Budowa i Ewolucja Gwiazd
II rok Astronomii (Studia I-go stopnia)
Rok akademicki 2018/2019
Lista nr 2

1. Pokazać, że wskaźniki barwy są niezależne od odległości.

2. Zakładając, że jasność gwiazdy można opisać przbliżeniem Wiena (np. równanie 2.16 w książce Christensena-Dalsgaarda), wyrysować

   (a) $U - B$ oraz $B - V$ w funkcji temperatury,

   (b) $U - B$ w funkcji $B - V$.

   Wskazówka: założyć, że funkcja odpowiedzi danego filtru jest dana przez funkcję delta Diraca $S_{i,\lambda} = \delta(\lambda - \lambda_i)$, gdzie $\lambda_U = 3700$ Å, $\lambda_B = 4450$ Å, $\lambda_V = 5500$ Å. Odpowiednie stałe wyznaczyć zakładając $(U - B)_\odot = 0.13$, $(B - V)_\odot = 0.65$ oraz temperaturę Słońca na powierzchni $T = 5778$ K.

3. Dla 100 najjaśniejszych gwiazd znaleźć wyznaczyenia $T_{\rm eff}$ i $\log L/L_\odot$ i umieścić je na diagramie HR. następnie nanieść linie stałych promieni gwiazd. Omówić jak zmienia się R wzdłuż ciągu głównego oraz jakie są wartości R dla olbrzymów i nadolbrzymów.

4. Korzystając z odpowiedniego równania wykreślić funkcję $(M_r/M)(r/R)$, gdzie M oznacza masę całkowitą, a R promień całkowity, dla gęstości $\varrho(r)$ zadanej formułami:
   a) $\varrho(r) = \text{const}$,
   b) $\varrho(r) \sim r^{-1}$,
   c) $\varrho(r) \sim r^{-2}$,
   d) $\varrho(r) \sim [r^2(r+1)]^{-1}$.

5. Rozwiązać równanie równowagi hydrostatycznej dla jednorodnej kuli ($\varrho = \text{const}$) o masie M i promieniu R przy założeniu, że $p(R) = 0$. Pokazać, że ciśnienie w środku kuli wynosi $p(0) = \frac{3}{8\pi}\frac{GM^2}{R^4}$. Jaki wynik uzyskamy, jeśli gęstość będzie liniowo malejącą funkcją promienia, tzn. $\varrho(r) = \varrho_c\left(1 - \frac{r}{R}\right)$? W szczególności, jaki jest związek między ϱ_c a średnią wartością gęstości, $\langle\varrho\rangle = \frac{3M}{4\pi R^3}$?

6. Całkowita moc promieniowania Słońca wynosi $\mathrm{L}_\odot \approx 3.86 \cdot 10^{33} \mathrm{erg} \cdot \mathrm{s}^{-1}$. Podczas syntezy 4 jąder wodoru w jeden atom He^4 wydzielane jest 26.2 MeV energii. Wyliczyć:

   - strumień neutrin słonecznych na orbicie Ziemi, wyrażony jako ilość neutrin przelatujących przez 1 cm^2 w ciągu 1 s,
   - masę zamienianą w energię w czasie 1 s (wynik wyrazić również w jednostkach masy Słońca na rok).

7. Wychodząc z rozkładu Maxwella w postaci

$$f(v)dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{m}{2kT}\right)^{3/2} \mathrm{e}^{-mv^2/2kT} v^2 dv$$

pokazać, że rozkład ten według energii cząstek ma postać

$$f(E)dE = \frac{2}{\sqrt{\pi}}(kT)^{-3/2}\mathrm{e}^{-E/kT}\sqrt{E}dE,$$

natomiast według pędów

$$f(p)dp = \frac{4}{\sqrt{\pi}}(2mkT)^{-3/2}\mathrm{e}^{-p^2/2mkT}p^2dp.$$

8. Wychodząc z rozkładu Maxwella pokazać, że $\int_0^\infty f(v)\,dv = 1$ oraz $v_p < \bar{v} < v_{rms}$, gdzie v_p oznacza prędkość najbardziej prawdopodobną, $\bar{v}$ – prędkość średnią, natomiast v_{rms} – pierwiastek średniej kwadratu prędkości.

9. Wyprowadzić dla gazu doskonałego zależność $C_\mathrm{p} - C_\mathrm{V} = R$ oraz równanie adiabaty $TV^{\gamma-1} = \mathrm{const}$, $\gamma = C_\mathrm{p}/C_\mathrm{V}$.

Jadwiga Daszyńska-Daszkiewicz