

Budowa i Ewolucja Gwiazd
II rok Astronomii (Studia I-go stopnia)
Rok akademicki 2017/2018
Lista nr 6

1. Korzystając z równań (6.1) i (6.5) w podręczniku Christensena-Dalsgaarda *Stellar structure and Evolution*, wyprowadzić równanie ruchu elementu, wyrażone jako Δr w funkcji r . Przedyskutować rozwiązanie przy założeniu, że ρ , Γ_1 i dP/dr są prawie stałe. Jak zachowuje się element w przypadku niestabilności? Pokazać, że w przypadku stabilności mamy ruch oscylacyjny z częstotliwością Brunta-Väisälä'a wokół położenia równowagi.

2. Pokazać, że konwekcyjna skala czasowa wynosi $t_{\text{conv}} \cong \delta^{-1/2} t_{\text{dyn}}$, gdzie

$$\delta \equiv \frac{R}{T} \left[\left(\frac{dT}{dr} \right)_{\text{ad}} - \frac{dT}{dr} \right]$$

oraz

$$t_{\text{dyn}} < t_{\text{conv}} < t_{\text{KH}}.$$

3. Zmiany temperatury T_e w elemencie poruszającym się z prędkością v mają dwa źródła:
 1) adiabaticzne rozprężanie lub kurczenie
 2) straty promieniste.

Pokazać, że całkowite straty energii λ są dane przez:

$$\lambda = Sf = \frac{8acT^3}{3\kappa\rho} DT \frac{S}{d},$$

a odpowiadająca im zmiana temperatury wynosi $\lambda/\rho V c_p v$, czyli

$$\left(\frac{dT}{dr} \right)_e = \left(\frac{dT}{dr} \right)_{\text{ad}} - \frac{\lambda}{\rho V c_p v}.$$

S , d , V - powierzchnia, promień i objętość elementu. Wsk. Kippenhahn & Weigert „Stellar structure and evolution”.

4. Pokazać, że

$$\frac{\nabla_e - \nabla_{\text{ad}}}{\nabla - \nabla_e} = \frac{6acT^3}{\kappa\rho^2 c_p \ell v},$$

gdzie ℓ jest drogą mieszania. Wsk. Kippenhahn & Weigert „Stellar structure and evolution”.

5. Pokazać, że całkowita masa gwiazdy politropowej wynosi

$$M = 4\pi \left[\frac{K(n+1)}{4\pi G} \right]^{3/2} \rho_c^{3-n} \left(-\xi^2 \frac{d\theta_n}{d\xi} \right)_{\xi=\xi_1}$$

6. Rozwiązać analitycznie równanie Lane'a- Emdena dla a) $n = 0$ i b) $n = 1$. W każdym przypadku znaleźć ξ_1 , R i M .

7. Dla danej masy, M , i ciśnienia centralnego, P_c , która politropa ma większy promień: $n = 1.5$ czy $n = 3$?

8. Pokazać, że dla politropy o indeksie n , grawitacyjna energia potencjalna wynosi

$$\Omega = -\frac{3}{5-n} \frac{GM^2}{R}.$$

9. Dla politropy o indeksie $n = 3$ wyliczyć ρ/ρ_c , P/P_c oraz $q = m/M$.

10. Dlaczego strefy konwektywne gwiazd mają budowę prawie dokładnie politropową?