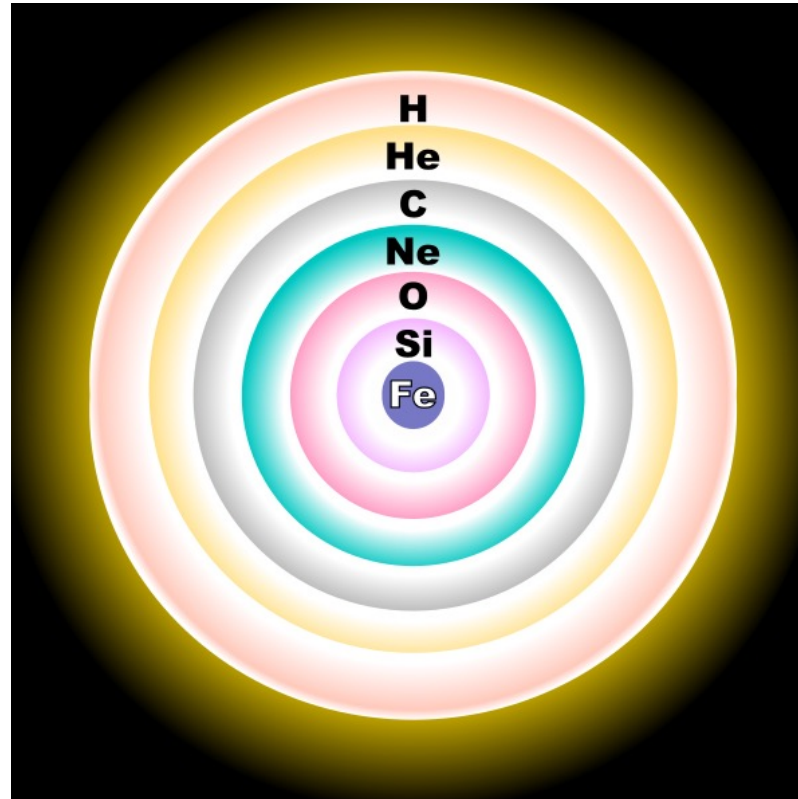


# BUDOWA I EWOLUCJA GWIAZD



Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz

Semestr letni, 2020/2021

**W jaki sposób stojąca do dyspozycji energia całkowita układu może być podzielona między dużą (skończoną) liczbę cząstek?**

**Rozkład najbardziej prawdopodobny, realizowany w stanie równowagi termodynamicznej, zależy od rodzaju cząstek.**

$$g(E) \\ \mu_i = \left( \frac{\partial U}{\partial N_i} \right)_{S, V}$$

## Trzy podstawowe rodzaje cząstek

- ◆ klasyczne – statystyka Maxwella-Boltzmannna
- ◆ fermiony – statystyka Fermiego-Diraca
- ◆ bozony – statystyka Bosego-Einsteina

$$n(E) = \frac{g(E)}{e^{(E-\mu)/kT} \pm 1}$$

Cl. Maxwell

$$n(E) = \frac{g(E)}{e^{(E-\mu)/kT}}$$

s. Maxwell-Boltzmann

Fermi

$$n(E) = \frac{g(E)}{e^{(E-\mu)/kT} + 1}$$

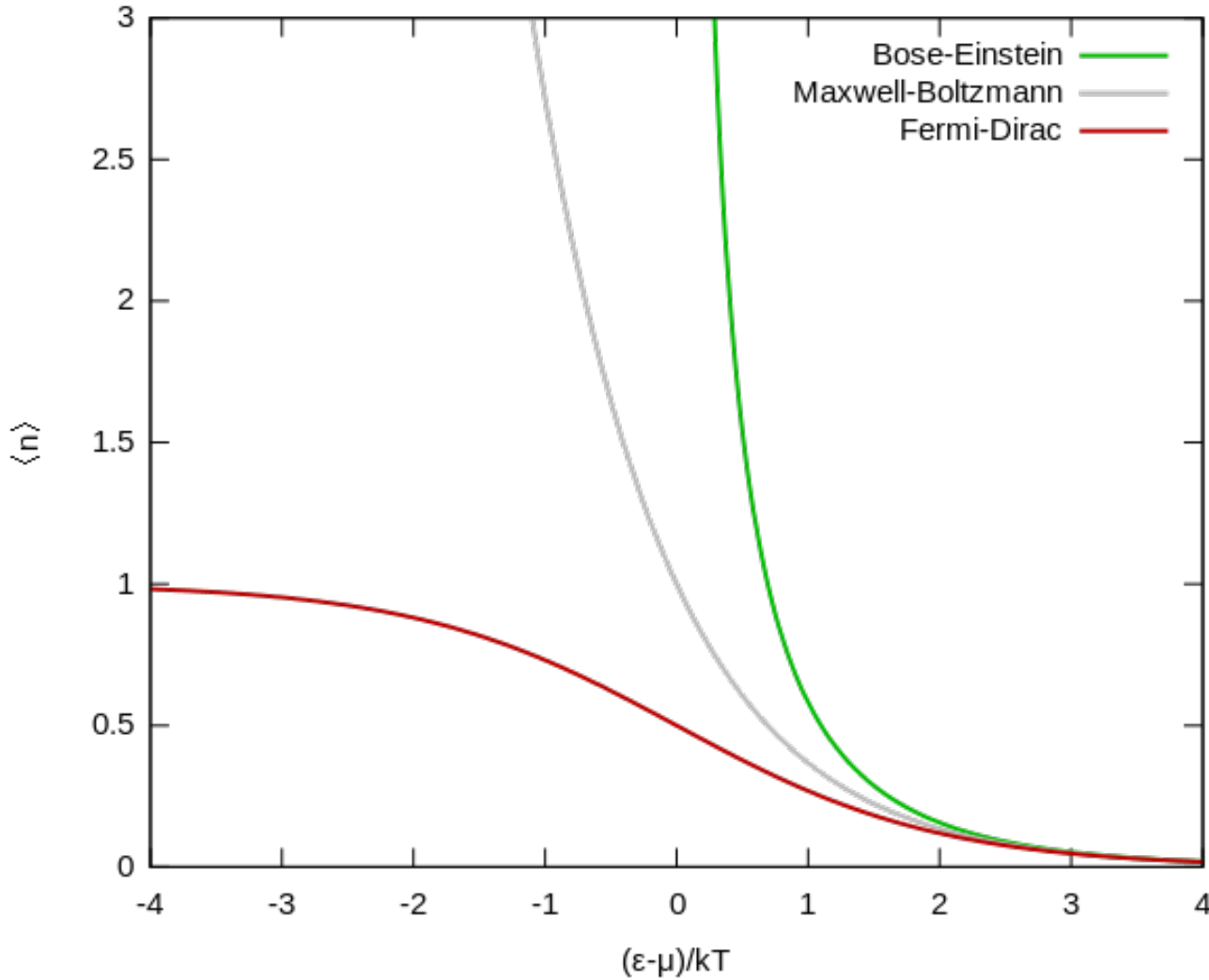
s. Fermi-Dirac

Bose

$$n(E) = \frac{g(E)}{e^{(E-\mu)/kT} - 1}$$

s. Bose-Einstein

# Porównanie statystyk



$$\sim 1/(e^x - 1)$$

$$\sim e^{-x}$$

$$\sim 1/(e^x + 1)$$

$$x = (\epsilon - \mu)/kT$$

$\mu$  - potencjał chemiczny

$$\mu_i = \left( \frac{\partial U}{\partial N_i} \right)_{S, V, N_{j \neq i}}$$

$$p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$$

$p, p+dp$

$$n(p)dp = \frac{g(p)}{e^{(E-\mu)/kT} \pm 1} \frac{4\pi p^2}{h^3} dp$$

$$h = 6.63 \cdot 10^{-27} \text{ [erg}\cdot\text{s]}$$

$$h = \frac{h}{2\pi}$$

$$4\pi p^2, dp \quad \frac{4\pi p^2 dp}{h^3}$$

$$n = \int_0^{\infty} n(p) dp$$

$$\rho = n \cdot m$$

$$E \equiv E_{\text{tot}} = E_0 + E_k \quad E_0 = mc^2$$

$$E_{\text{tot}}^2 = (mc^2)^2 + (pc)^2$$

$$E = mc^2 \left[ 1 + \left( \frac{p}{mc} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$E_k = mc^2 \left[ \left( 1 + \left( \frac{p}{mc} \right)^2 \right)^{1/2} - 1 \right] =$$

$$= mc^2 \frac{\left( \frac{p}{mc} \right)^2}{\left( 1 + \left( \frac{p}{mc} \right)^2 \right)^{1/2} + 1}$$

$$= \frac{p^2}{m} \frac{1}{\left( 1 + \left( \frac{p}{mc} \right)^2 \right)^{1/2} + 1}$$

$$1) \quad \bar{E}_k \approx \frac{p^2}{2m}$$

$$\frac{p}{mc} \rightarrow 0$$

$p \ll mc$   
g. nichtrel.

$$2) \quad \bar{E}_k = pc$$

$$\frac{p^2}{m} \cdot \frac{mc}{p} = pc$$

$p \gg mc$   
 $\frac{p}{mc} \rightarrow \infty$   
g. relativist.

$$v = \frac{dE}{dp} = \frac{p}{m} \left[ 1 + \left( \frac{p}{mc} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

$$1) \quad v = \frac{p}{m}$$

$p \ll mc$

$$2) \quad v = c$$

$p \gg mc$



$$U = \int_0^{\infty} E_u(p) n(p) dp \quad [\text{erg} \cdot \text{cm}^{-3}]$$

isotropung  $\vec{p} \parallel \vec{v}$

$$\vec{v} \cdot \vec{p} = v_x p_x + v_y p_y + v_z p_z = v p$$

$$\langle v_x p_x \rangle = \langle v_y p_y \rangle = \langle v_z p_z \rangle = \frac{1}{3} v p$$

$$P = \int_0^{\infty} \langle v_x p_x \rangle n(p) dp = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} v \cdot p dp$$

1)  $v = p/m$   $\tilde{E}_v = \frac{p^2}{2m}$   $p \ll mc$

$$P = \frac{1}{3} \int \frac{p^2}{m} n(p) dp$$

$$U = \int_0^{\infty} \frac{p^2}{2m} n(p) dp$$

}  $\Rightarrow$

$$U = \frac{3}{2} P$$

2)

$$v = c$$

$$E_k = pc$$

$$p \gg mc$$

$$P = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} cp n(p) dp$$

$$U = \int_0^{\infty} pc n(p) dp$$

}  $\Rightarrow$

$$U = 3P$$

## Rozkład Maxwella

$$n(E) \ll 1$$

$$\frac{mc^2}{kT} \gg \frac{E - \mu}{kT} \approx \frac{mc^2 - \mu}{kT} + \frac{p^2}{2mkT} \gg 1$$

$$E \approx mc^2 + \frac{p^2}{2m}$$

$$n(p) dp = \left[ \frac{4\pi g}{h^3} e^{(\mu - mc^2)/kT} \right] p^2 e^{-\frac{p^2}{2mkT}} dp$$

$$n = \left[ \int_0^{\infty} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} p^2 dp \right]$$

$$\int_0^{\infty} e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

$$n = \left[ \frac{4\pi g}{h^3} e^{(\mu - mc^2)/kT} \right] (2mkT)^{3/2} \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

$$f(p) = \frac{n(p)}{n} = \frac{4p^2}{(2mkT)^{3/2} \sqrt{\pi}} \cdot e^{-\frac{p^2}{2mkT}}$$

$$f(p) = \frac{4\pi p^2}{(2\pi mkT)^{3/2}} \cdot e^{-\frac{p^2}{2mkT}}$$

normalized  
Maxwell

$$P = \frac{1}{3} \left[ \frac{4\pi g}{h^3} e^{(\mu - mc^2)/kT} \right] \cdot \int_0^{\infty} \frac{p^2}{m} \cdot e^{-\frac{p^2}{2mkT}} p^2 dp$$

$$= \left[ \frac{4\pi g}{h^3} e^{(\mu - mc^2)/kT} \right] \cdot (2mkT)^{3/2} \frac{\sqrt{\pi}}{4} kT$$

$$= nkT$$

$$P = nkT$$

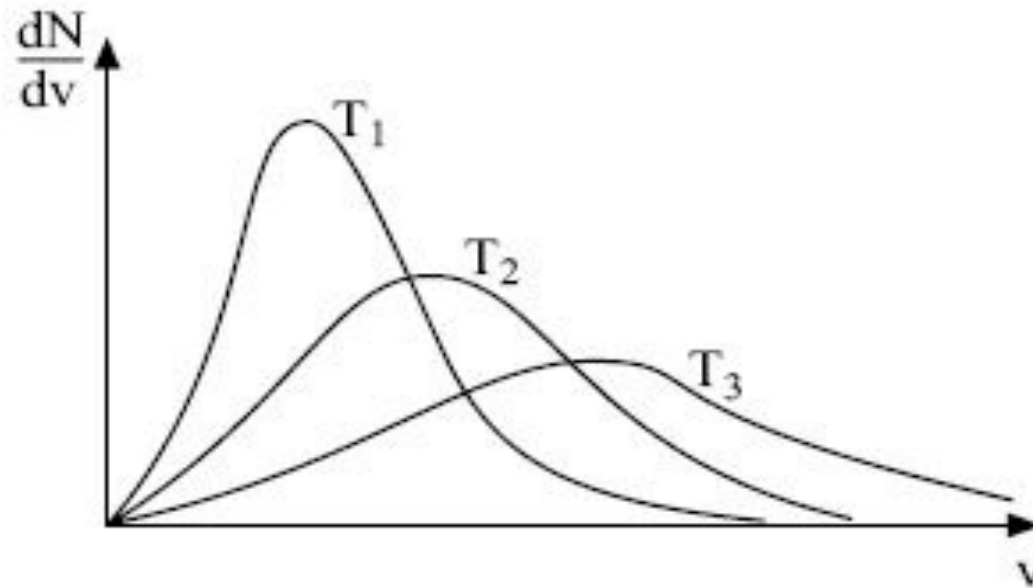
$$U = \frac{3}{2} nkT$$

$$\mu = \frac{g}{nm_H}$$

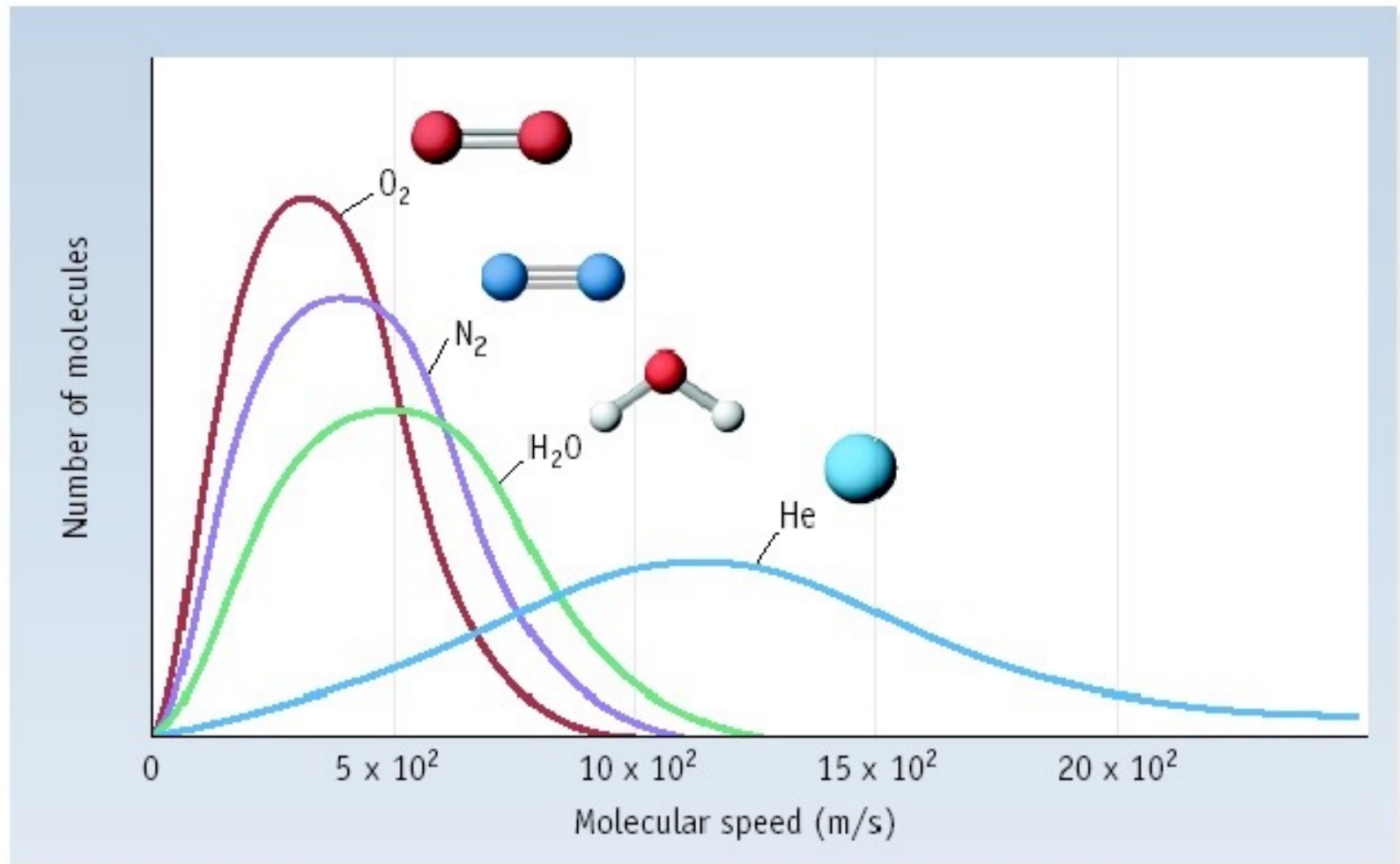
$n$  - koncentracija

$$P = \frac{k \rho T}{\mu m_H} = \frac{\rho R T}{\mu}$$

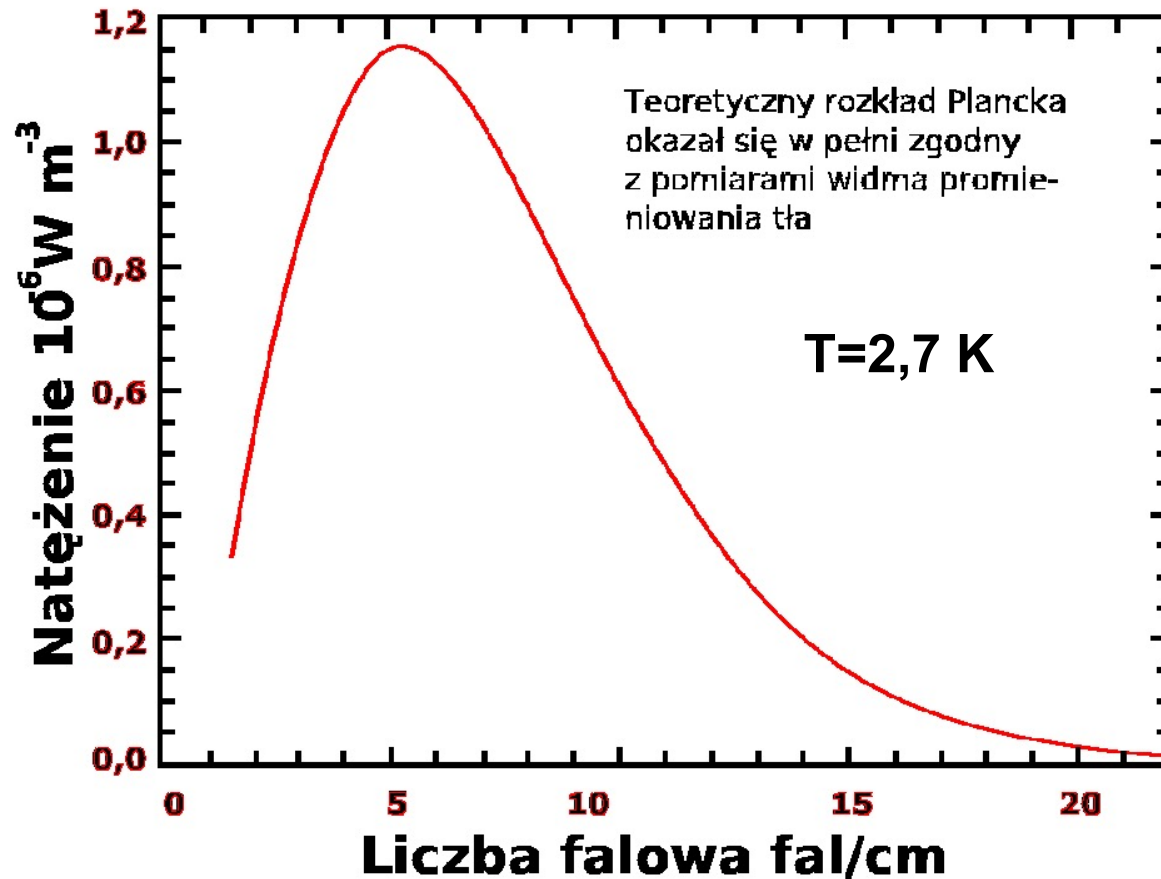
Rozkład Maxwella dla temperatur  $T_1 < T_2 < T_3$



# Rozkład Maxwella dla różnych cząstek o tej samej T

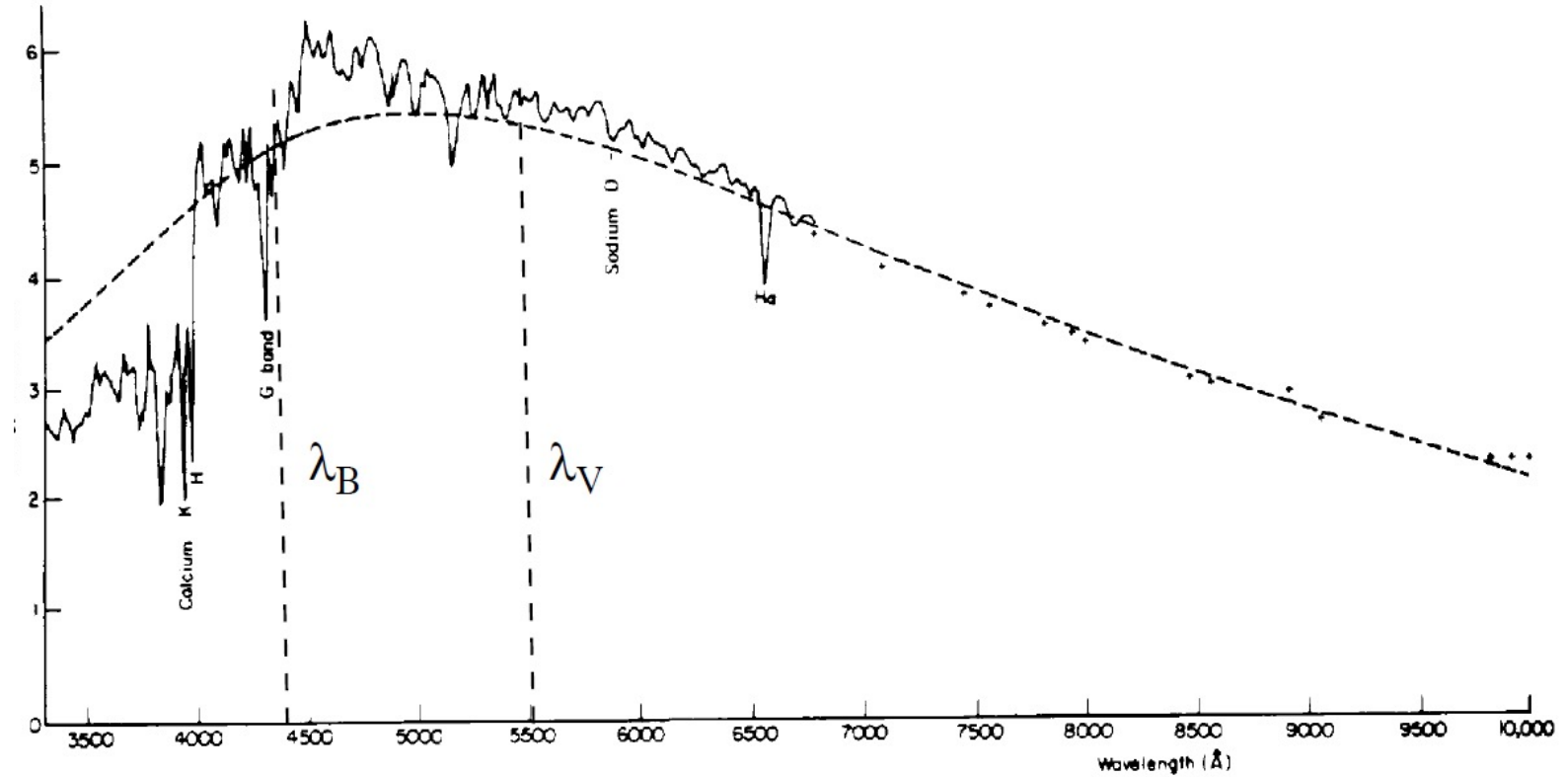


## Widmo promieniowania tła uzyskane z satelity COBE





## Widmo Słońca w porównaniu z rozkładem dla ciała doskonale czarnego o $T_{\text{eff}}=T_{\text{eff}}(\text{Sun})$



## Rozkład Plancka

$$n(E) = \frac{g(E)}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} - 1}$$

$$E = h\nu$$
$$p = \frac{h\nu}{c}$$

$$n(p) dp = \frac{8\pi}{h^3} \frac{p^2}{e^{\frac{p^2}{2m}} - 1} dp$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

$$s = 1$$

$$n_\nu d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \frac{\nu^2}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

$$\mu = 0$$

$$g = 2$$

$$U_{\text{med}} = \int_0^\infty n_\nu h\nu d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

$$x = \frac{h\nu}{kT}$$

$$U = aT^4$$

$$U_{\text{med}} = aT^4 \quad a = 7,565 \cdot 10^{-15} \text{ [erg} \cdot \text{cm}^{-3} \text{K}^{-4}]$$

$$P_{\text{med}} = \frac{1}{3} U_{\text{med}} = \frac{1}{3} aT^4$$

$$B_{\nu}(T) \quad B(T) = \int B_{\nu}(T) d\nu$$

$$U_{\text{med}} = \frac{1}{c} \int B(T) d\Omega dL = \frac{4\pi}{c} B(T)$$

$$b(T) = \frac{ac}{4\pi} T^4$$

$$B_{\nu}(T) d\nu = \frac{c}{4\pi} U_{\nu} d\nu = \frac{2h}{c^2} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} d\nu$$

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{c \text{ const}}{T}$$

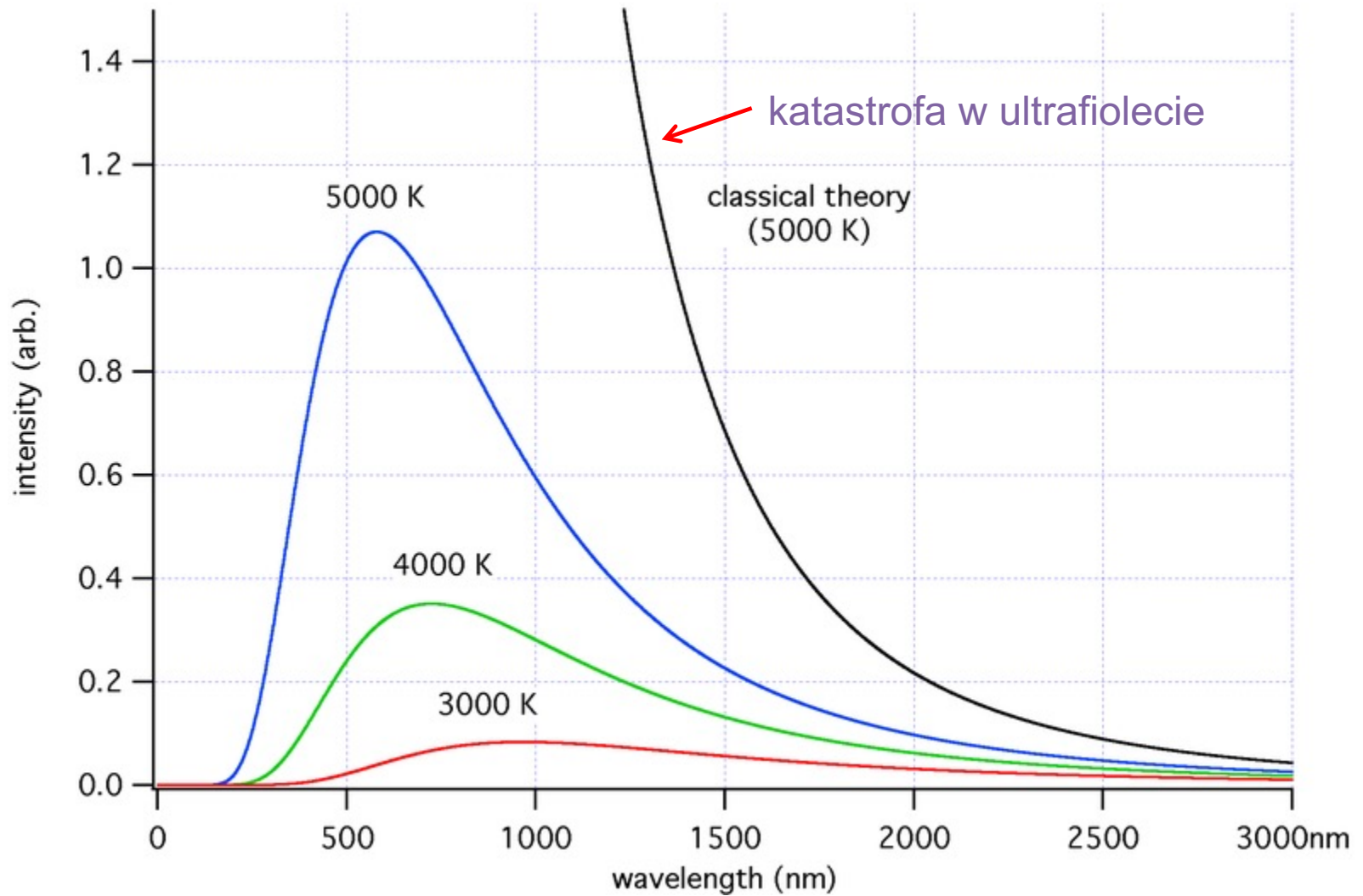
1. p. Wien  $h\nu \gg kT$

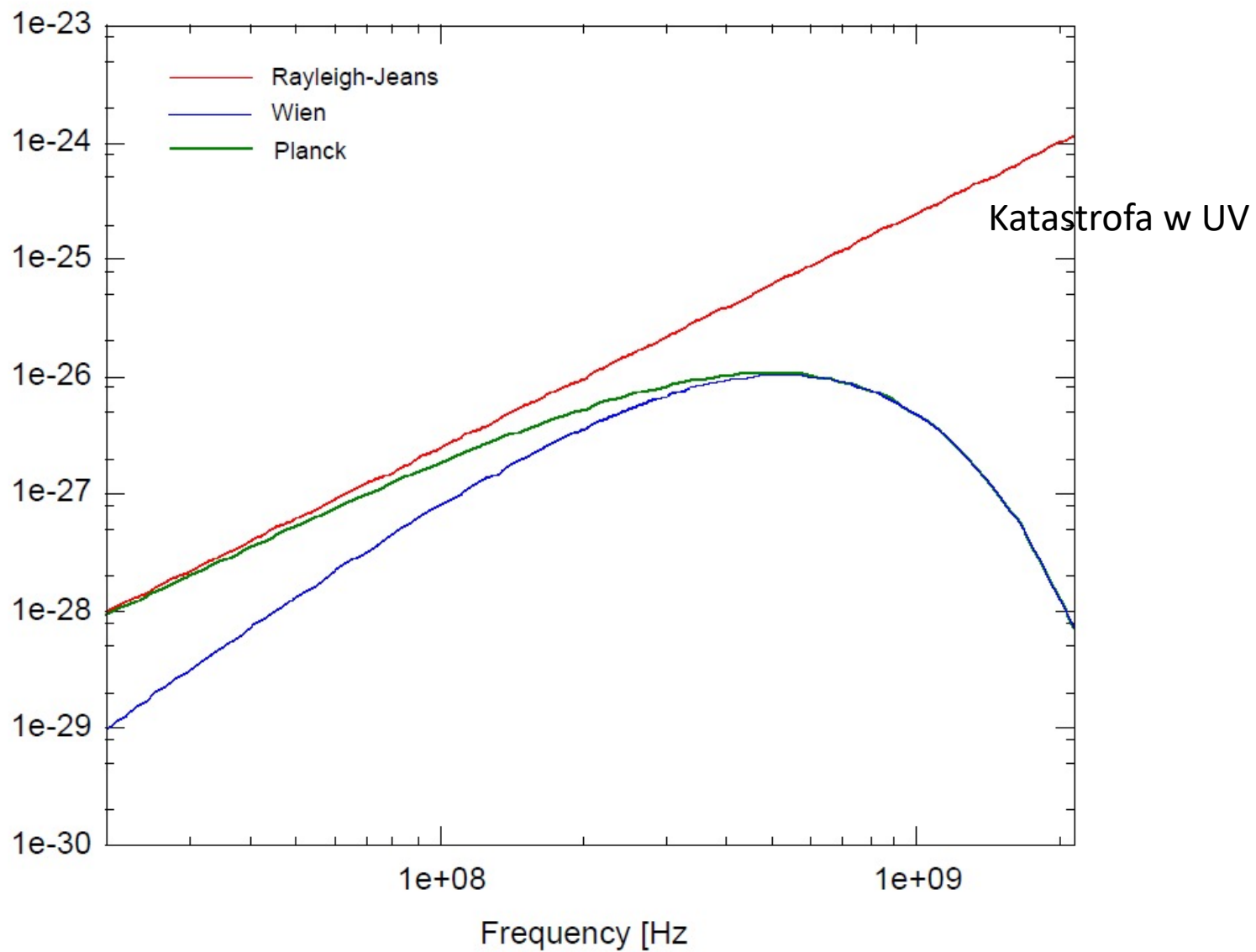
2. p. Rayleigh-Jeans  $h\nu \ll kT$

1.  $B_\nu^W \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right)$

2.  $B_\nu^{R-J} = \frac{2\nu^2}{c^2} kT$

# Rozkład Plancka





## Rozkład Fermiego-Diraca

$$n_e(E) = \frac{2}{e^{(E-\mu)/kT} + 1}$$

$$g = 2 \quad s = \pm \frac{1}{2}$$

$$n_e = \int_0^{\infty} n_e(p) dp = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^{\infty} \frac{p^2 dp}{e^{(E-\mu)/kT} + 1}$$

$$P_e = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} v(p) p n_e(p) dp$$

$$U_e = \int_0^{\infty} E_u(p) n_e(p) dp$$

$$\mu \approx mc^2 + E_F$$

$$E - \mu = E - mc^2 - E_F = E_u - E_k$$

$$E_F \ll 0 \Rightarrow n.M.$$

$$E_F \gg kT$$

$$b. \text{ m\u00e1ly} \\ = 1$$

$$E_u < E_F$$

$$E_u = E_F$$

$$b. \text{ d\u00e9ny}$$

$$E_u > E_F$$

$$\frac{2}{e^{\frac{(E_u - E_F)}{kT}} + 1} \rightarrow 0$$

$$E_u < E_F$$

$$\rightarrow 2$$

$$\frac{2}{e^{\frac{(E_u - E_F)}{kT}} + 1} \rightarrow \infty$$

$$\rightarrow 0$$

$$E_u > E_F$$



$$\overline{n(E)} = 2$$

$$E_k < E_F$$

$$\overline{n(E)} = 0$$

$$\underline{E_k > E_F}$$

$$\underline{n_e} = \frac{8\pi}{h^3} \int_0^{p_F} p^2 dp = \underline{\frac{8\pi}{3} \left(\frac{p_F}{h}\right)^3}$$

$$\begin{cases} n_e(p) = \frac{8\pi}{h^3} p^3 & p < p_F \\ n_e(p) = 0 & p > p_F \end{cases}$$

$$p_F = \left(\frac{3n_e}{8\pi}\right)^{1/3} \cdot h$$

ped  
Terminology

$$\rho = n_e \mu_e m_H = \mu_e m_H \frac{8\pi}{3} \left(\frac{p_F}{h}\right)^3$$

$$E_u = mc^2 \left[ \left(1 + \left(\frac{p}{mc}\right)^2\right)^{1/2} - 1 \right]$$

$$v = \frac{dE}{dp} = \frac{p}{m} \left[1 + \left(\frac{p}{mc}\right)^2\right]^{1/2}$$

$$P_e = \frac{8\pi}{3mh^3} \int_0^{p_F} \frac{p^4 dp}{\left[1 + \left(\frac{p}{mc}\right)^2\right]^{3/2}}$$

$$U_e = \frac{8\pi mc^2}{h^3} \int_0^{p_F} \left[1 + \left(\frac{p}{mc}\right)^2\right]^{1/2} - 1 \right] p^2 dp$$

$$x = \frac{p}{mc}$$

$$x_F = \frac{p_F}{mc}$$

$$\rho = A \mu_e x_F^2$$

$$A = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{m_e c}{h} \right)^3 m_H = 0,981 \cdot 10^6 \text{ g/cm}^3$$

$$\rho_e = B \int_0^{x_F} \frac{x^4 dx}{(1+x^2)^{1/2}}$$

$$u_e = 3B \int_0^{x_F} \left[ (1+x^2)^{1/2} - 1 \right] x^2 dx$$

$$B = \frac{8\pi}{3} \left( \frac{m_e c}{h} \right)^3 m c^2 = 4,8 \cdot 10^{24} \text{ erg/cm}^3$$

a)  $x_F \ll 1$   $p_F \ll m c$   
 ger eled. rdezes mevelot.  
 $x \ll 1$

$$P_e = \frac{1}{5} B x_F^5 = 0,991 \cdot 10^{13/9} \left( \frac{\rho}{\mu_e} \right)^{5/3}$$

$$U_e = \frac{3}{10} B x_F^5 = \frac{3}{2} P_e$$

b)  $x_F \gg 1$   
 $x \gg 1$

$p_F \gg m c$

$$P_e = \frac{1}{4} B x_F^4 = 1,231 \cdot 10^{15/9} \left( \frac{\rho}{\mu_e} \right)^{4/3}$$

$$U_e = \frac{3}{4} B x_F^4 = 3 P_e$$

$$x_F = 1$$

$$\rho \approx 10^6 \text{ g/cm}^3$$

$$P_e = K_1 \left( \frac{\rho}{\mu_e} \right)^{5/3}$$

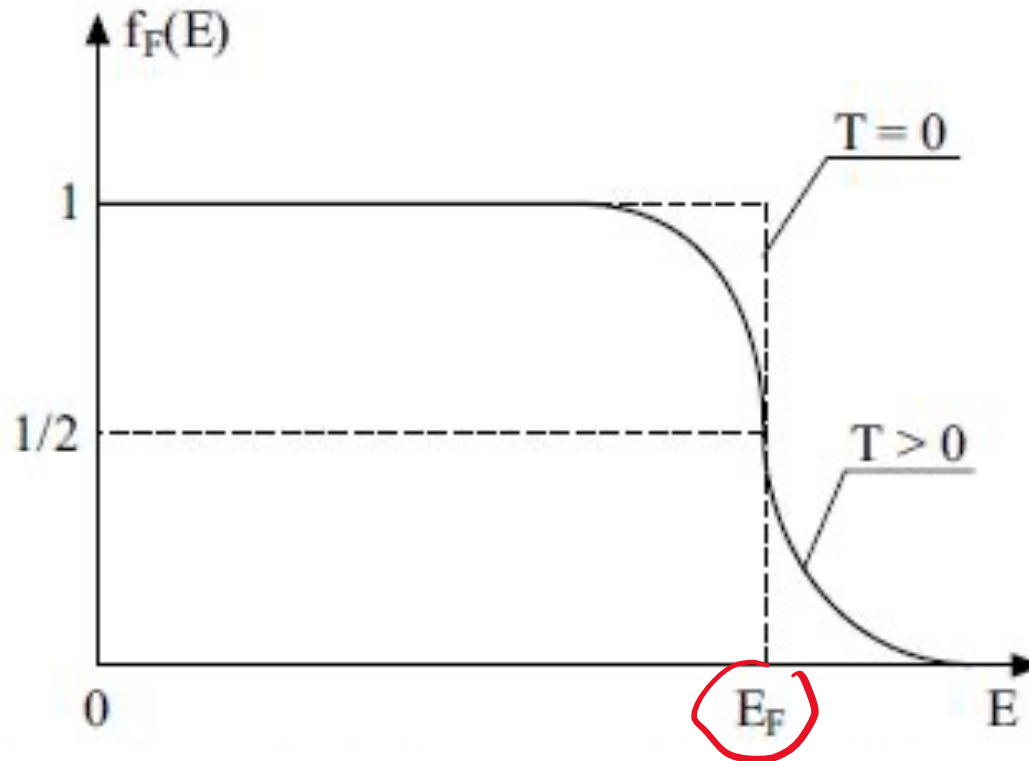
merel.

$$P_e = K_2 \left( \frac{\rho}{\mu_e} \right)^{4/3}$$

$$\frac{\rho R T}{\mu} = K_1 \rho^{5/3}$$

$P \neq f(T)$  !

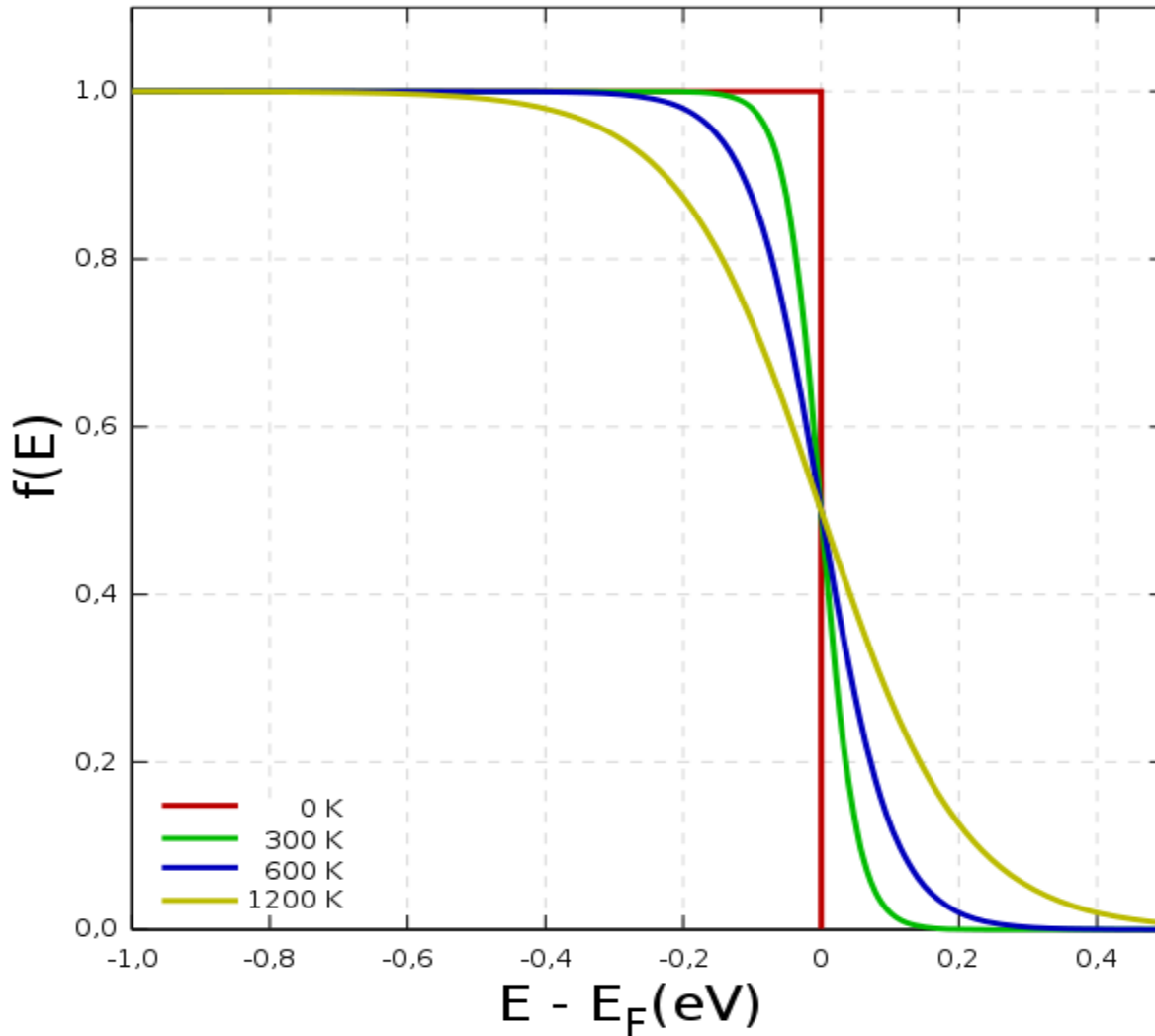
## Rozkład Fermiego-Diraca dla $T=0$ K i $T>0$ K



$$f = \frac{n(E)}{n} = 1$$

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

# Rozkład Fermiego-Diraca dla różnych temperatur



- \* Dla dowolnej temperatury prawdopodobieństwo wypełnienia stanu o energii  $E_F$  wynosi 0.5 !
- \* W  $T=0K$  wypełnione są wszystkie stany o energiach niższych od  $E_F$

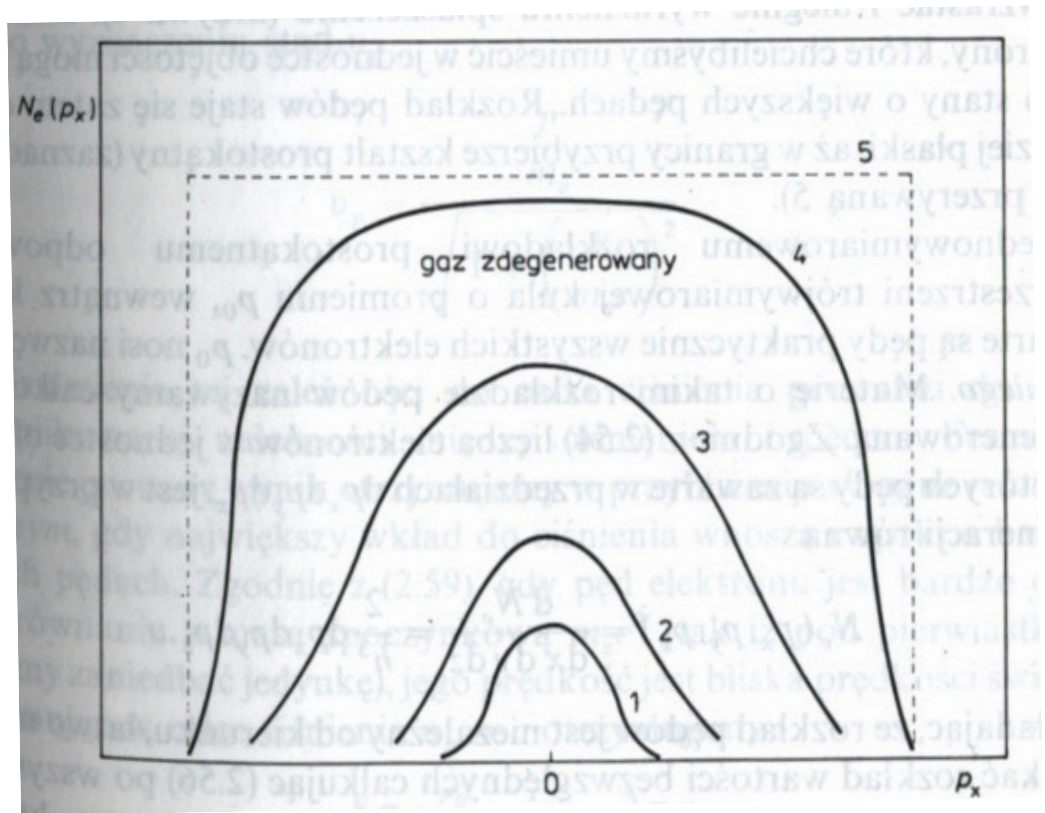
## Przypadki graniczne rozkładu Fermiego-Diraca

$$\left. \begin{array}{l} E < E_f \\ \frac{E - E_f}{kT} \rightarrow -\infty \end{array} \right\} f(E) = 1$$

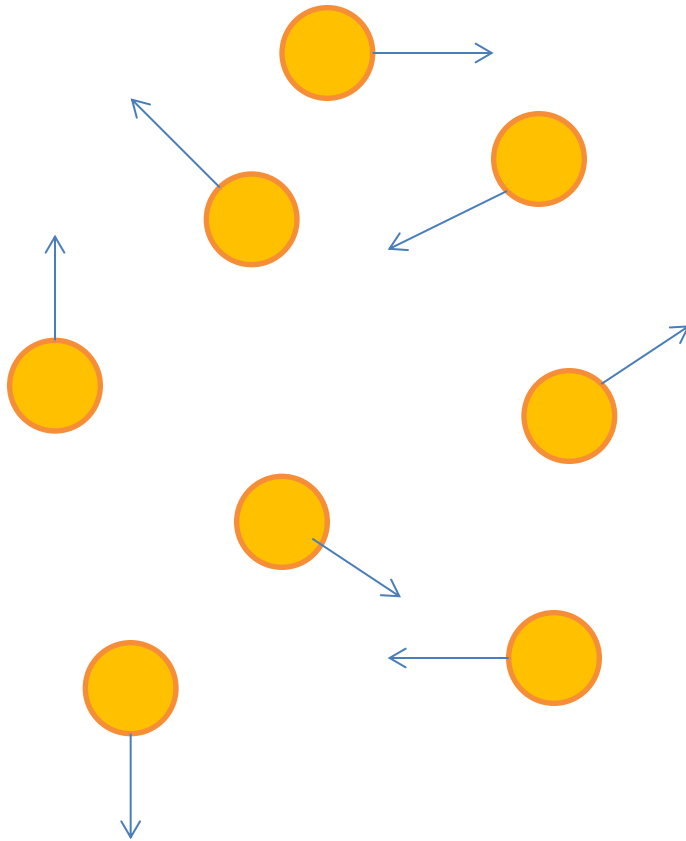
$$\left. \begin{array}{l} E > E_f \\ \frac{E - E_f}{kT} \rightarrow +\infty \end{array} \right\} f(E) = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} E = E_f \\ \frac{E - E_f}{kT} = 0 \end{array} \right\} f(E) = \frac{1}{2}$$

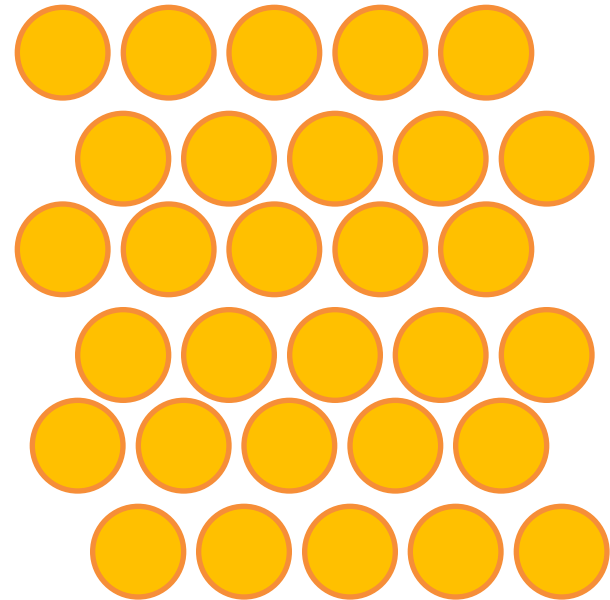




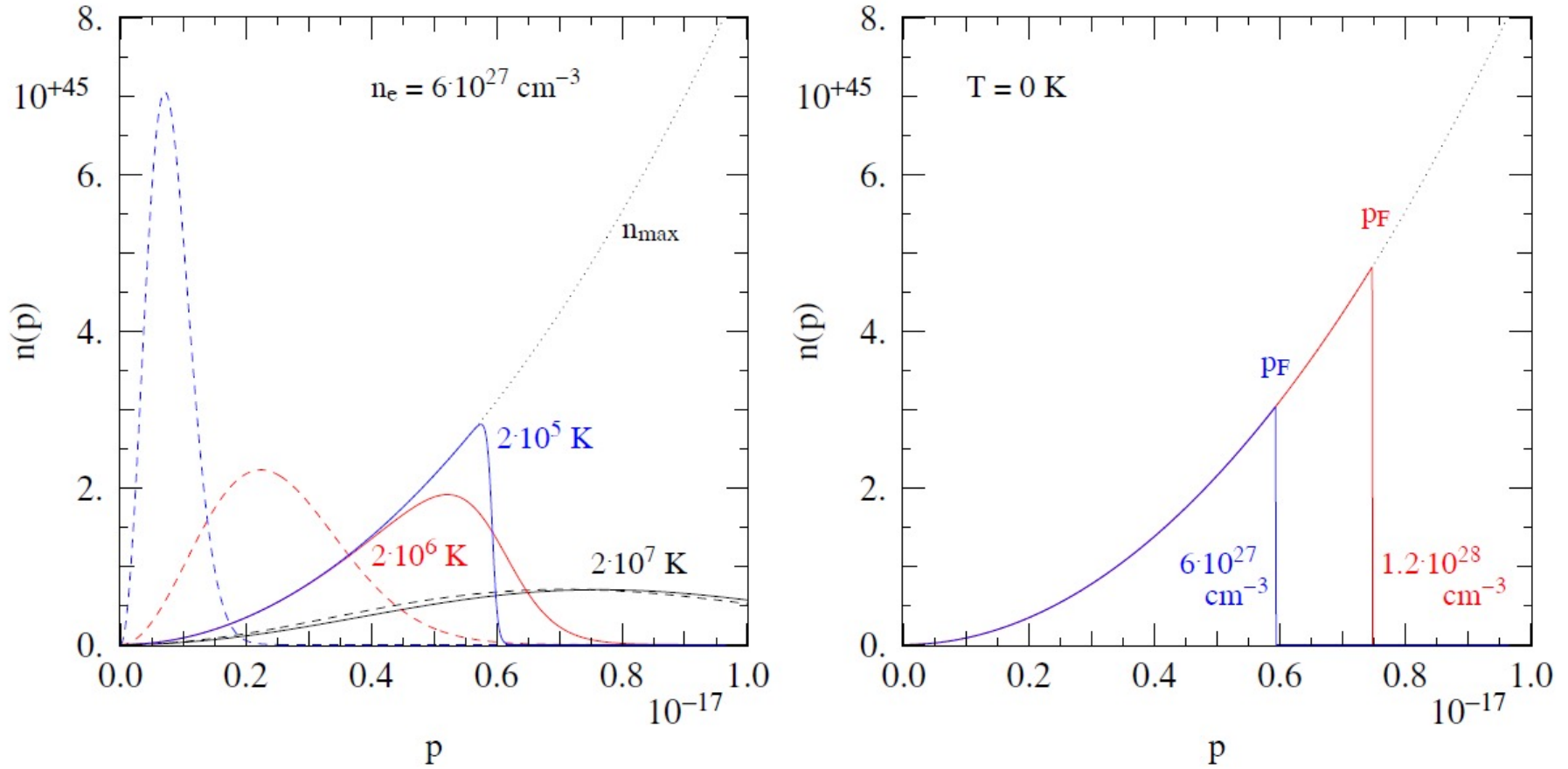
Gaz „normalny”



Gaz zdegenerowany

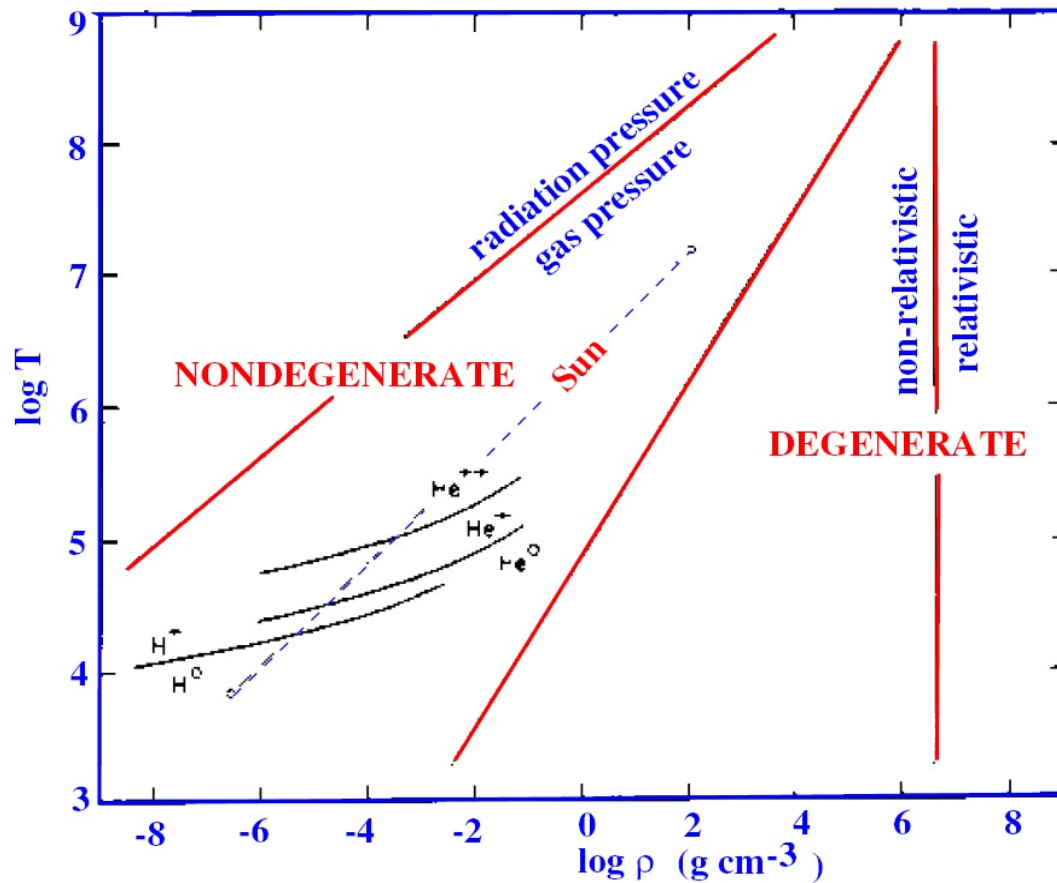


Przy wzroście temperatury gazu atomy (elektrony) mogą drgać, ale ciśnienie nie wzrasta, bo cząstki (atomy, elektrony) nie mają gdzie się przesuwać.

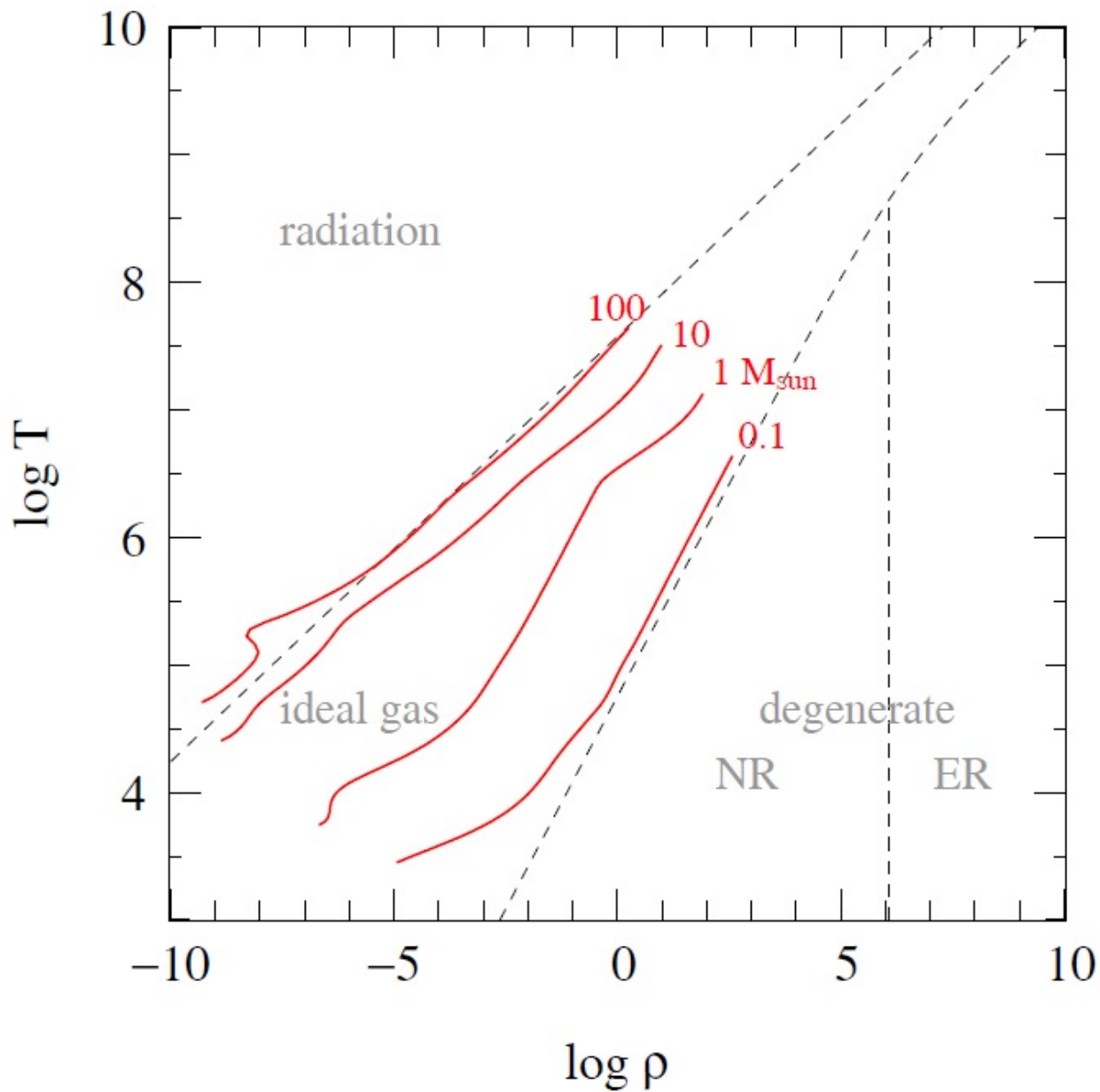


**Figure 3.2.** (left panel) Electron momentum distributions  $n(p)$  for an electron density of  $n_e = 6 \times 10^{27} \text{ cm}^{-3}$  (corresponding to  $\rho = 2 \times 10^4 \text{ g/cm}^{-3}$  if  $\mu_e = 2$ ), and for three different temperatures:  $T = 2 \times 10^7 \text{ K}$  (black lines),  $2 \times 10^6 \text{ K}$  (red lines) and  $2 \times 10^5 \text{ K}$  (blue lines). The actual distributions, governed by quantum mechanics, are shown as solid lines while the Maxwell-Boltzmann distributions for the same  $n_e$  and  $T$  values are shown as dashed lines. The dotted line  $n_{\text{max}}$  is the maximum possible number distribution if all quantum states with momentum  $p$  are occupied. (right panel) Distributions in the limit  $T = 0$ , when all lowest available momenta are fully occupied. The blue line is for the same density as in the left panel, while the red line is for a density two times as high.

# Równanie stanu



modele ciągu głównego wieku zero



Ze statystyki Maxwella-Boltzmannna można znaleźć stosunek liczby cząstek gazu klasycznego znajdujących się w dwóch różnych stanach energetycznych

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{k_B T}\right)$$

$E_2 > E_1$

**Jest to rozkład Boltzmannna**

Podobnie stosując statystykę M-B można znaleźć stosunek liczby atomów w dwóch różnych stanach jonizacji

$$\frac{n_{i+1} n_e}{n_i} = \frac{(2\pi m k T)^{1.5}}{h^3} \frac{2g_{i+1}}{g_i} e^{-\chi/kT}$$

$$H: \chi = 13,6 \text{ eV}$$

**Jest to równanie Sahy**

$$\begin{array}{l} \text{I} \text{ parz. He} : \chi = 24,48 \text{ eV} \\ \text{II} \text{ pu He} : \chi = 54,17 \text{ eV} \end{array}$$

## LTE (Local Thermodynamic Equilibrium)

W pewnych warunkach, lokalnie materia i promieniowanie dążą do stanu równowagi termodynamicznej.

Wówczas pole promieniowania staje się izotropowe i funkcje rozkładów dla cząstek i fotonów są scharakteryzowane przez tę samą wartość **temperatury**.

*"dens" adencii, wzpucenai, absorpcji*

$$T_c = 15 \cdot 10^6 \text{ K} \quad T_{\text{eff}} \approx 6000 \text{ K}$$
$$l_{\text{ph}} \approx \frac{1}{n \sigma} \quad n = 0.4 \text{ cm}^{-2} / \text{y} \quad \bar{\rho}_0 = 1.4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$
$$l_{\text{ph}} \approx 1 \text{ cm} \quad \Delta T \approx \frac{dT}{dr} l_{\text{ph}} \approx \frac{T_c}{R_0} l_{\text{ph}} \approx \frac{10^7}{10^{11}} \approx 10^{-4} \text{ K}$$



- obstretnice stanin en.

(v. Boltzmann)

- notried predhoni

(v. Maxwell)

- shen jeringi

(v. Schlegel)

- vidnony notried  
lunioji kominj

(of. Phanda)

## nieprzezroczystość materii

nieprzezroczystość materii

$$\frac{dT}{dr} = - \frac{3 \kappa \rho L_v}{16 \pi a c T^3 r^2}$$

## nieprzezroczystość materii, $\kappa_\nu$

średnia droga swobodna dla fotonu o  $E=h\nu$

$$\bar{l} = \frac{1}{\kappa_\nu \rho}$$

$$\kappa_\nu \rho = \sigma_\nu N$$

$$\kappa_\nu = \sigma_\nu N / \rho \quad [\text{cm}^2 \text{g}^{-1}]$$

$\sigma_\nu$

$$n = f(T, \rho, X_i, \nu)$$

**nieprzezroczystość materii,  $\kappa$ , zależy od**

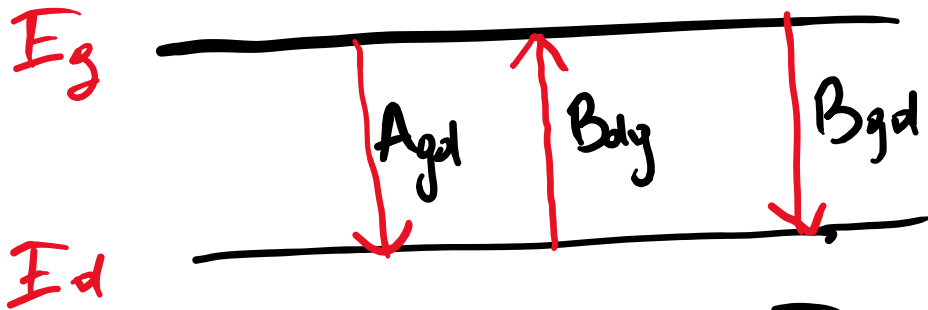
- ◆ **temperatury**
- ◆ **gęstości**
- ◆ **składu chemicznego**

**nieprzezroczystość determinuje transport energii**

# O nieprzezroczystości decydują różne procesy

- ◆ przejścia związane-związane
- ◆ przejścia związane-swobodne
- ◆ przejścia swobodno-swobodne
- ◆ rozpraszanie

- p. 2w-2w.
- 1) absorpcje ( $\text{atom} + h\nu \rightarrow \text{atom wzbudzony}$ )
  - 2) emisje spontaniczne ( $\text{atom wzbudz.} \rightarrow \text{atom} + h\nu$ )
  - 3) emisje wymuszone ( $\text{atom wzbudzony} + h\nu \rightarrow \text{atom} + h\nu_1 + h\nu_2$   
 $\nu \approx \nu_1 \approx \nu_2$ )



$$A_{gd} \cdot N_g + B_{gd} N_g \bar{I}_\nu = B_{dg} \cdot N_d \cdot \bar{I}_\nu$$

procesy  $uv - uv$  1) fotoemisija ( $h\nu + e^- \rightarrow p_{uv} + e^-$ )

2) rekombinacija ( $p_{uv} + e^- \rightarrow at_{uv} + h\nu$ )

$$I_{i,d}$$

$$h\nu = I_{i,d} + \frac{m_e v^2}{2}$$

procesy  $uv - uv$  1) absorpcija  $e^- + p_{uv} + h\nu \rightarrow e^- + p_{uv}$

2) emisija  $e^- + p_{uv} \rightarrow e^- + p_{uv} + h\nu$



⊕

$\sigma_2 \downarrow E_2$

rozpraszanie przez  
 atom  $e^- + h\nu \rightarrow e^- + h\nu'$   
 molekule

zwiększa kierunek  
 w ogólnym kierunku

- rozpraszanie Thompsona

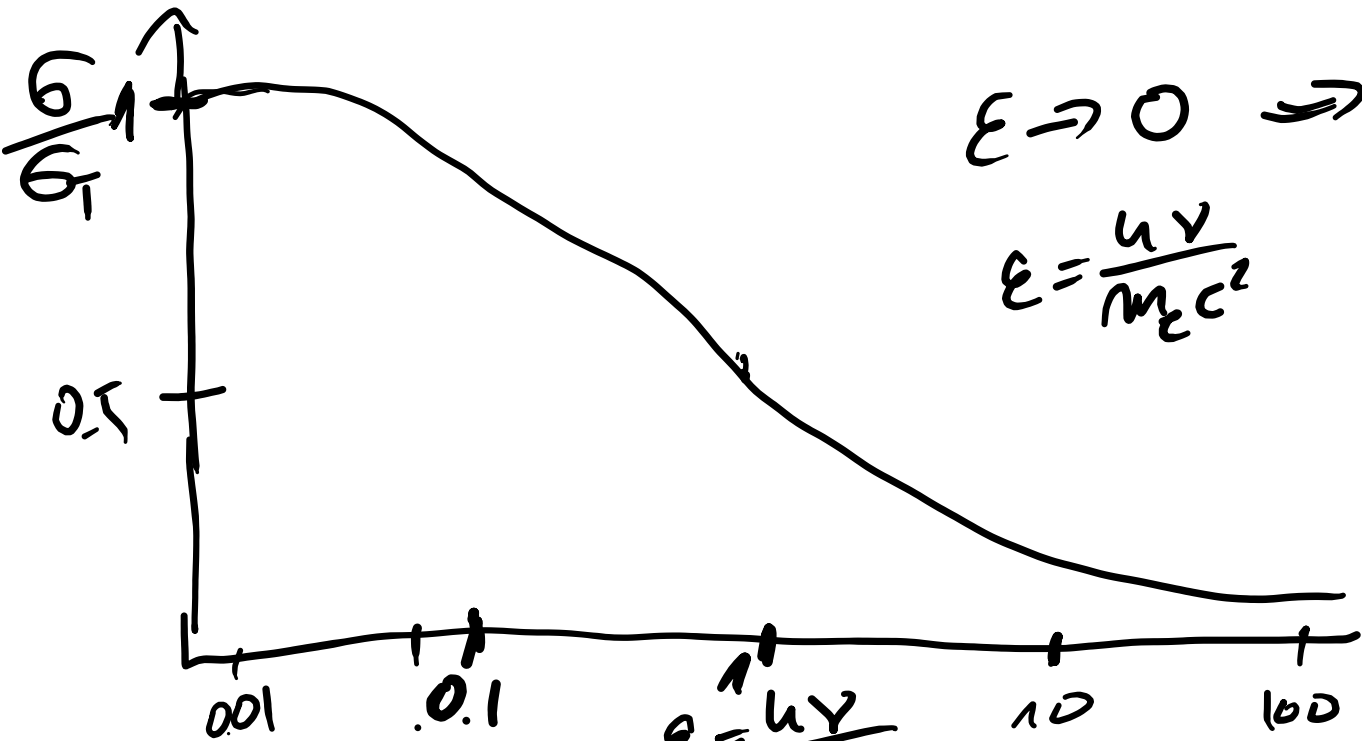
$$h\nu \ll mc^2$$

$$\sigma_T = \frac{8\pi e^4}{3m_e^2 c^4} = 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2 \quad \nu = \omega \mu A$$

- rozpraszanie Comptona

$\lambda \uparrow$       $\nu \downarrow$





$$E \rightarrow 0 \Rightarrow \sigma \rightarrow \sigma_T$$

$$E = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

$$E = \frac{h\nu}{m_e c^2}$$

$$\sigma_c = \frac{3}{4} \sigma_T \left\{ \frac{1+E}{E^2} \left[ \frac{2+2E}{1+2E} - \frac{\ln(1+2E)}{E} \right] + \frac{\ln(1+2E)}{2E} - \frac{1+3E}{(1+2E)^2} \right\}$$

$$E \rightarrow \infty$$

$$\sigma_c \rightarrow \frac{3}{8} \sigma_T \frac{1}{E} (\ln(2E) + \frac{1}{2})$$

- production of electron  
 $h\nu$   $e^-$

Compton

$\rightarrow$

$h\nu_1, h\nu_2$

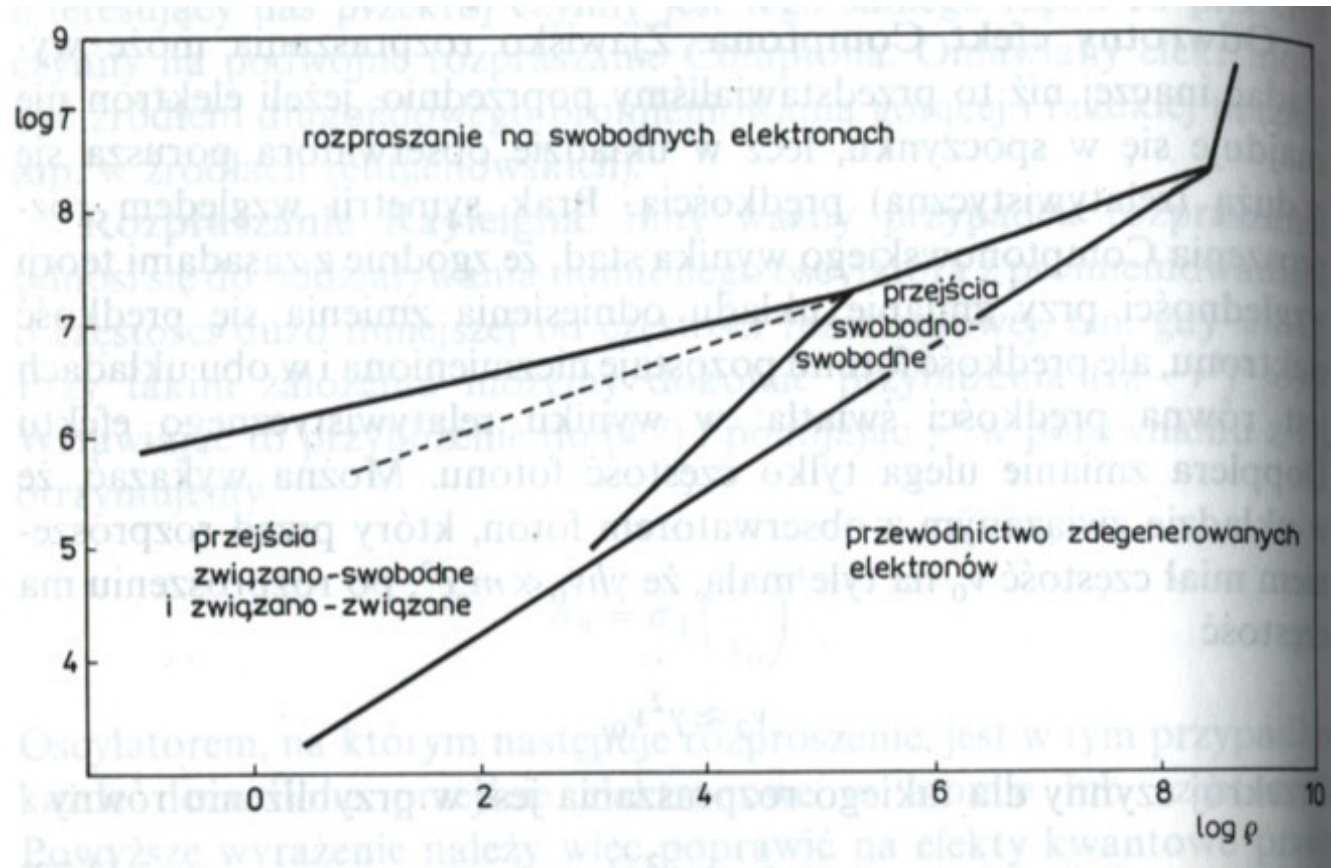
- approximation

Rayleigh

more important!  
 $\sim \lambda^{-4}$

$\mu$

$T, \rho, X_i, Z$



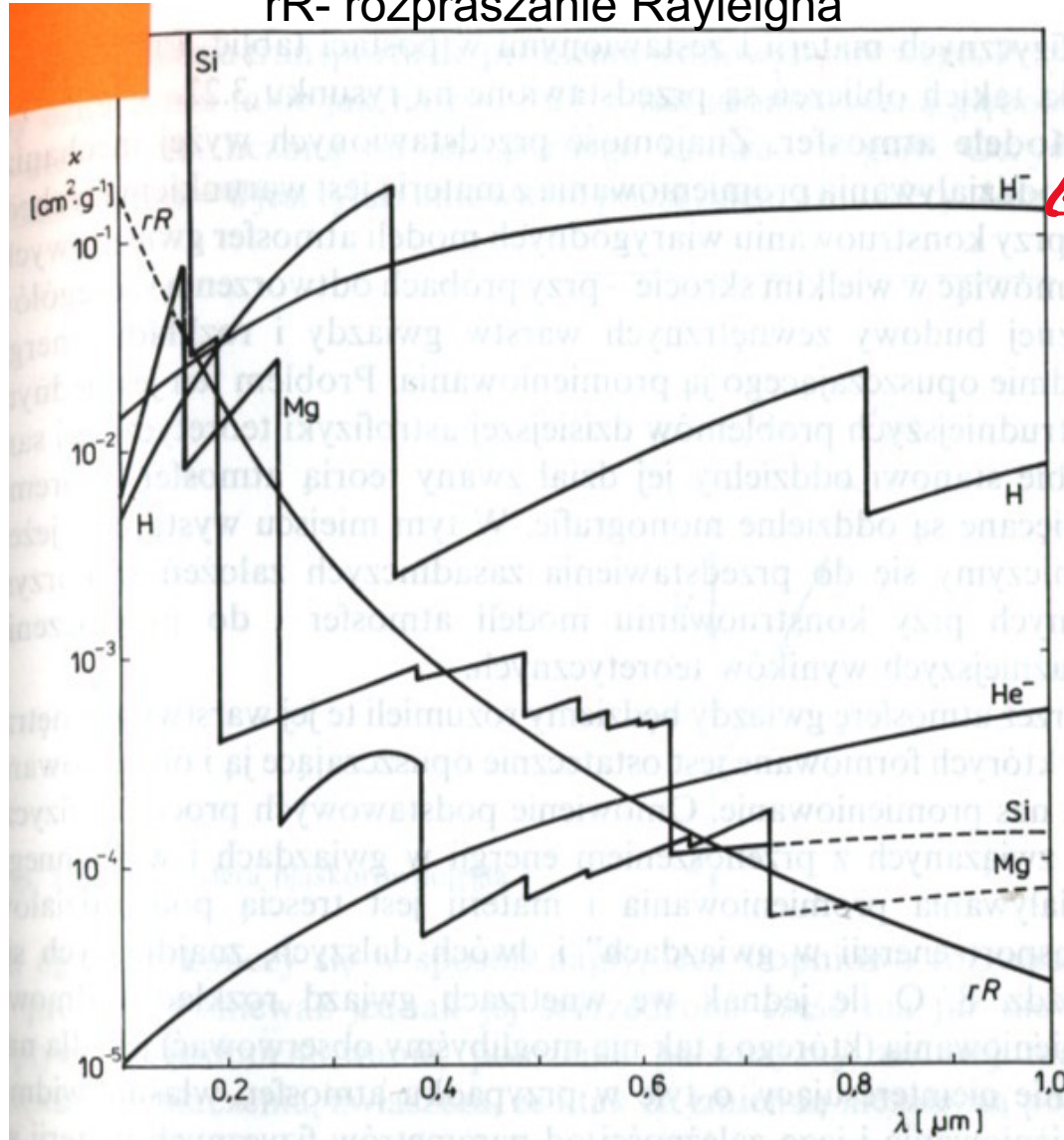
**Linia przerywana** – zakres  $T$  i  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] dla materii słonecznej

$$K_v = K_{v,bb} + K_{v,bf} + K_{v,ff} + K_{v,es}$$

ZW. -ZW.      ZW. -SW.      SW. -SW.      rozp.

# Wkład różnych atomów do nieprzezroczystości materii słonecznej

## rR- rozpraszanie Rayleigha



O nieprzezroczystości w dziedzinie widzialnej decyduje  $\text{H}^-$  oraz przejścia związane-swobodne w neutralnych jonach wodoru

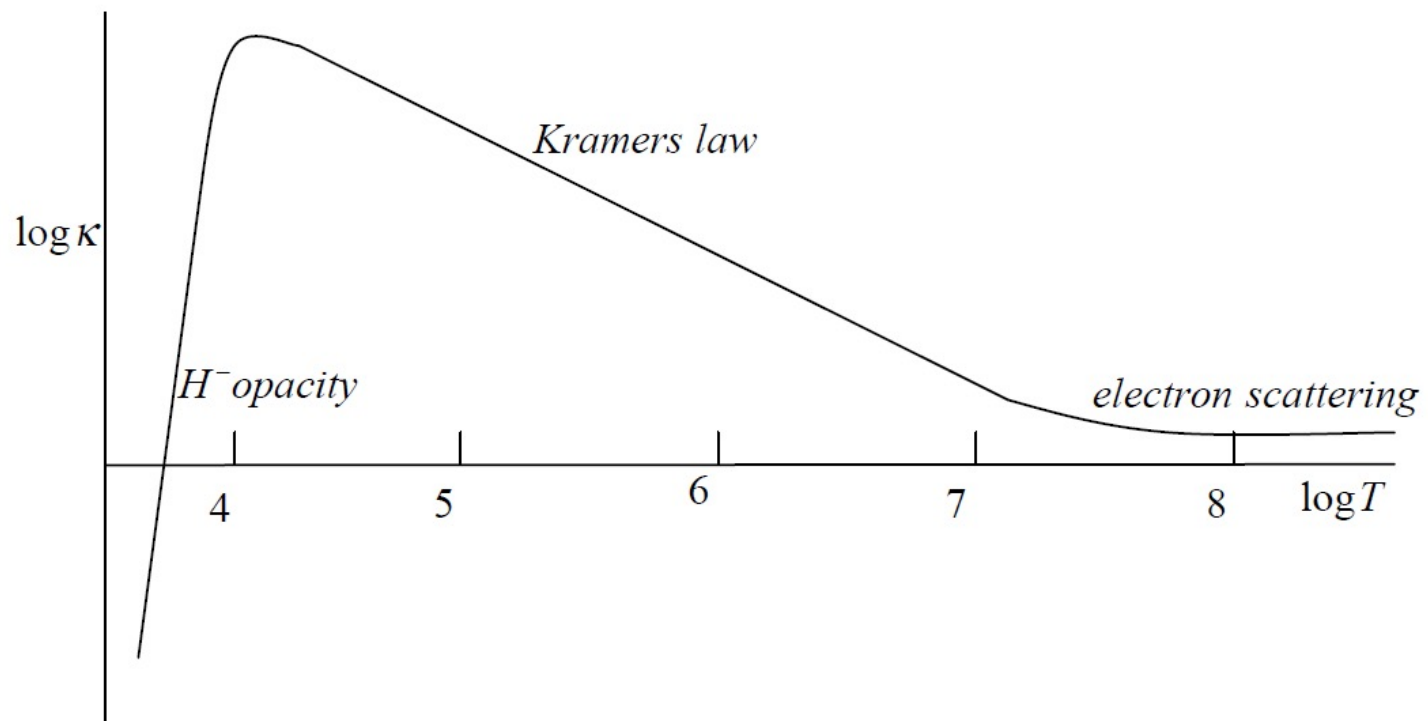
Kubiak 1994

# średnia Rosselanda

$$\frac{1}{\bar{\kappa}} = \frac{\int_0^{\infty} \frac{1}{\kappa_\nu} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}{\int_0^{\infty} \frac{dB_\nu}{dT} d\nu}$$

Jeśli  $\kappa \propto \nu^{-n}$  to  $\bar{\kappa} \propto T^{-n}$

Taka średnia daje znacznie większy wkład wysokoenergetycznych fotonów



## Wysokie temperatury

$$\kappa = 0.02(1+X) \text{ (rozp. Thomsona)}$$

## Pośrednie temperatury

$$\kappa = \kappa_1 \rho T^{-3.5} \text{ (wzór Kramersa)}$$

## ~~bardzo~~ niskie temperatury

$$\kappa = \kappa_1 \rho^{1/2} T^4$$

$$4 \cdot 10^5 \text{ H}^- < T < 8 \cdot 10^3 \text{ K}$$

$$n_H \approx 10^{-25} \rho^{0.5} T^{7.7}$$



$\rho, T \downarrow$

$$M_{\text{wind}} = 2,6 \cdot 10^{-7} \langle Z^* \rangle \frac{T^2}{\rho^2} \left( 1 + \left( \frac{\rho}{Z \cdot W^b} \right)^{2/3} \right)$$

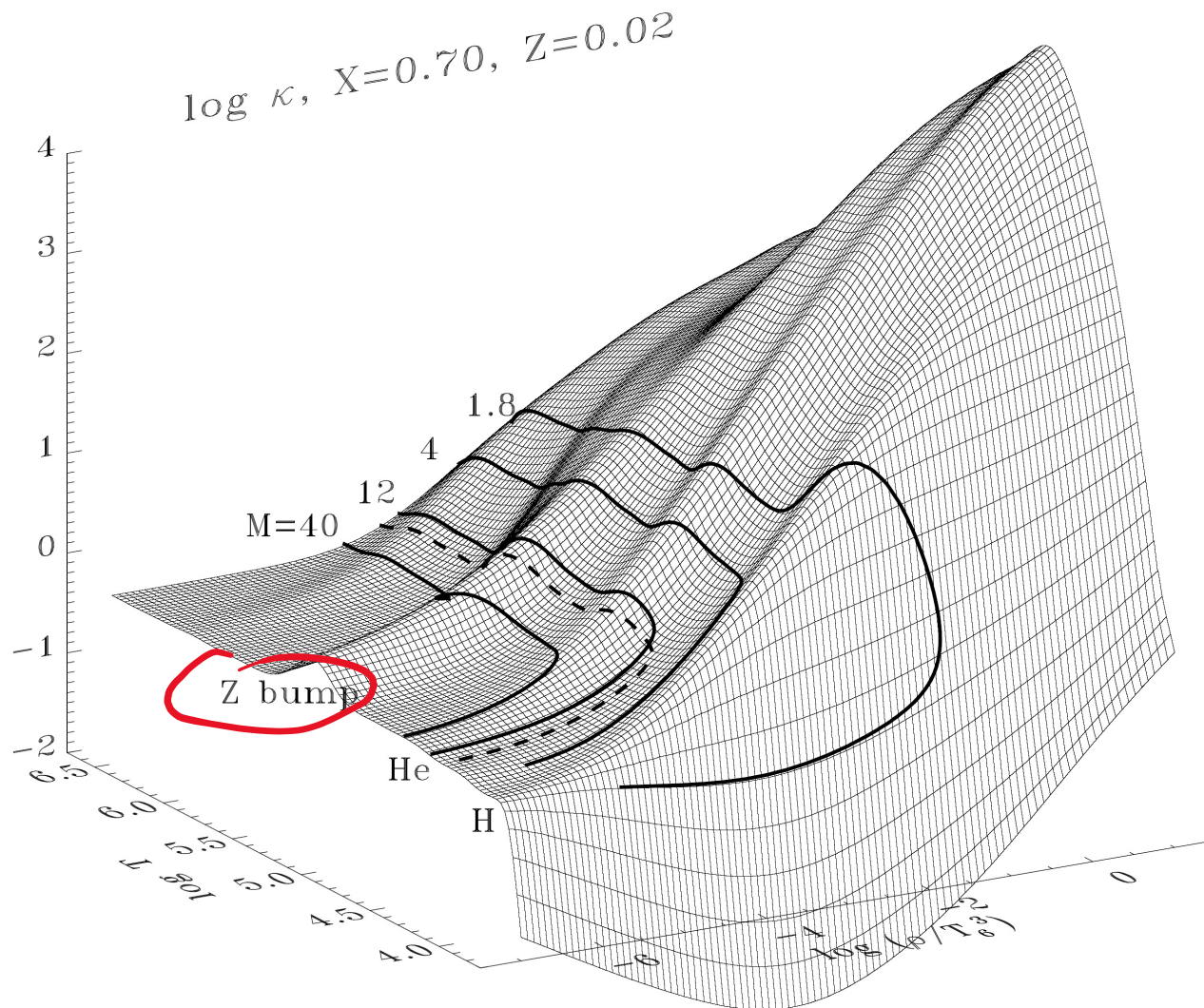
$\langle Z^* \rangle$  - średni współczynnik poru

$$n = \left( \frac{1}{M_{\text{med}}} + \frac{1}{M_{\text{wind}}} \right)^{-1}$$

$$1,5 \cdot 10^3 \text{ K} < T < 3 \cdot 10^3 \text{ K}$$

$$\begin{array}{l} \text{H}_2\text{O} \quad \omega \\ n \approx 0,1 \text{ Z} \end{array}$$

Nieprzezroczystość,  $\kappa$ (OPAL), w zależności od  $\log T$  i  $\log \rho/T_6^3$  ( $T_6 = T/10^6$ )



$$\bar{T} = 1,0 - 1,2 \cdot 10^4 \text{ K}$$



jonizacja H

$$\bar{T} = 4,5 - 5 \cdot 10^4 \text{ K}$$



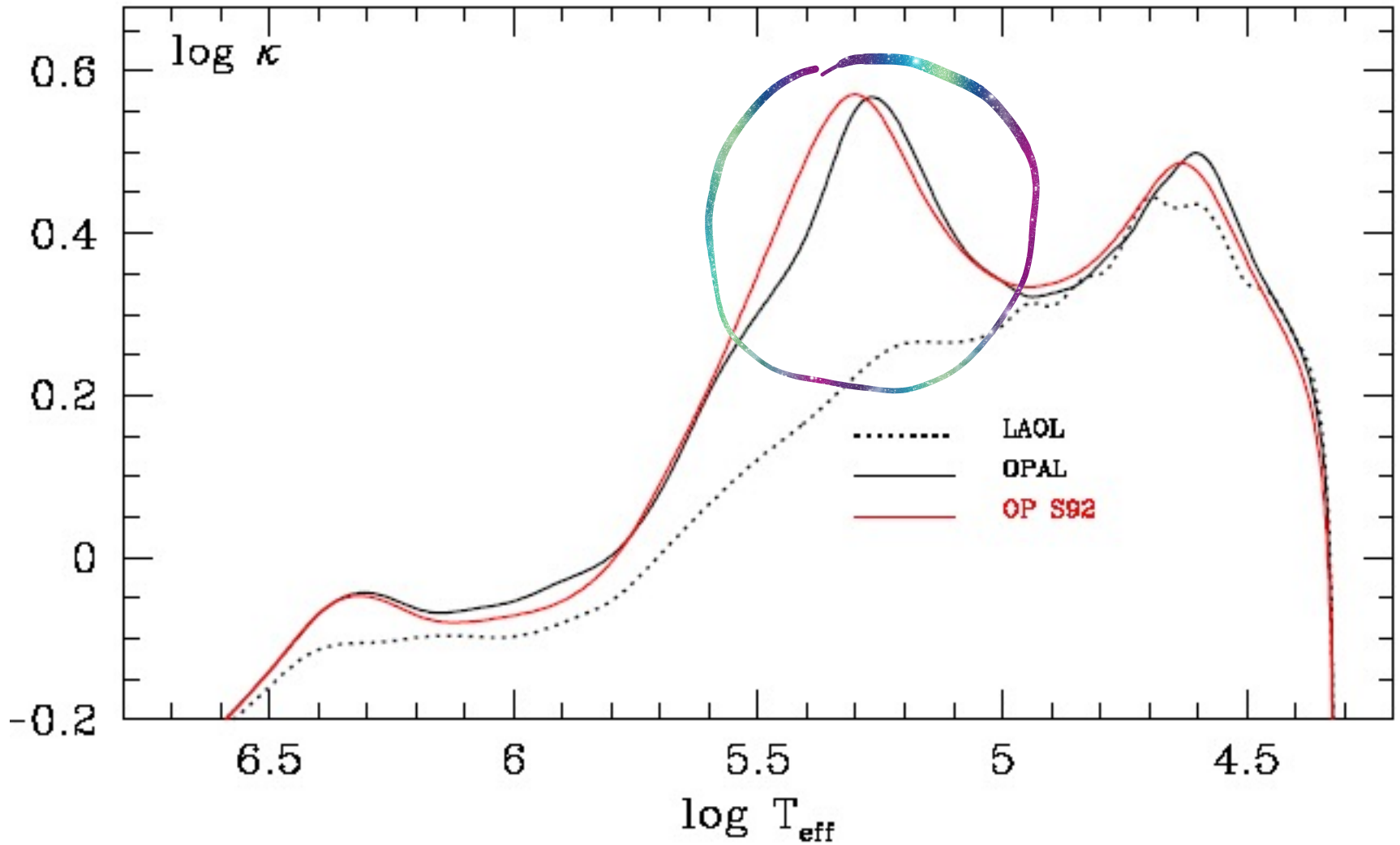
$$\bar{T} = 1,5 - 2,0 \cdot 10^5 \text{ K}$$

absorpcja przez wzbudzone!  
jonizacja He I, II, 2 gazy He!  
przejście  $2\omega - 2\omega \rightarrow \text{absorpcja}$

$$\bar{T} \approx 10^6 \text{ K}$$

C(IV, V) O(II, III)  
DOB

„Opacity” wewnątrz modelu  $M=12 M_{\odot}$ ,  $X=0.70$ ,  $Z=0.02$ :  
OP (Seaton et al.) vs. OPAL (Livermore) vs. LAOL (Los Alamos)



**OPAL 1996**

**Iglesias & Rogers**

**<http://opalopacity.llnl.gov/>**

**<http://adg.llnl.gov/Research/OPAL/opal.html>**

**OP 2005**

**Seaton i in.**

**<http://opacities.osc.edu/>**

**Low Temperature Rosseland Opacities**

**Aleksander & Ferguson 2005**

**<http://webs.wichita.edu/physics/opacity/>**

**OPLIB (nowe Los Alamos)**

**Colgan i in. 2013, 2015**