Budowa i Ewolucja Gwiazd
II rok Astronomii (Studia I-go stopnia)
Rok akademicki 2016/2017
Lista nr 6

1. Korzystając z równań (6.1) i (6.5) w podręczniku Christensena-Dalsgaarda *Stellar structure and Evolution*, wyprowadzić równanie ruchu elementu, wyrażone jako Δr w funkcji r. Przedyskuować rozwiązanie przy założeniu, że ρ, Γ_1 i dP/dr są prawie stałe. Jak zachowuje się elemet w przypadku niestabilności ? Pokazać, że w przypadku stabilności mamy ruch oscylacyjny z częstotliwością Brunta-Väisälä'a wokół położenia równowagi.

2. Pokazać, że konwekcyjna skala czasowa wynosi $t_{\rm conv} \cong \delta^{-1/2} t_{\rm dyn}$, gdzie

$$\delta \equiv \frac{R}{T}\left[\left(\frac{dT}{dr}\right)_{\rm ad} - \frac{dT}{dr}\right]$$

oraz

$$t_{\rm dyn} < t_{\rm conv} < t_{\rm KH}.$$

3. Zmiany temperatury T_e w elemencie poruszającym się z prędkością v mają dwa źródła:
1) adiabatyczne rozprężanie lub kurczenie
2) straty promieniste.
Pokazać, że całkowite straty energii λ są dane przez:

$$\lambda = Sf = \frac{8acT^3}{3\kappa\rho} DT \frac{S}{d},$$

a odpowiadająca im zmiana temperatury wynosi $\lambda/\rho V c_p v$, czyli

$$\left(\frac{dT}{dr}\right)_e = \left(\frac{dT}{dr}\right)_{ad} - \frac{\lambda}{\rho V c_p v}.$$

S, d, V - powierzchnia, promień i objętość elementu. Wsk. Kippenhahn & Weigert „Stellar structure and evolution".

4. Pokazać, że

$$\frac{\nabla_e - \nabla_{ad}}{\nabla - \nabla_e} = \frac{6acT^3}{\kappa\rho^2 c_p \ell v},$$

gdzie ℓ jest drogą mieszania. Wsk. Kippenhahn & Weigert „Stellar structure and evolution".

5. Zakładając potęgowe prawo nieprzezroczystości, $\kappa = \kappa_0 \rho^a T^b$, gdzie $\kappa_0, a, b =$const, oraz zaleność $T(\tau)$ w ramach przybliżenie Eddingtona, pokazać, że

$$\nabla_{\rm rad} = \frac{a+1}{b-a-4}[(1+1.5\tau)^{(b-a-4)/4} - 1],$$

natomiast głębokość optyczna, na której otoczka staje się konwekcyjna wynosi

$$\tau_{\rm conv} = \frac{2}{3}\left[\left(0.4\frac{b-a-4}{a+1} + 1\right)^{4/(b-a-4)} - 1\right].$$

6. Pokazać, że całkowita masa gwiazdy politropowej wynosi

$$M = 4\pi \left[\frac{K(n+1)}{4\pi G}\right]^{3/2} \rho_c^{\frac{3-n}{2n}} \left(-\xi^2 \frac{d\theta_n}{d\xi}\right)_{\xi=\xi_1}$$

7. Rozwiązać analitycznie równanie Lane'a- Emdena dla a) $n = 0$ i b) $n = 1$. W każdym przypadku znaleźć ξ_1, R i M.

8. Dla danej masy, M, i ciśnienia centralnego, P_c, która politropa ma większy promień: $n = 1.5$ czy $n = 3$?

9. Pokazać, że dla politropy o indeksie n, grawitacyjna energia potencjalna wynosi

$$\Omega = -\frac{3}{5-n}\frac{GM^2}{R}.$$

10. Dla politropy o indeksie $n = 3$ wyliczyć ρ/ρ_c, P/P_c oraz $q = m/M$.

11. Dlaczego strefy konwektywne gwiazd mają budowę prawie dokładnie politropową ?

Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz