

Budowa i Ewolucja Gwiazd
II rok Astronomii (Studia I-go stopnia)
Rok akademicki 2017/2018
Lista nr 4

1. Rozważmy gaz izotropowy w sześcianie o boku 1 cm. Pokazać, że wkład do ciśnienia pochodzący od cząstek znajdujących się w tym sześcianie wynosi

$$dP = vp \cos^2 \theta n(\theta, p) d\theta dp,$$

a całkowite ciśnienie

$$P = \frac{1}{3} \int_0^\infty v p n(p) dp.$$

2. Wyprowadzić równanie linii $\log T(\log \rho)$ oddzielającej:
- (a) obszary zdominowany ciśnieniem gazu i ciśnieniem promieniowania
 - (b) gaz zdegenerowany od niezdegenerowanego
 - (c) gaz zdegenerowany nierelatywistycznie od zdegenerowanego relatywistycznie
- Zaznaczyć te obszary na wykresie.
3. W centrum Słońca temperatura wynosi $T \approx 15 \cdot 10^6$ K, gęstość $\rho = 150 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$, a obfitości wodoru i metali odpowiednio $X = 0.35$, $Z = 0.02$. Jaki jest stosunek $P_e^{(\text{deg})}/P_e^{(\text{g})}$?
4. Rozważając tylko atomy o jednym stopniu jonizacji, stan jonizacji materii wygodnie jest opisać współczynnikiem $\alpha = N_1/N$, gdzie N_1 oznacza ilość jonów a N ilość jonów i cząstek neutralnych, tj. $N = N_1 + N_0$. Wychodząc z równania Sahy, pokazać, że ze wzrostem temperatury stan jonizacji materii dąży do 1, natomiast ze wzrostem gęstości do 0.
5. Wyliczyć średni ciężar cząteczkowy μ w funkcji X , Y i Z dla:
- (a) neutralnej materii wodorowo-helowej,
 - (b) całkowicie zjonizowanej materii wodorowo-helowej,
 - (c) neutralnej materii zawierającej H, He i inne pierwiastki,
 - (d) całkowicie zjonizowanej materii zawierającej H, He i inne pierwiastki,
 - (e) materii wodorowo-helowej, w której wodór jest całkowicie zjonizowany, natomiast hel występuje jako He I oraz He II (w równych obfitościach).
6. Jaka część wodoru musi być zjonizowana, aby średnia masa cząteczkowa plazmy wodorowo-helowej wynosiła 1.0 ? Przyjąć, że hel występuje tylko w postaci neutralnej a jego obfitość wynosi $Y = 0.3$. Na wykresie $\log T$ vs. $\log \rho$ zaznaczyć obszar, w którym może występować taka materia.
7. Pokazać, że pik Gamowa występuje dla energii $E_0 = \left(\frac{bkT}{2}\right)^{2/3}$, gdzie

$$b = 31.291 Z_1 Z_2 \mathcal{A}^{1/2} \text{ oraz } \mathcal{A} = \frac{\mathcal{A}_1 \mathcal{A}_2}{\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2} \text{ (zredukowana masa atomowa).}$$

8. Pokazać, że całkowita energia uwalniana we wszystkich trzech cyklach pp jest taka sama, natomiast ilość energii unoszona przez neutrino wynosi 2%, 4% i 27%, odpowiednio dla ppI, ppII i ppIII.
9. Wyliczyć zysk energetyczny, Q , dla wszystkich etapów reakcji ppI, ppII, ppIII, CNO i 3α .

10. Pokazać, że dla $T = 15 \cdot 10^6$ wykładnik, n , w wyrażeniu na tempo reakcji ppI, $\epsilon_{ppI} = \epsilon_0^{\text{ppI}} X^2 \rho T^n$, wynosi około 4.
11. Pokazać, że dla $T = 15 \cdot 10^6$ wykładnik, n , w wyrażeniu na tempo reakcji CNO, $\epsilon_{\text{CNO}} = \epsilon_0^{\text{CNO}} X Z_{\text{CN}} \rho T^n$, wynosi około 20.
12. Dlaczego tempo reakcji pp jest proporcjonalne do ρ , a tempo reakcji 3α do ρ^2 ?
13. Zakładając odpowiednie wartości temperatur centralnych, oszacować minimalne masy gwiazd, we wnętrzach których mogą zachodzić poszczególne przemiany jądrowe: ppI, ppII, ppIII, CNO, 3α , „palenie węgla”, „palenie tlenu”, „palenie krzemu”.

Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz