for an electron density of  $n_e = 6 \times 10^{27} \text{ cm}^{-3}$  (corresponding to  $\rho = 2 \times 10^4 \text{ g/cm}^{-3}$  if  $\mu_e = 2$ ), and for three different temperatures:  $T = 2 \times 10^7 \text{ K}$  (black lines),  $2 \times 10^6 \text{ K}$  (red lines) and  $2 \times 10^5 \text{ K}$  (blue lines). The actual distributions, governed by quantum mechanics, are shown as solid lines while the Maxwell-Boltzmann distributions for the same  $n_e$  and  $T$  values are shown as dashed lines. The dotted line  $n_{\text{max}}$  is the maximum possible number distribution if all quantum states with momentum  $p$  are occupied. (right panel) Distributions in the limit  $T = 0$ , when all lowest available momenta are fully occupied. The blue line is for the same density as in the left panel, while the red line is for a density two times as high.



# Równanie stanu



# Jednorodne modele ciągu głównego



nieprzezroczystość materii,  $\kappa_\nu$

średnia droga swobodna dla fotonu o  $E=h\nu$

$$\bar{l} = \frac{1}{\kappa_\nu \rho}$$

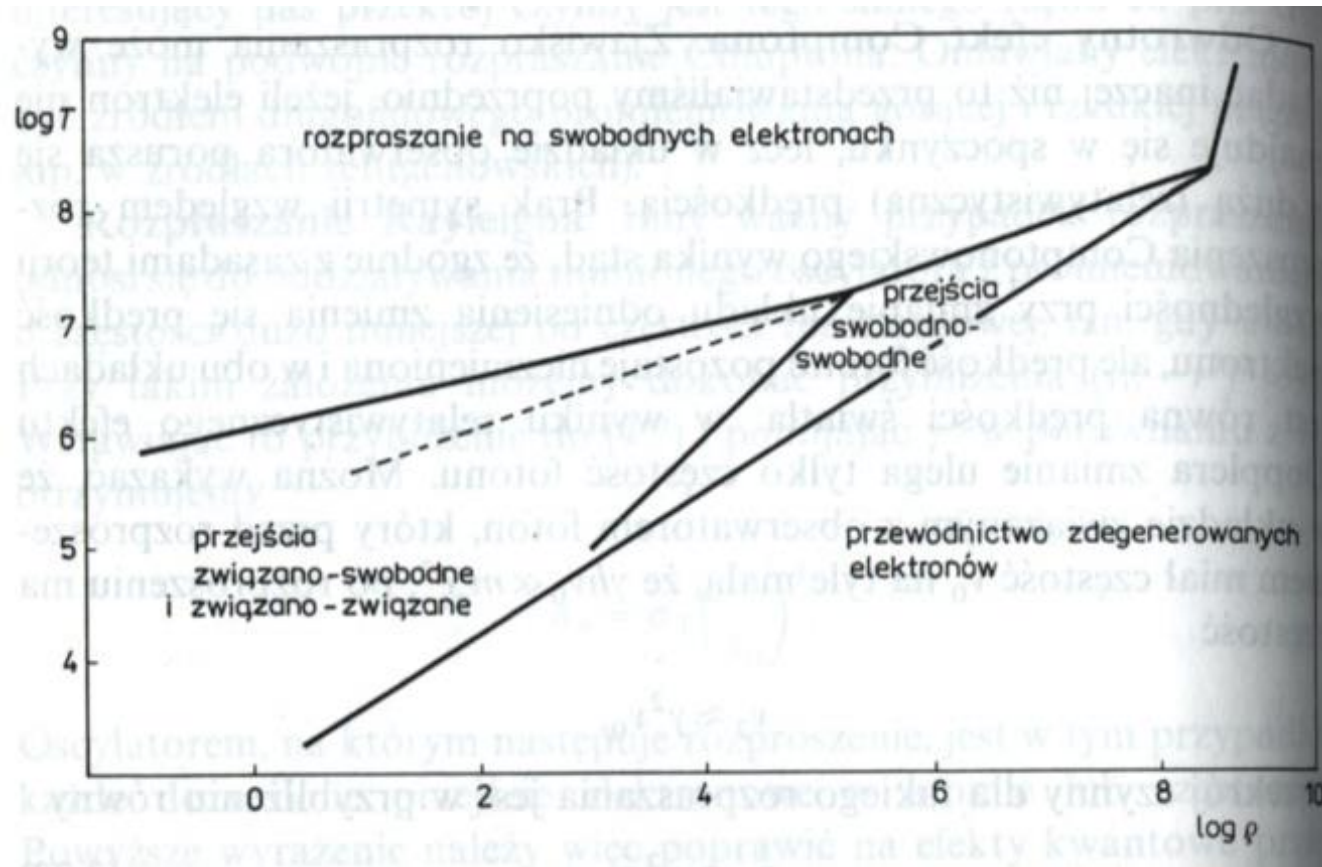
$$\kappa_\nu \rho = \sigma_\nu N$$

$$\kappa_\nu = \sigma_\nu N / \rho \quad [\text{cm}^2 \text{g}^{-1}]$$

**nieprzezroczystość materii,  $\kappa$ , zależy od**

- ◆ **temperatury**
- ◆ **gęstości**
- ◆ **składu chemicznego**

**nieprzezroczystość determinuje transport energii**



**Linia przerywana** – zakres  $T$  i  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] dla materii słonecznej,

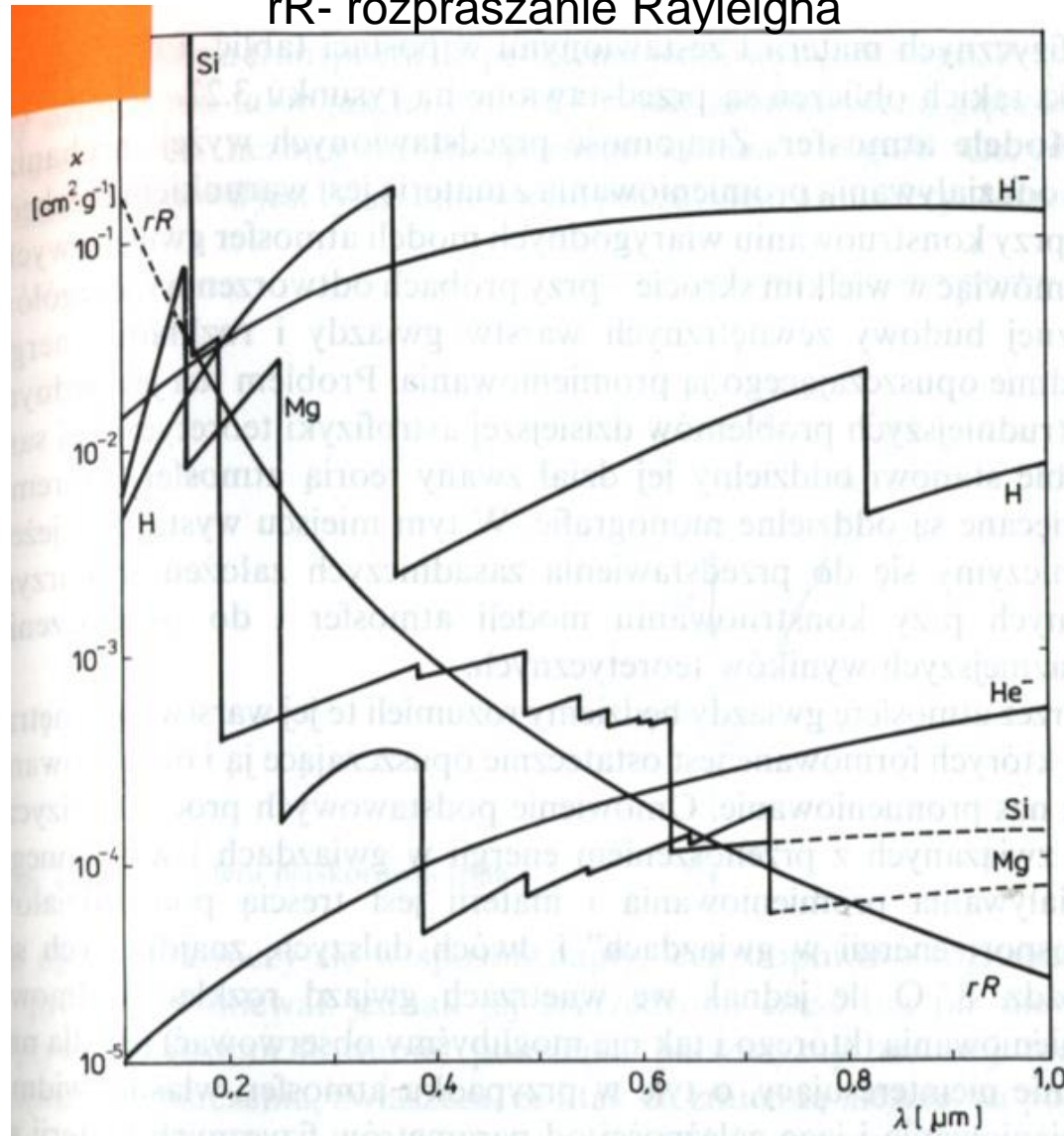
$$K_v = K_{v,bb} + K_{v,bf} + K_{v,ff} + K_{v,es}$$

The diagram shows the equation  $K_v = K_{v,bb} + K_{v,bf} + K_{v,ff} + K_{v,es}$  where each term on the right is enclosed in a light gray box. Below a horizontal line, four labels are positioned: "ZW. -ZW." under  $K_{v,bb}$ , "ZW. -SW." under  $K_{v,bf}$ , "SW. -SW." under  $K_{v,ff}$ , and "rozp." under  $K_{v,es}$ . Arrows point from each box to its corresponding label.

ZW. -ZW.      ZW. -SW.      SW. -SW.      rozp.

# Wkład różnych atomów do nieprzezroczystości materii słonecznej

## rR- rozpraszanie Rayleigha



O nieprzezroczystości w dziedzinie widzialnej decyduje  $\text{H}^-$  oraz przejścia związane-swobodne w neutralnych jonach wodoru

Kubiak 1994

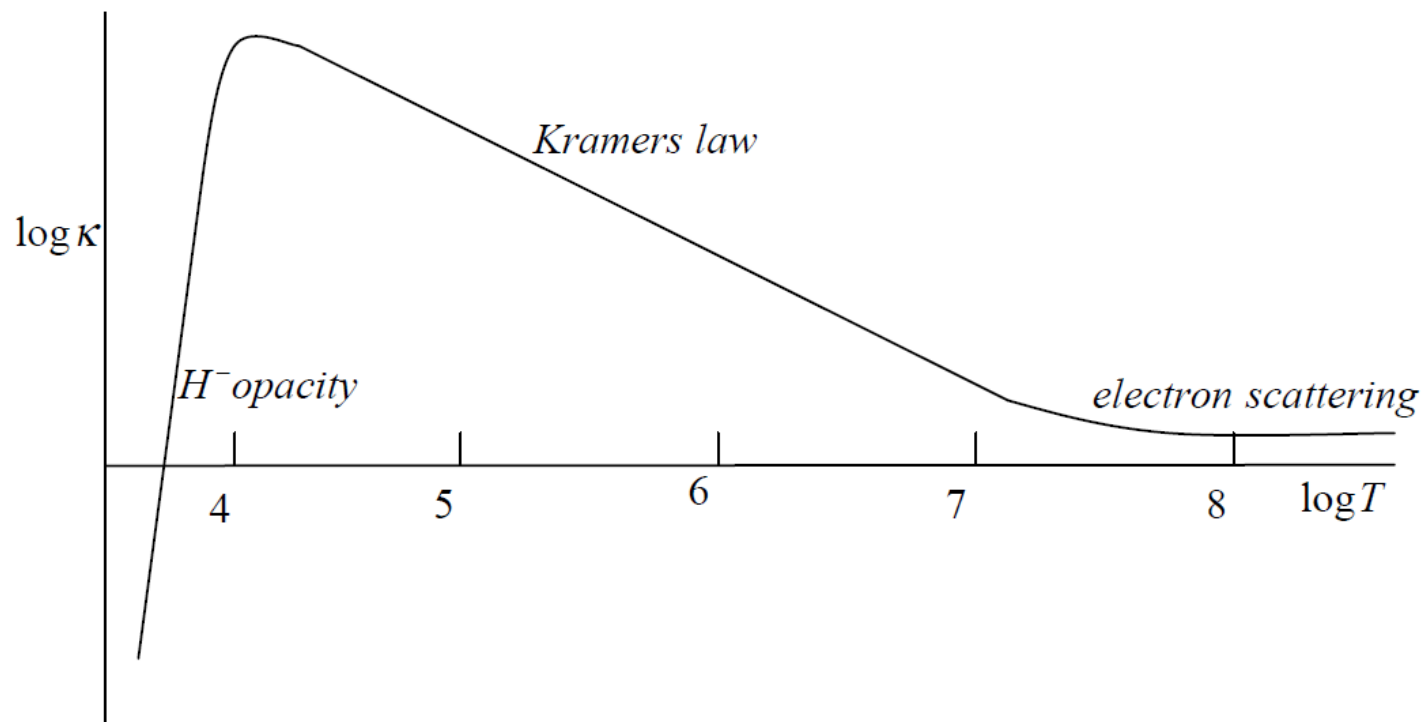
# średnia Rosselanda

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} = \frac{\int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_\nu} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}{\int_0^{\infty} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}$$

Jeśli  $\kappa \propto \nu^{-n}$  to  $\bar{\kappa} \propto T^{-n}$

Taka średnia daje znacznie większy wkład wysokoenergetycznych fotonów





## Wysokie temperatury

$$\kappa = 0.02(1+X) \text{ (rozp. Thomsona)}$$

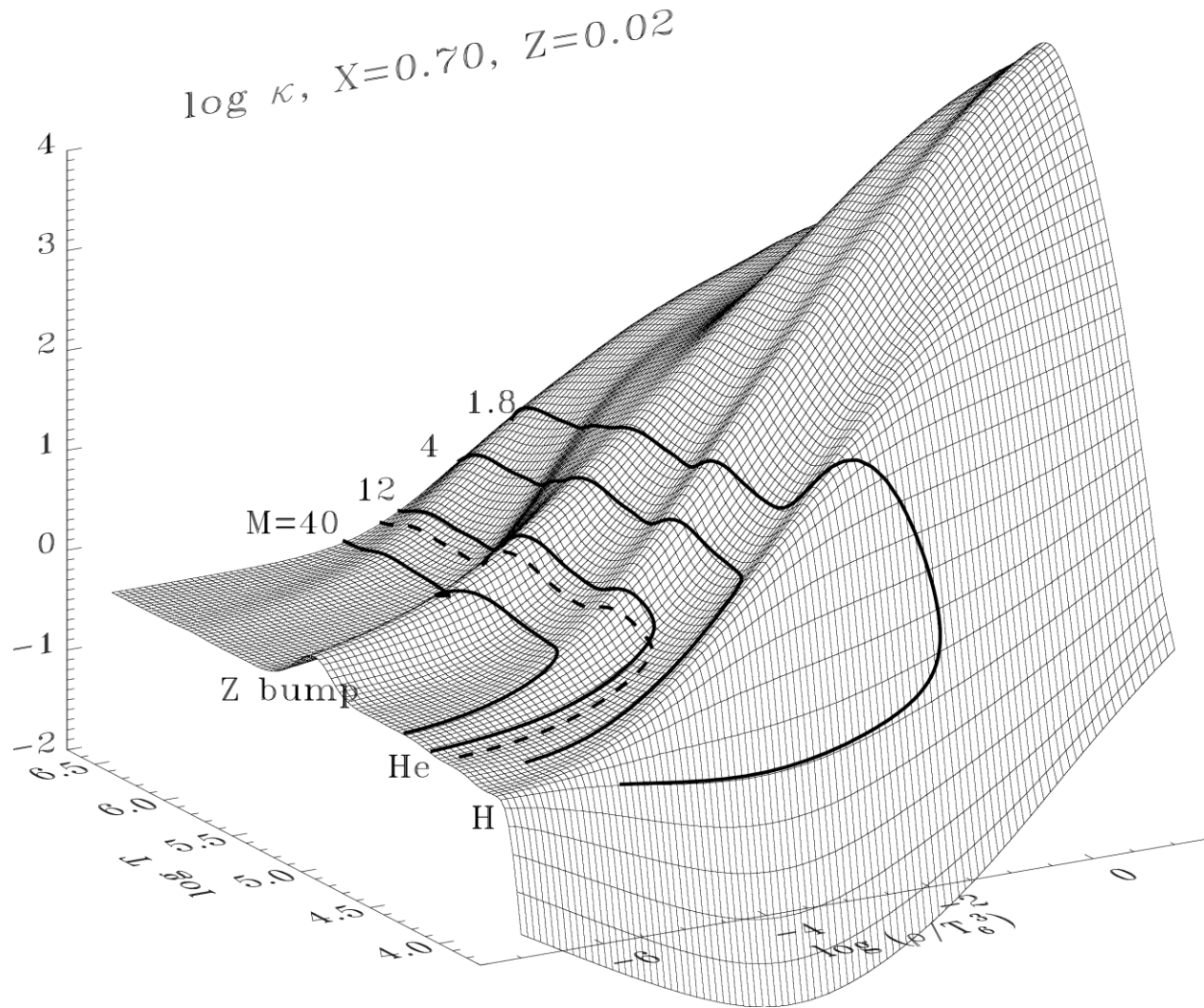
## Pośrednie temperatury

$$\kappa = \kappa_1 \rho T^{-3.5} \text{ (wzór Kramersa)}$$

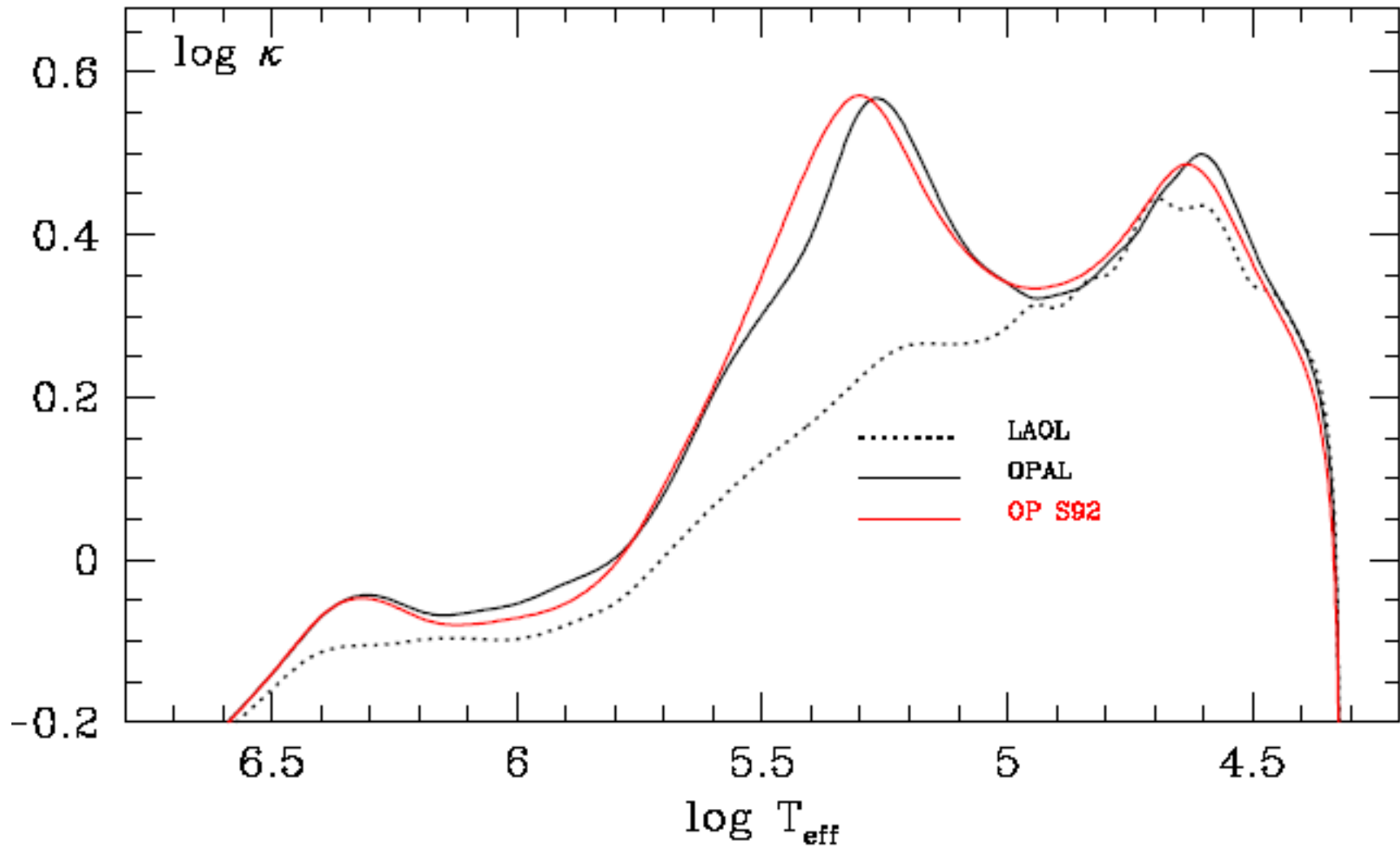
## bardzo niskie temperatury

$$\kappa = \kappa_1 \rho^{1/2} T^4$$

Nieprzezroczystość,  $\kappa$ (OPAL), w zależności od  $\log T$  i  $\log \rho/T_6^3$  ( $T_6 = T/10^6$ )



„Opacity” wewnątrz modelu  $M=12 M_{\odot}$ ,  $X=0.70$ ,  $Z=0.02$ :  
OP (Seaton et al.) vs. OPAL (Livermore) vs. LAOL (Los Alamos)



**OPAL 1996**

**Iglesias & Rogers**

**<http://opalopacity.llnl.gov/>**

**<http://adg.llnl.gov/Research/OPAL/opal.html>**

**OP 2005**

**Seaton i in.**

**<http://opacities.osc.edu/>**

**Low Temperature Rosseland Opacities**

**Aleksander & Ferguson 2005**

**<http://webs.wichita.edu/physics/opacity/>**

**OPLIB (nowe Los Alamos)**

**Colgan i in. 2013, 2015**

# REAKCJE JĄDROWE

we wnętrzach gwiazd



## Energia wiązania na jeden nukleon

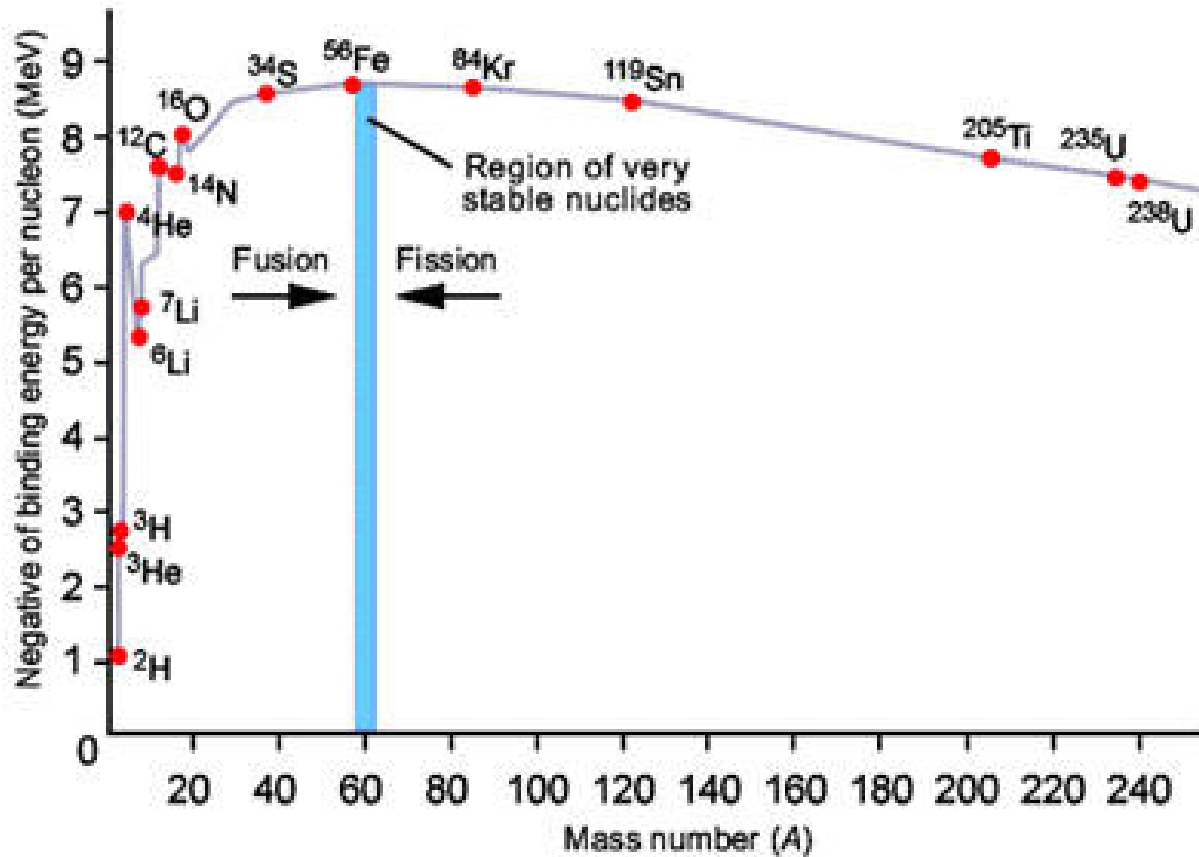
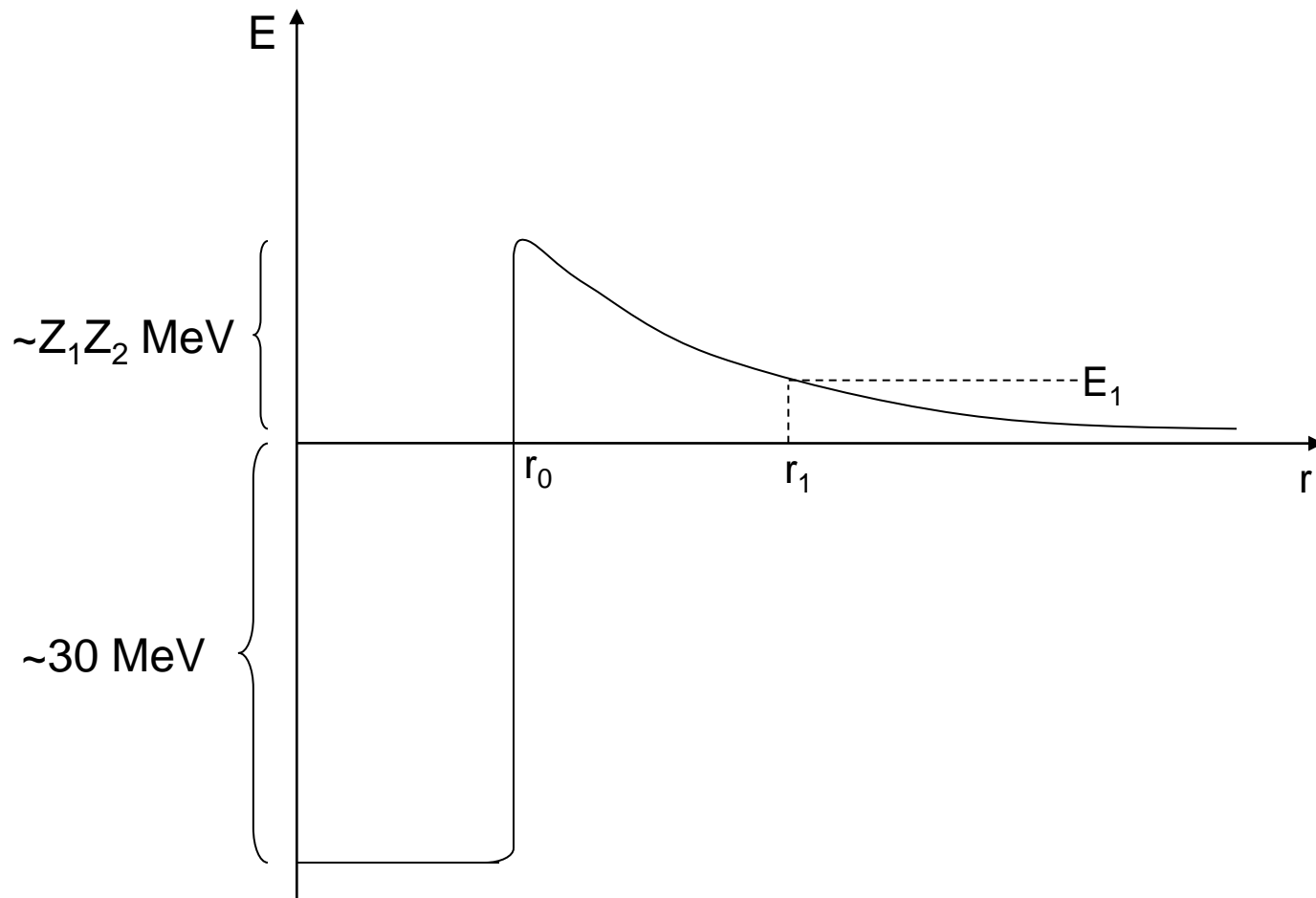


Tabela 8.1. Wartości nadwyżek masy  $\Delta M$  w MeV dla kilku pierwiastków ważnych z punktu widzenia reakcji jądrowych przebiegających w gwiazdach

Z	jądro	A	$\Delta M$	Z	jądro	A	$\Delta M$	Z	jądro	A	$\Delta M$
0	n	1	8,071	5	B	9	12,418	9	F	16	10,904
1	H	1	7,289			10	12,052			17	1,951
	D	2	13,136			11	8,668			18	0,872
	T	3	14,950			12	13,370			19	-1,486
	H	4	28,220			13	16,562			20	-0,012
2	He	5	31,090	6	C	9	28,990	10	Ne	21	-0,046
		3	14,931			10	15,658			18	5,319
		4	2,425			11	10,648			19	1,752
	5	11,454	12			0	20			-7,042	
	6	17,598	13			3,125	21			-5,730	
	7	26,030	14			3,020	22			-8,025	
	8	32,000	15			9,873	23			-5,148	
3	Li	5	11,679	7	N	12	17,364	11	Na	24	-5,949
		6	14,088			13	5,345			20	8,280
		7	14,907			14	2,864			21	-2,185
		8	20,946			15	0,100			22	-5,182
		9	24,965			16	5,685			23	-9,528
		6	18,376			17	7,871			24	-8,418
4	Be	7	15,769	8	O	14	8,008	12	Mg	25	-9,356
		8	4,944			15	2,860			26	-7,690
		9	11,351			16	-4,737			22	-0,140
		10	12,607			17	-0,808			23	-5,472
		11	20,181			18	-0,782			24	13,033
5	B	7	27,990			19	3,333			25	-13,191
		8	22,923			20	3,799			26	-16,214

$$\Delta m = m - m_u(Z + N) \text{ - nadwyżka masy}$$





## Tempo reakcji jądrowych

$$\tilde{r}_{ij} = n_i n_j \nu \sigma, \quad [\text{s}^{-1} \text{cm}^{-3}]$$

$$\sigma(E) \equiv \frac{S(E)}{E} \exp\left(-\frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}\right)$$

$$\sigma(E) \equiv \frac{S(E)}{E} \exp\left(-bE^{-1/2}\right),$$

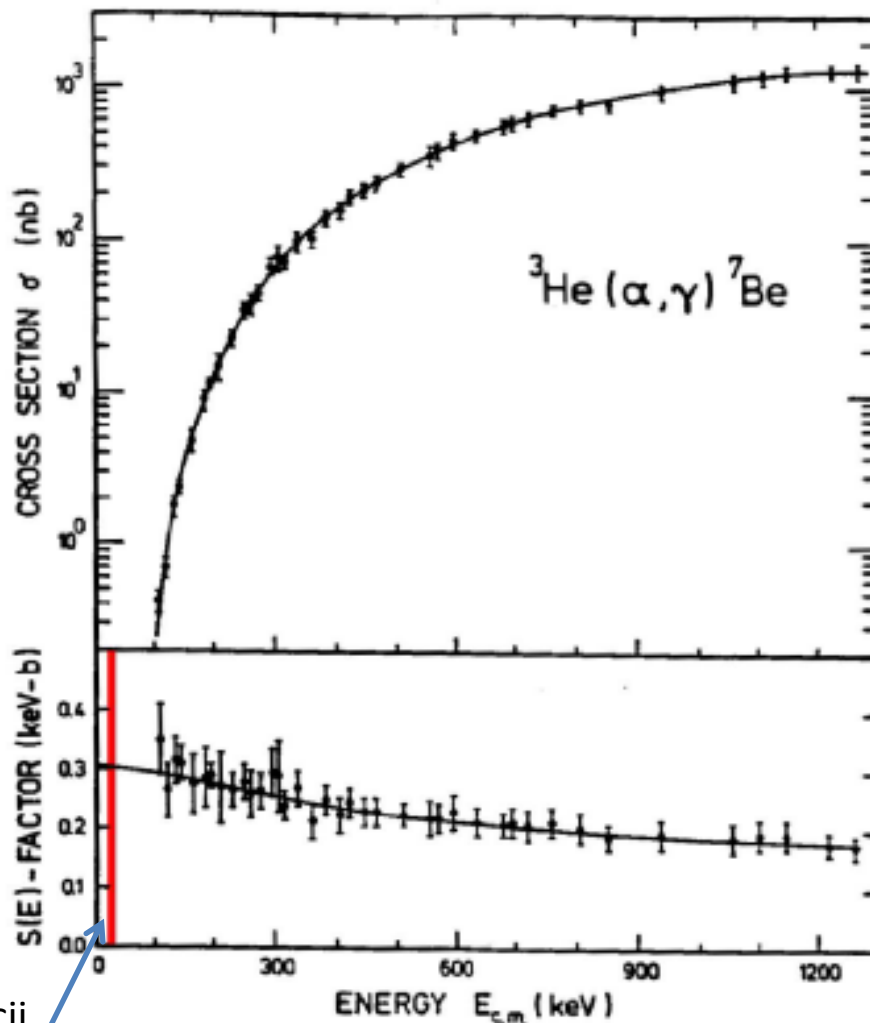
$$b = 31.291 Z_1 Z_2 \mathcal{A}^{1/2} \text{ keV}^{1/2}.$$

**S(E) – (astrofizyczny) czynnik S**

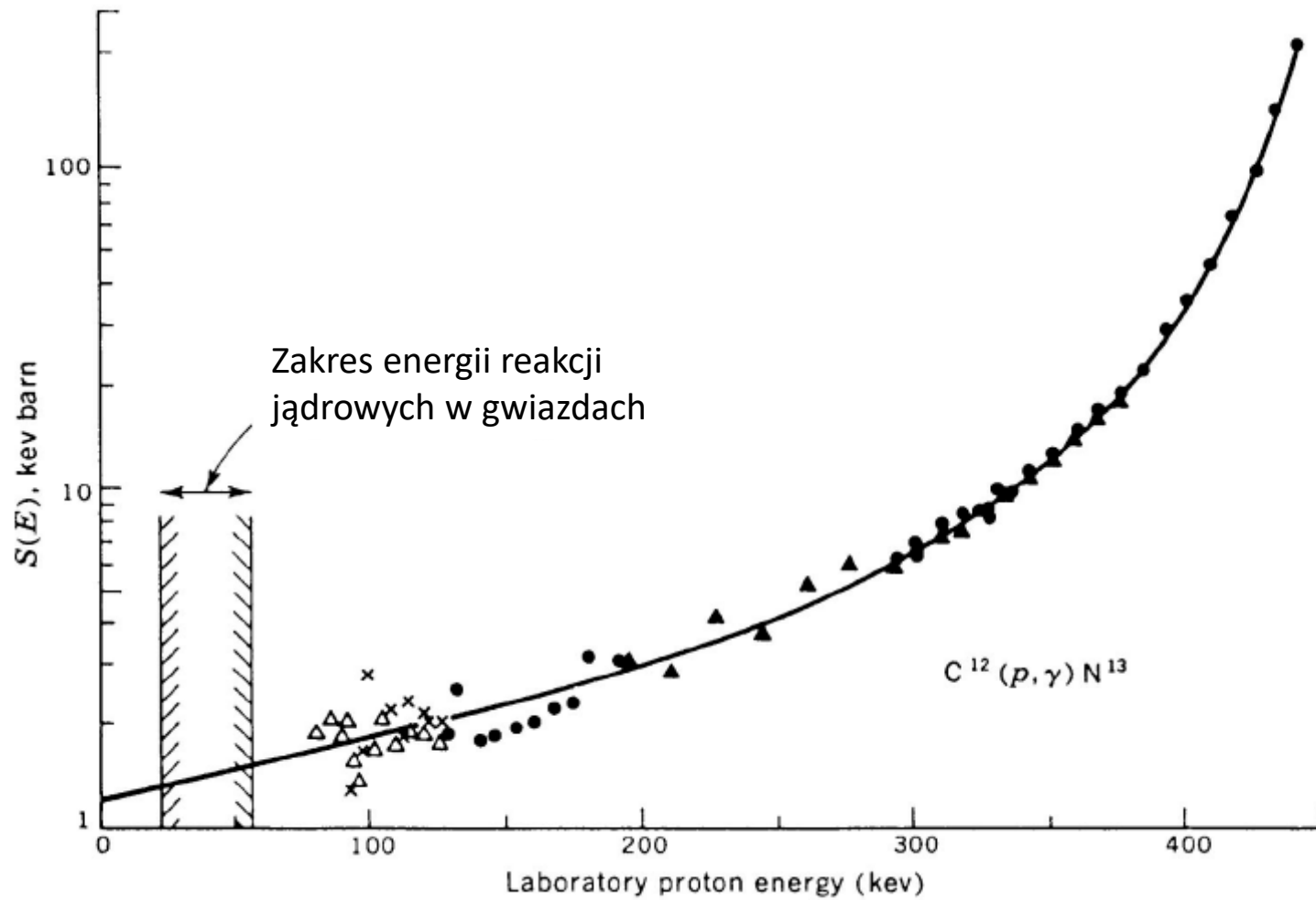
## **S(E) – (astrofizyczny) czynnik S**

- wolnozmienna funkcji E ( $\sigma$  - szybkozmienna)
- zawiera informację w własnościach jądrowych
- można ekstrapolować z pomiarów przy dużych E

Zależność przekroju czynnego i czynnika  $S(E)$  od energii dla reakcji  ${}^3\text{He}+{}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Be}+\gamma$



energie reakcji  
jądrowych w gwiazdach

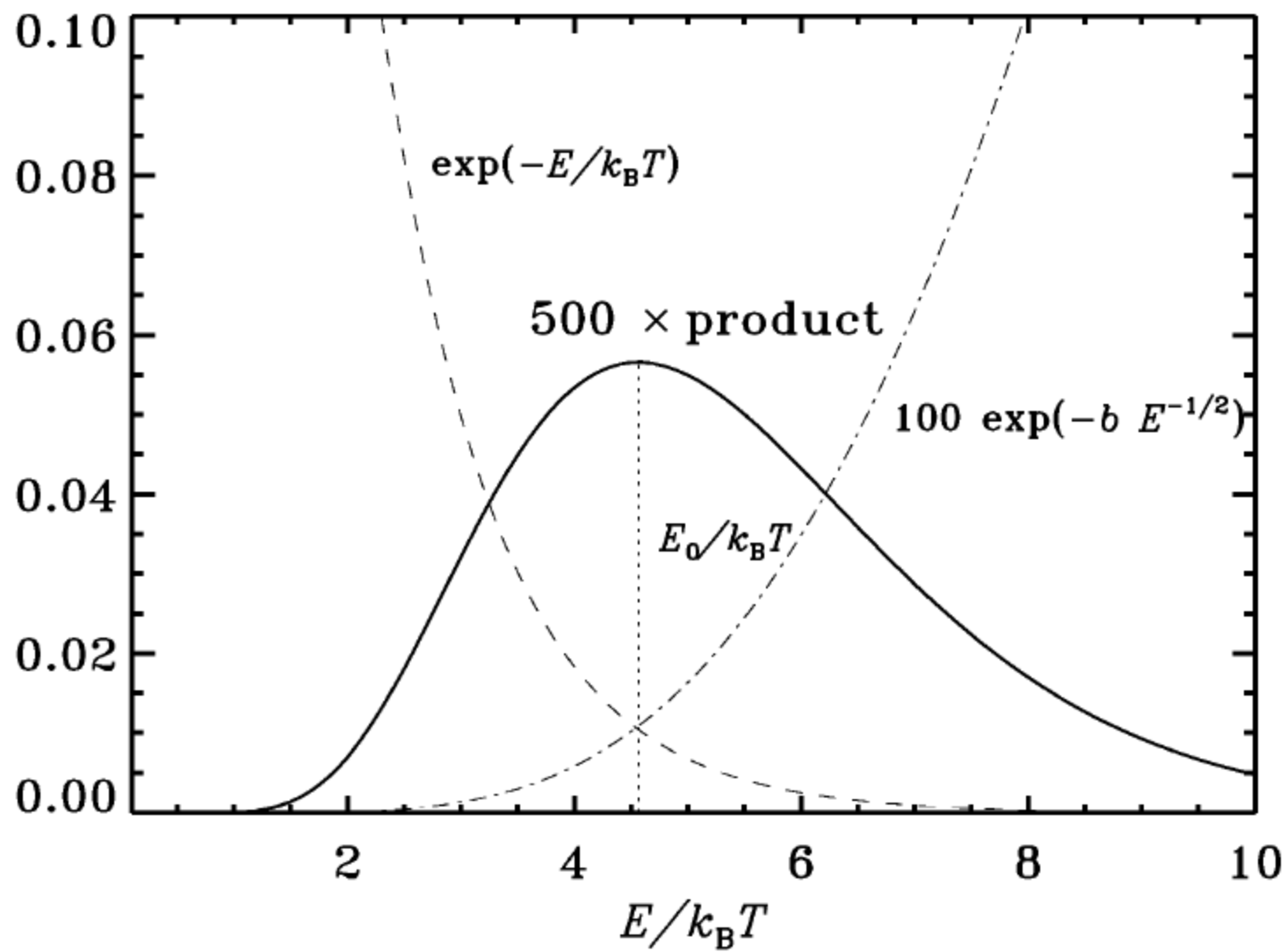


## Tempo reakcji jądrowych

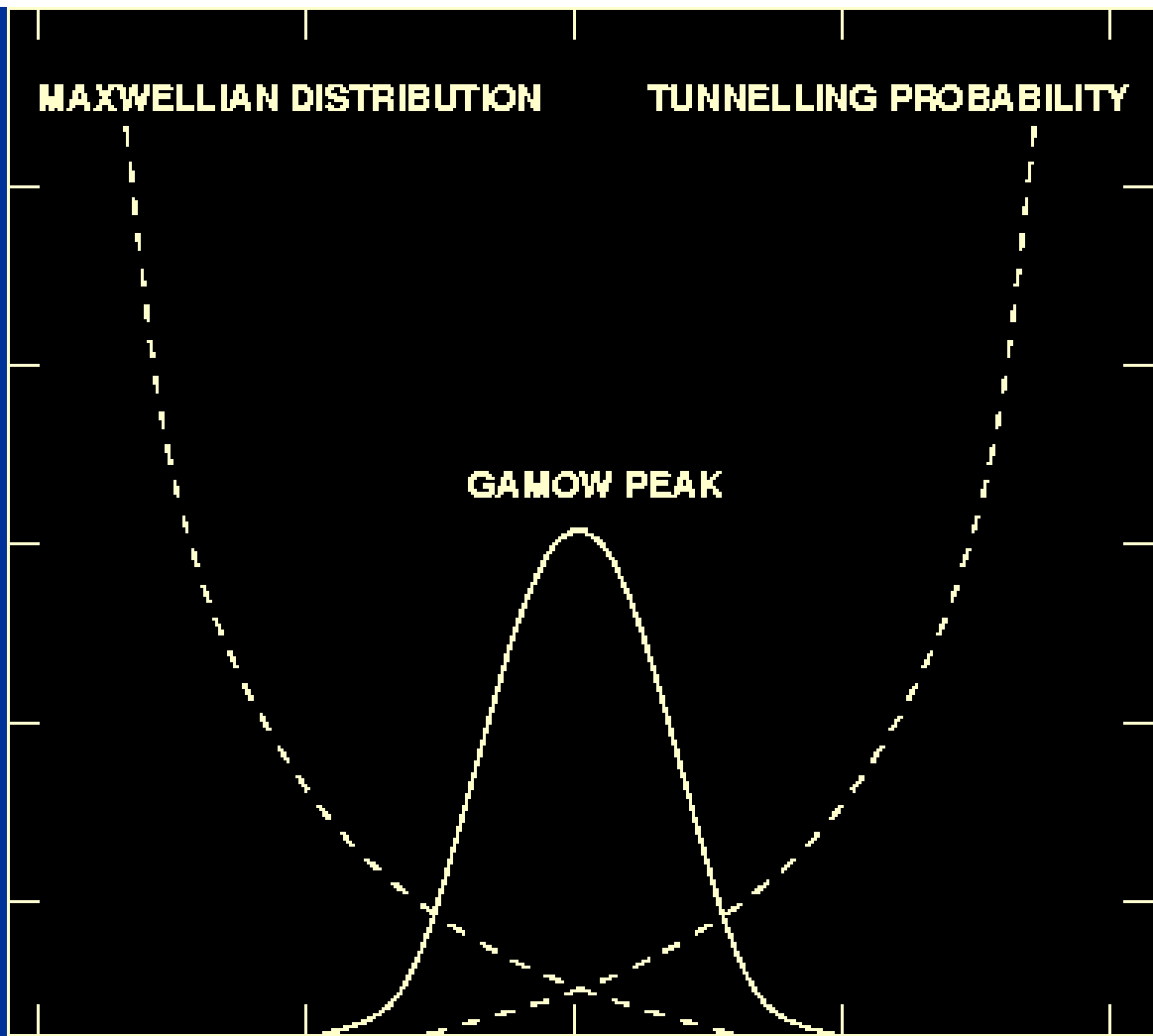
$$\langle \sigma v \rangle = \left( \frac{8}{m\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{(k_B T)^{3/2}} \int_0^\infty S(E) \exp \left( -\frac{E}{k_B T} - \frac{b}{E^{1/2}} \right) dE .$$

$\exp(-bE^{-1/2})$     **wzrost  $\langle \sigma v \rangle$  z E (efekt tunelowy)**

$\exp(-E/k_B T)$     **spadek  $\langle \sigma v \rangle$  z E (rozkład Maxwella)**



FUSION PROBABILITY



MAXWELLIAN DISTRIBUTION

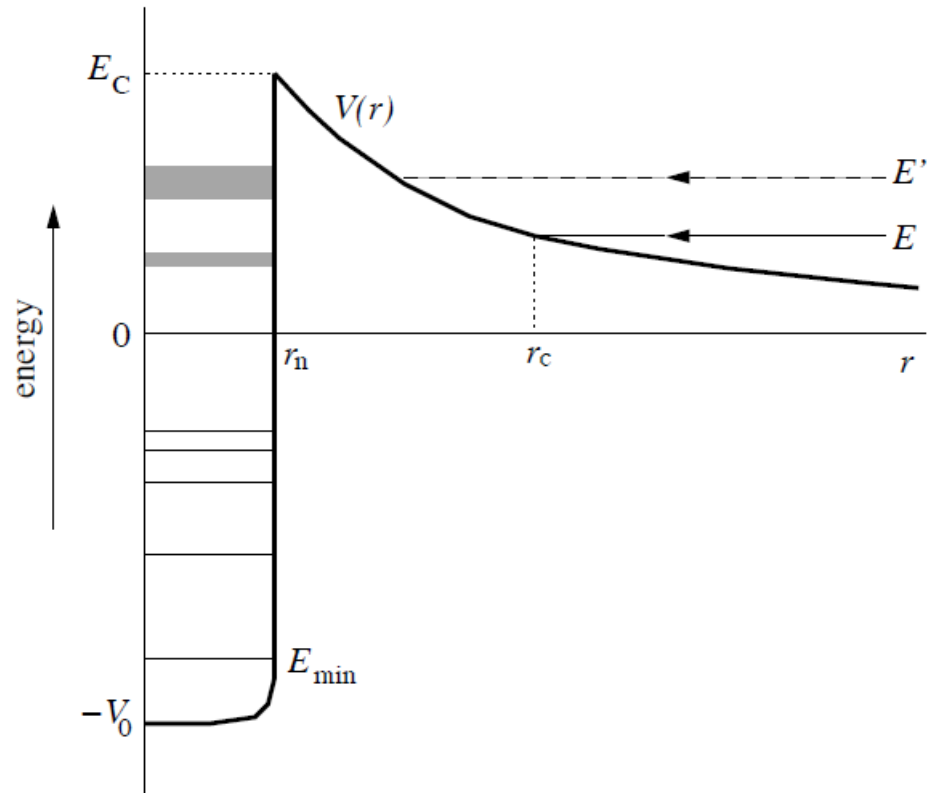
TUNNELLING PROBABILITY

GAMOW PEAK

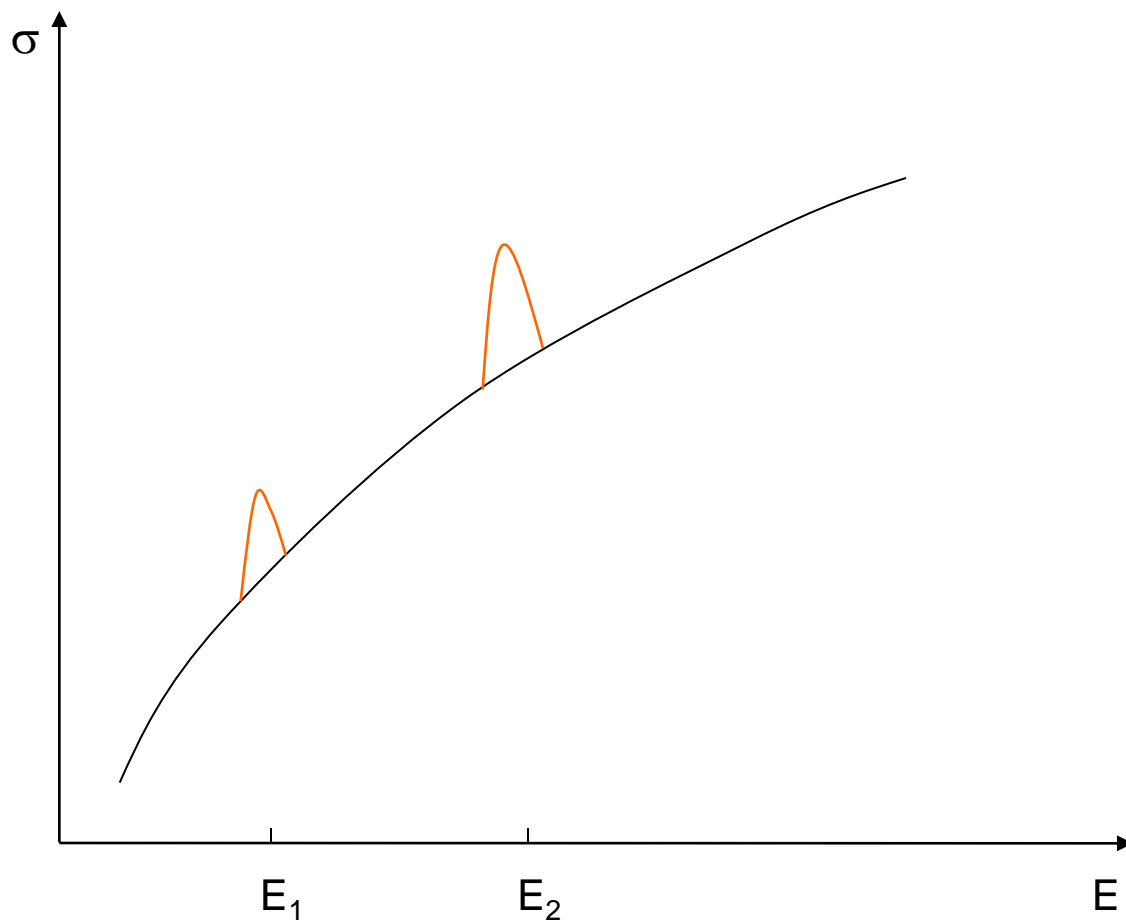
ENERGY



# Reakcje rezonansowe



## Rezonans dla $E_1$ i $E_2$



## **Bazy danych o reakcjach jądrowych**

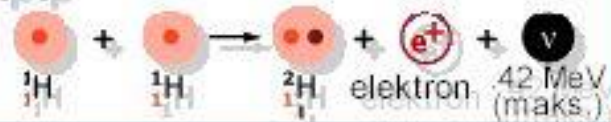
**NACRE**

**<http://pntpm.ulb.ac.be/Nacre>**

**JINA**

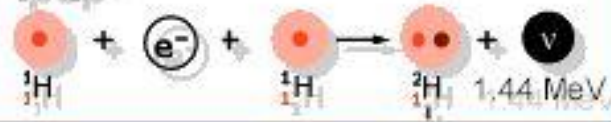
**dane dla ponad 76000 reakcji  
ponad 4500 izotopów**

1 **reakcja p-p**

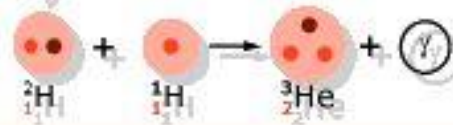


Lecz raz na 400 razy:

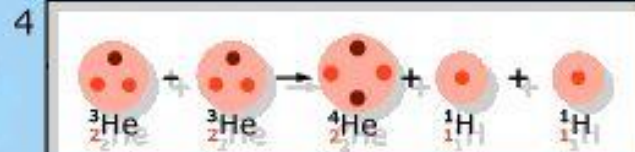
2 **reakcja "pep"**



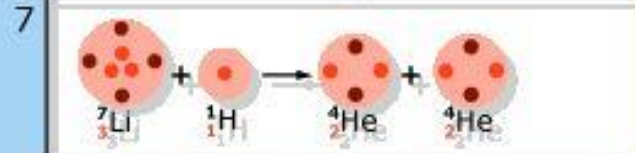
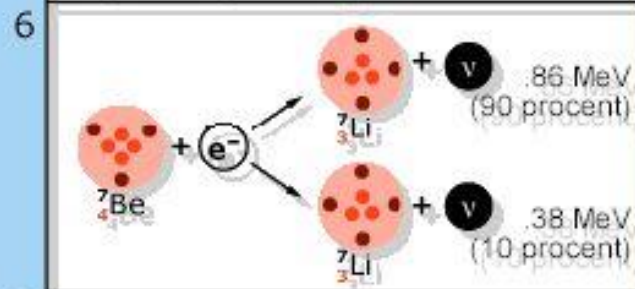
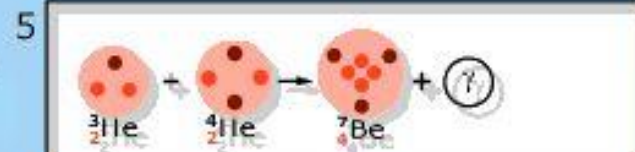
3



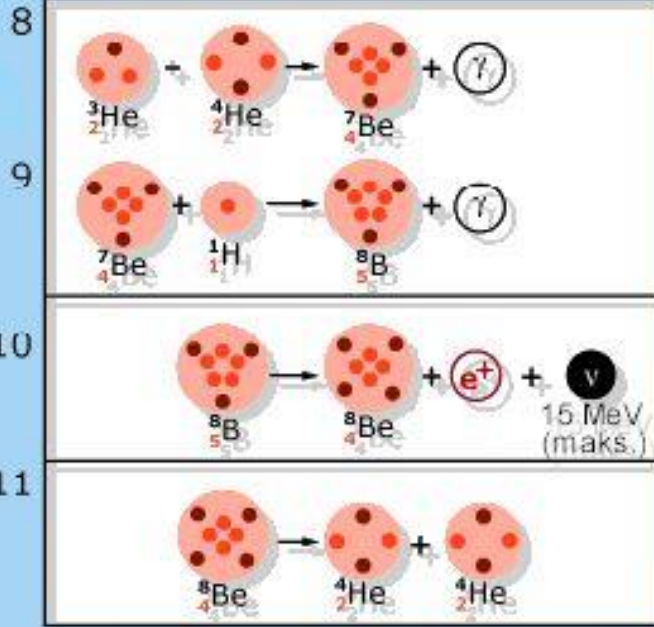
**gałąź 1**  
(85%)



**gałąź 2**  
(15%)



**galaz 3**  
(0,01%)



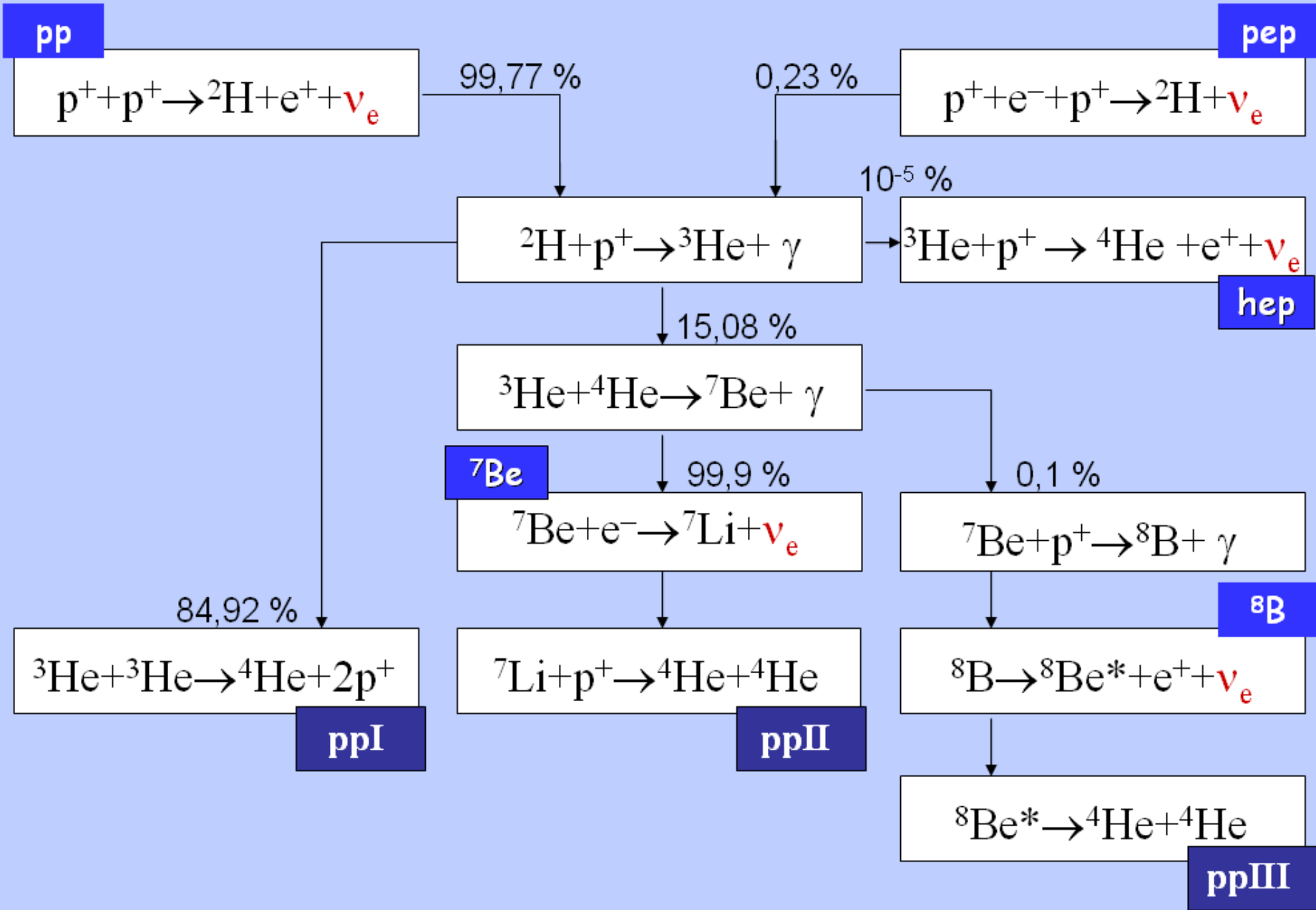


Tabela 4.1. Reakcje jądrowe w cyklach pp

	Reakcja	$Q'$ [MeV]	$Q_\nu$ [MeV]	Oznaczenie
ppI	$p(p, e^+ \nu) d$	1,192	0,250	$\lambda_{pp}$
	$d(p, \gamma) {}^3\text{He}$	5,494		$\lambda_{pd}$
	${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p)\alpha$	12,860		$\lambda_{33}$
ppII	${}^3\text{He}(\alpha, \gamma) {}^7\text{Be}$	1,586	0,813	$\lambda_{34}$
	${}^7\text{Be}(e^-, \nu) {}^7\text{Li}$	0,049		$\lambda_{e7}$
	${}^7\text{Li}(p, \alpha)\alpha$	17,348		$\lambda'_{17}$
ppIII	${}^7\text{Be}(p, \gamma) {}^8\text{B}$	0,137	7,2	$\lambda_{17}$
	${}^8\text{B}(e^+, \nu) {}^8\text{Be}^*$	7,9		$\lambda_8$
	${}^8\text{Be}^*(\alpha, \alpha)\alpha$	2,995		$\lambda'_8$



# Cykl CNO

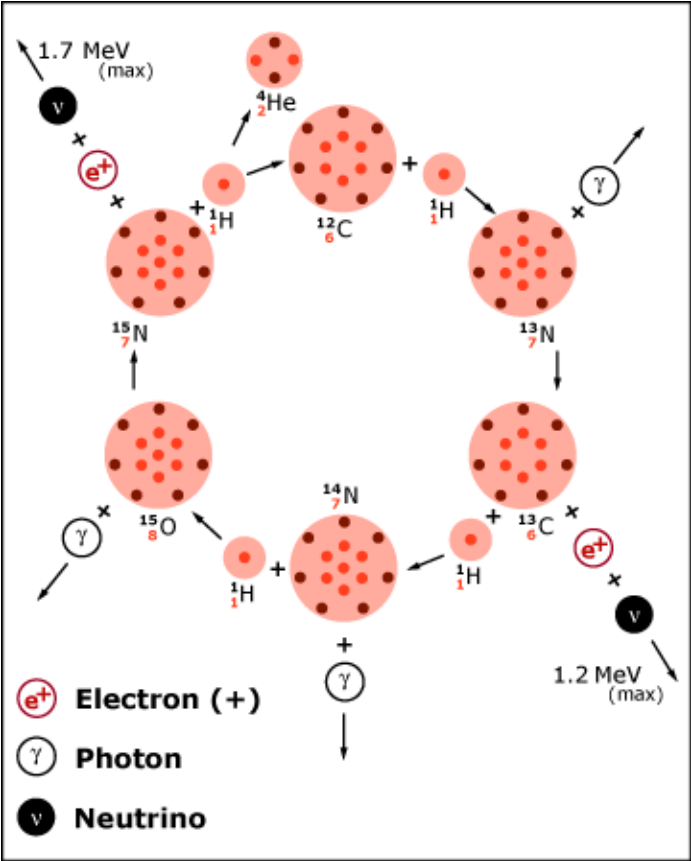
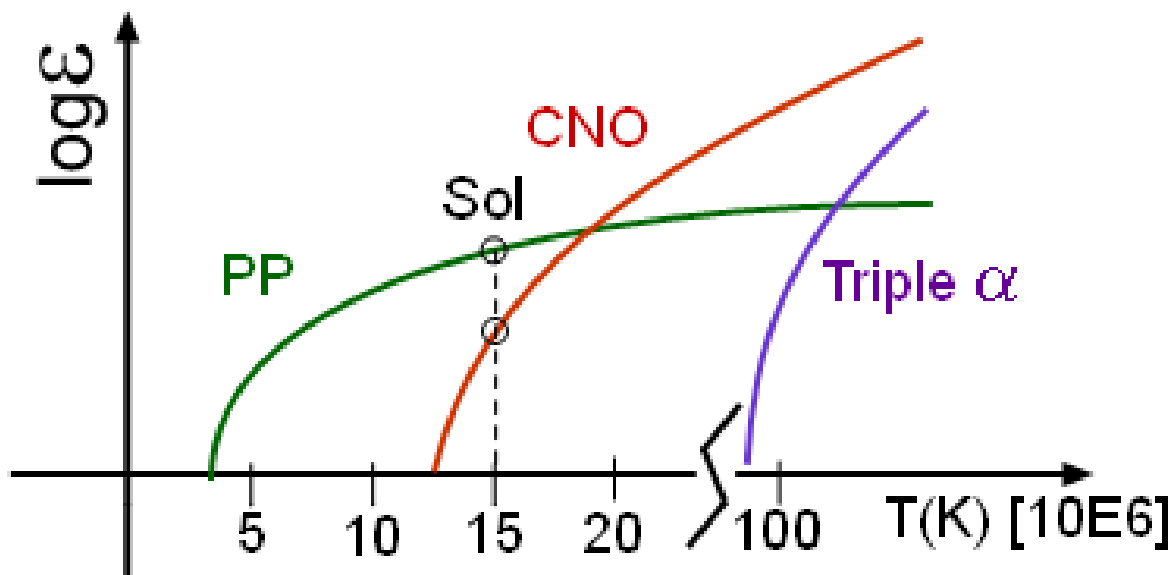


Tabela 4.2. Reakcje jądrowe w cyklu CNO

	Reakcja	$Q'$ [MeV]	$Q_\nu$ [MeV]	Oznaczenie
CN	$^{12}\text{C}(p,\gamma)^{13}\text{N}$	1,944	0,71	$\lambda_{p12}$
	$^{13}\text{N}(e^+\nu)^{13}\text{C}$	1,510		$\lambda_{13}$
	$^{13}\text{C}(p,\gamma)^{14}\text{N}$	7,551		$\lambda_{p13}$
	$^{14}\text{N}(p,\gamma)^{15}\text{O}$	7,298	1,00	$\lambda_{p14}$
	$^{15}\text{O}(e^+\nu)^{15}\text{N}$	1,752		$\lambda_{15}$
	$^{15}\text{N}(p,\alpha)^{12}\text{C}$	4,966		$\lambda_{p15}$
ON	$^{15}\text{N}(p,\gamma)^{16}\text{O}$	12,126	0,94	$\lambda_{p15}$
	$^{16}\text{O}(p,\gamma)^{17}\text{F}$	0,601		$\lambda_{p16}$
	$^{17}\text{F}(e^+\nu)^{17}\text{O}$	2,762		$\lambda_{17}$
	$^{17}\text{O}(p,\alpha)^{14}\text{N}$	1,193		$\lambda_{p17}$

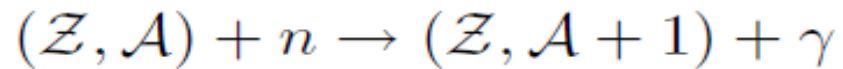


## Reakcje 3 $\alpha$

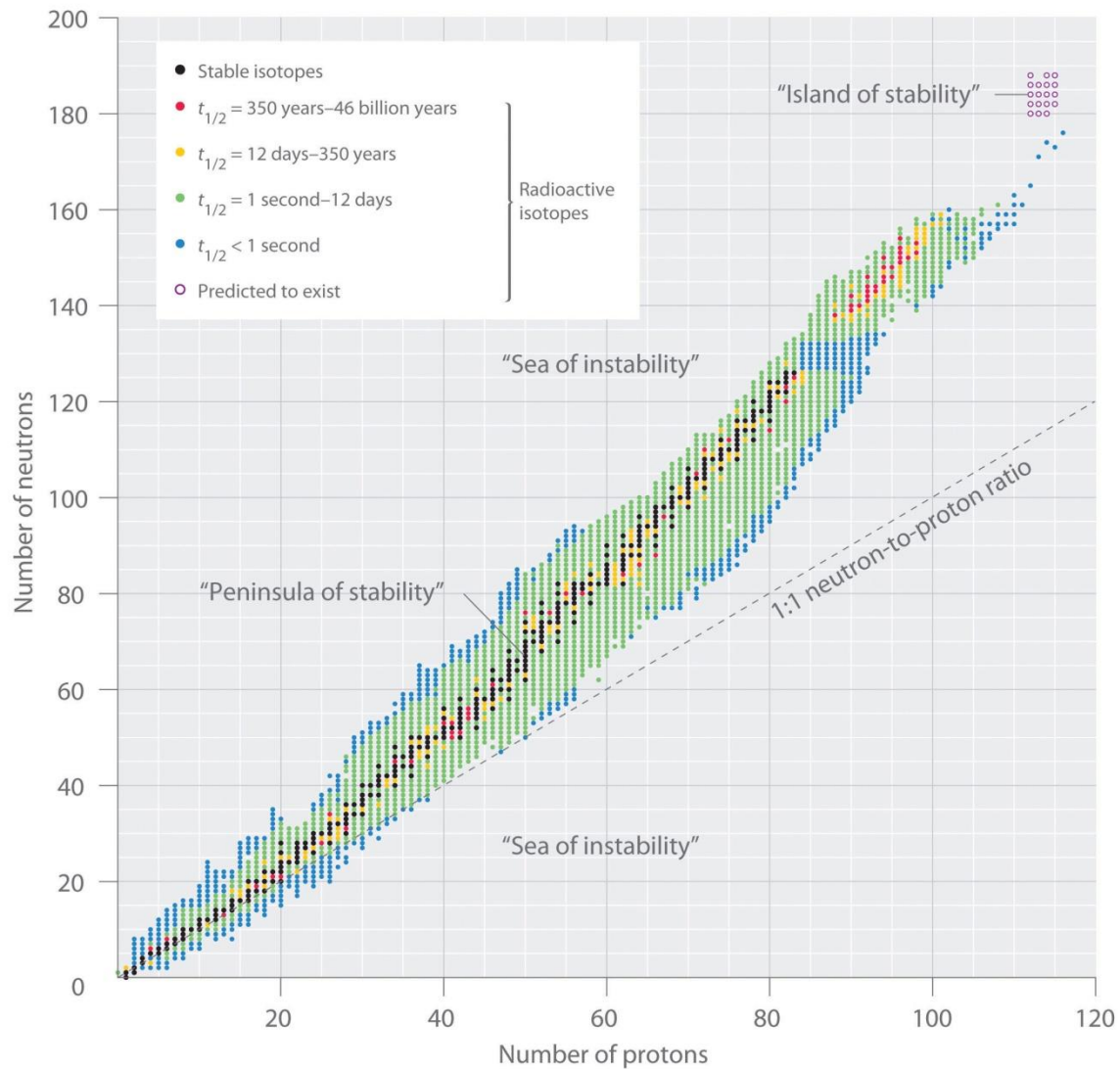
$$T=10^8 \text{ K} \quad \rho=10^4\text{-}10^5 \text{ g/cm}^3$$

## Synteza cięższych jąder

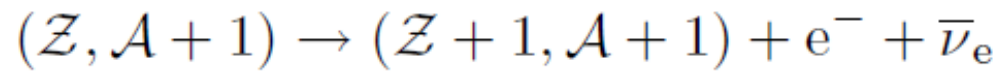
## Nukleosynteza poprzez wychwyt neutronów



# Wyspa stabilności

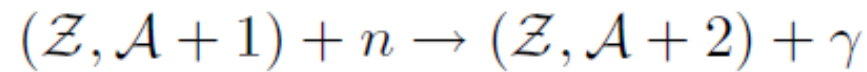


## rozpad $\beta^-$



nowy  
pierwiastek

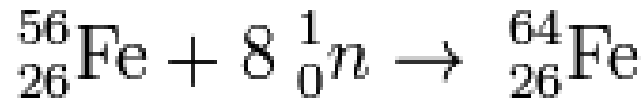
**lub**



## Proces r (r-process, rapid neutron captures process)

Duży strumień neutronów  $n_n = 10^{22} - 10^{23} \text{ cm}^{-3}$

- 1) Szybki wychwyt wielu neutronów
- 2) ciąg spontanicznych rozpadów  $\beta^-$  prowadzących do powstania stabilnego jądra

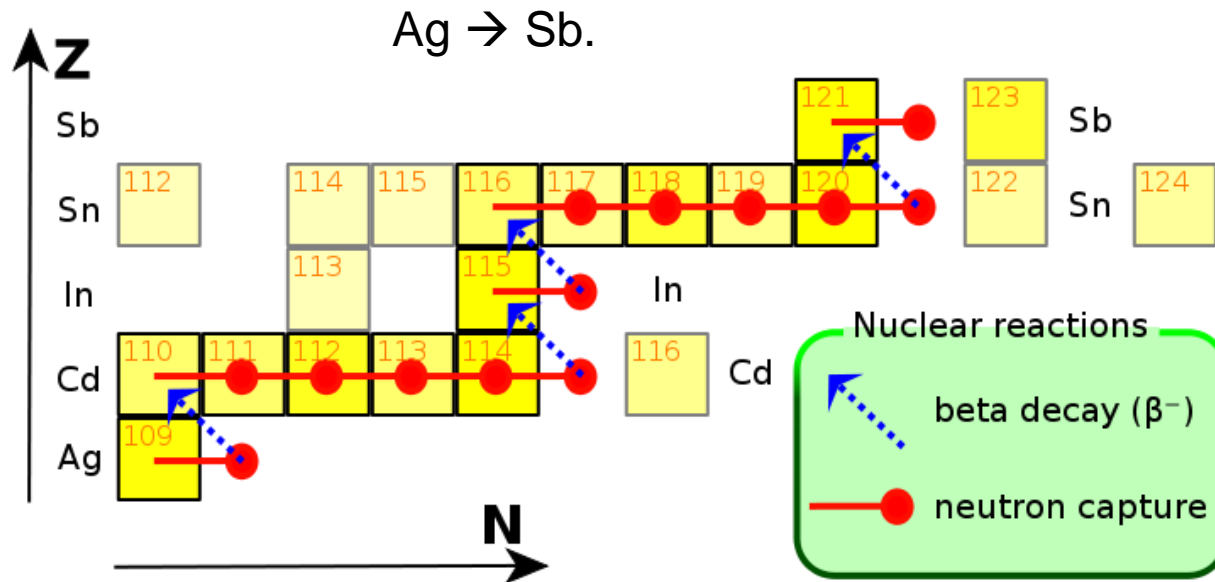


Występowanie: SN II, zlewające się gwiazdy neutronowe



## Proces s (s-process, slow neutron captures process)

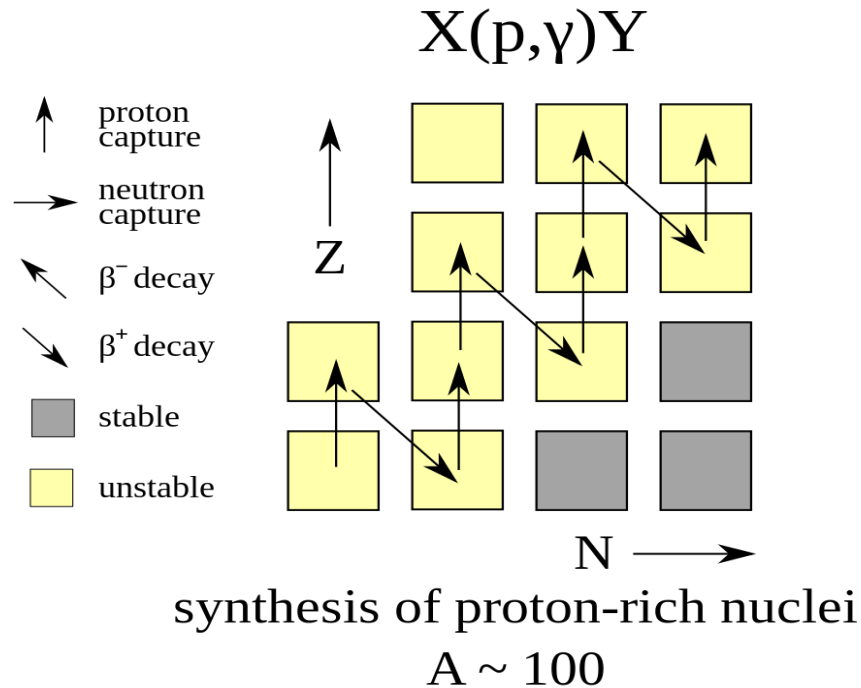
strumień neutronów  $n_n = 10^5 - 10^{11} \text{ cm}^{-3}$



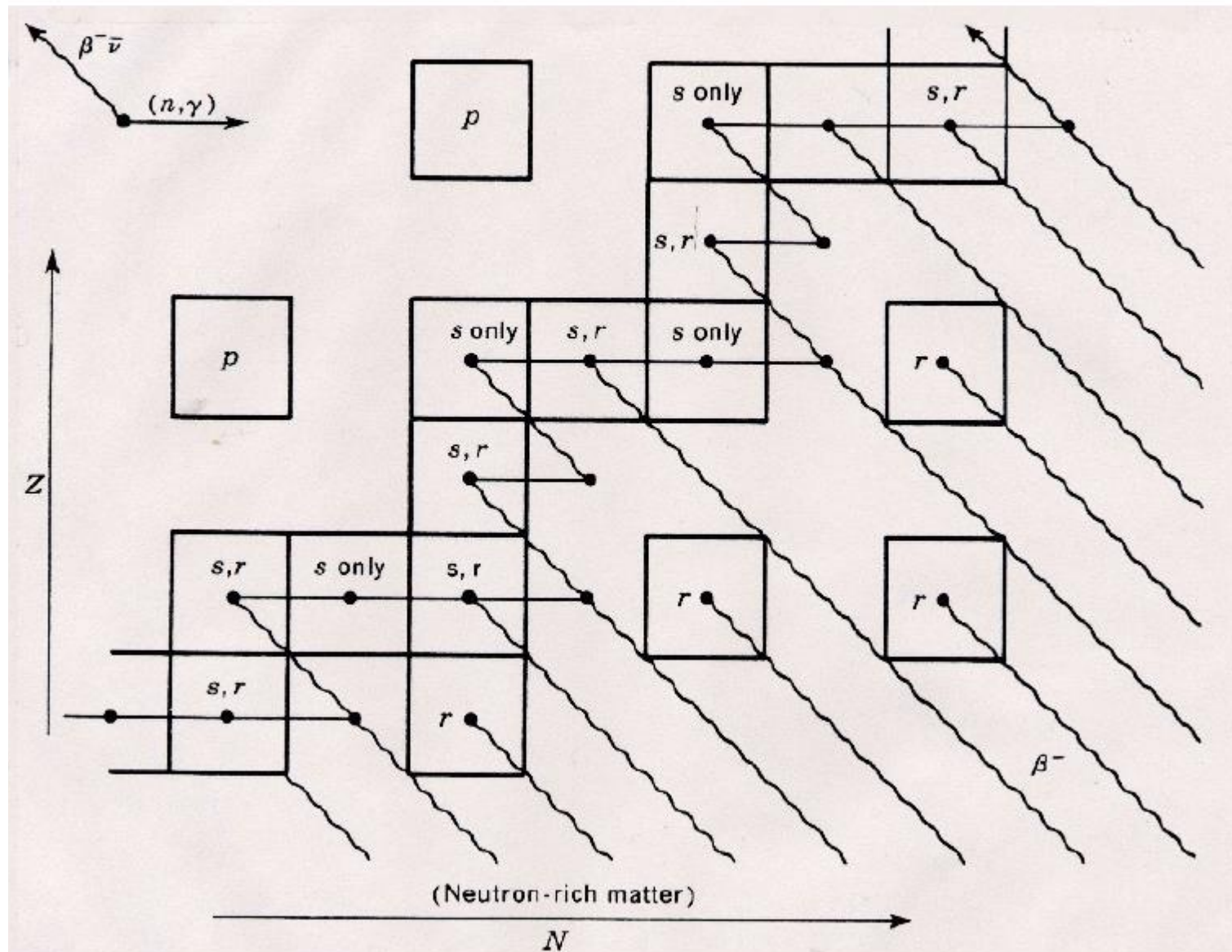
Występowanie: gwiazdy AGB

## Proces rp (rapid proton capture, szybki wychwyt protonów)

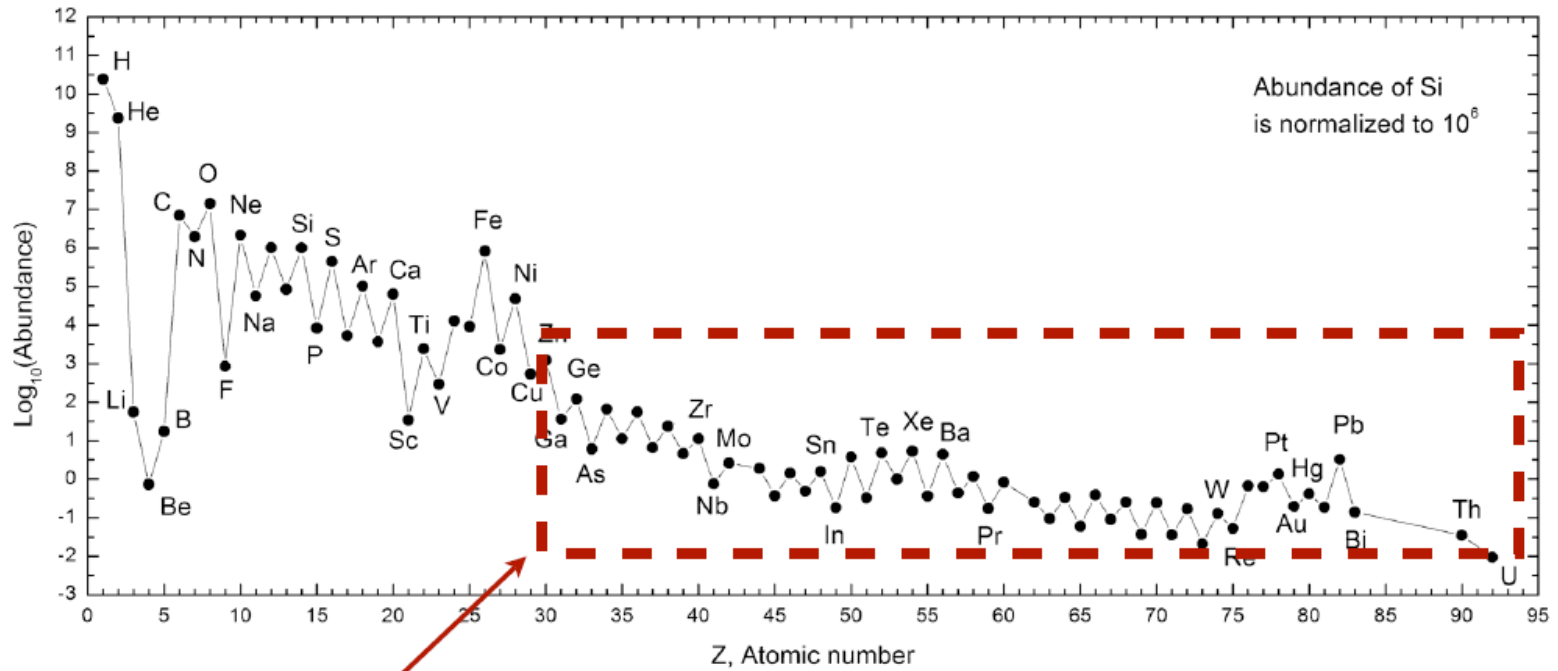
- duży strumień protonów
- $T \approx 10^9$  K (aby pokonać barierę kulombowską)



Występowanie: układy podwójne z gwiazdą neutronową (akrecja)



## Obfitości słoneczne



Produkty procesów r i s

