

**Budowa i Ewolucja Gwiazd**  
**II rok Astronomii (Studia I-go stopnia)**  
**Rok akademicki 2016/2017**  
**Lista nr 2**

1. Wyprowadzić dla gazu doskonałego zależność  $C_p - C_v = R$  oraz równanie adiabaty  $TV^{\gamma-1} = \text{const}$ ,  $\gamma = C_p/C_v$ .
2. Wychodząc z rozkładu Maxwella w postaci

$$f(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} v^2 dv$$

pokazać, że rozkład ten według energii cząstek ma postać

$$f(E)dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}} (kT)^{-3/2} e^{-E/kT} \sqrt{E} dE,$$

natomiast według pędów

$$f(p)dp = \frac{4}{\sqrt{\pi}} (2mkT)^{-3/2} e^{-p^2/2mkT} p^2 dp.$$

3. Wychodząc z rozkładu Maxwella pokazać, że  $\int_0^\infty f(v) dv = 1$  oraz  $v_p < \bar{v} < v_{rms}$ , gdzie  $v_p$  oznacza prędkość najbardziej prawdopodobną,  $\bar{v}$  – prędkość średnią, natomiast  $v_{rms}$  – pierwiastek średniej kwadratu prędkości.
4. Pokazać, że wskaźniki barwy są niezależne od odległości.
5. Zakładając, że jasność gwiazdy można opisać przybliżeniem Wiena (np. równanie 2.16 w książce Christensena-Dalsgaard), wyrysować
  - (a)  $U - B$  oraz  $B - V$  w funkcji temperatury,
  - (b)  $U - B$  w funkcji  $B - V$ .

Wskazówka: założyć, że funkcja odpowiedzi danego filtra jest dana przez funkcję delta Diraca  $S_{i,\lambda} = \delta(\lambda - \lambda_i)$ , gdzie  $\lambda_U = 3700 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_B = 4450 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_V = 5500 \text{ \AA}$ . Odpowiednie stałe wyznaczyć zakładając  $(U - B)_\odot = 0.13$ ,  $(B - V)_\odot = 0.65$  oraz temperaturę Słońca na powierzchni  $T = 5778 \text{ K}$ .

6. Dla 100 najjaśniejszych gwiazd wyznaczyć  $T_{\text{eff}}$  i  $\log L/L_\odot$  i umieścić je na diagramie HR. Odpowiednie dane znaleźć w bazie danych SIMBAD, natomiast poprawki bolometryczne przyjąć z modeli Kurucza (<http://kurucz.harvard.edu>).
7. Na diagram HR z poprzedniego zadania nanieść linie stałych promieni gwiazd. Omówić jak zmienia się  $R$  wzdłuż ciągu głównego oraz jakie są wartości  $R$  dla olbrzymów i nadolbrzymów.

8. Korzystając z odpowiedniego równania wykreślić funkcję  $(M_r/M)(r/R)$ , gdzie  $M$  oznacza masę całkowitą, a  $R$  promień całkowity, dla gęstości  $\varrho(r)$  zadanej formułami:
- $\varrho(r) = \text{const}$ ,
  - $\varrho(r) \sim r^{-1}$ ,
  - $\varrho(r) \sim r^{-2}$ ,
  - $\varrho(r) \sim [r^2(r+1)]^{-1}$ .
9. Korzystając z równania równowagi hydrostatycznej uzasadnić prawo Archimedesesa.
10. Rozwiązać równanie równowagi hydrostatycznej dla jednorodnej kuli ( $\varrho = \text{const}$ ) o masie  $M$  i promieniu  $R$  przy założeniu, że  $p(R) = 0$ . Pokazać, że ciśnienie w środku kuli wynosi  $p(0) = \frac{3}{8\pi} \frac{GM^2}{R^4}$ . Jaki wynik uzyskamy, jeśli gęstość będzie liniowo malejącą funkcją promienia, tzn.  $\varrho(r) = \varrho_c (1 - \frac{r}{R})$ ? W szczególności, jaki jest związek między  $\varrho_c$  a średnią wartością gęstości,  $\langle \varrho \rangle = \frac{3M}{4\pi R^3}$ ?
11. Całkowita moc promieniowania Słońca wynosi  $L_\odot \approx 3.86 \cdot 10^{33} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$ . Podczas syntezy 4 jąder wodoru w jeden atom  $\text{He}^4$  wydzielane jest 26.2 MeV energii. Wyliczyć:
- strumień neutrin słonecznych na orbicie Ziemi, wyrażony jako ilość neutrin przelatujących przez  $1 \text{ cm}^2$  w ciągu 1 s,
  - masę zamienianą w energię w czasie 1 s (wynik wyrazić również w jednostkach masy Słońca na rok).

Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz